单模双包层光纤之间的耦合

陈智浩　　　　姚慧海
(福建师范大学物理系)　(上海科学技术大学光纤所)

提　　要

本文求得了单模双包层光纤之间耦合系数精确的解析表达式。计算了上升内包层、匹配包层和凹陷内包层光纤耦合系数随归一化频率V的关系曲线。也给出了不同V值的耦合系数随归一化距离(D/a)的关系曲线。该公式不但能够计算x偏振模的耦合系数，而且也能计算y偏振模的耦合系数。它可用于分析折射率差较大的光纤之间能量耦合以及耦合器的偏振特性。

关键词：光纤，耦合。

一、引　　言

耦合是光纤器件工作中的重要现象。巧妙地控制这个现象导致了各种各样的应用。如光纤耦合器，就是一个在光纤通信与传感器领域中非常重要的元件。文献[1～3]已成为研究单模光纤间串话耦合以及设计光纤耦合器、光纤温度传感器等重要的理论根据[4,5]。但是，他们的公式是作了许多近似后得到的。最近实验表明，熔融拉锥耦合器中功率转换机理不能用抛光型耦合器中两根光纤纤芯基模之间的模式耦合理论来解释，必须考虑包层效应[6]。弱导引情形不能成立。另外，用MCVD法制造的单模通光纤常是双包层的。为了计算它们的耦合特性，一个耦合系数的精确计算公式是必不可少的。本文求得了单模双包层光纤之间耦合系数精确的解析表达式，它不但能够计算x偏振模的耦合系数，而且也能计算y偏振模的耦合系数。其结果实际上是文献[1]、[2]、[3]的推广。本文公式，适用范围广，可用来设计光纤耦合器、传感器、偏振分离器等。

二、耦合系数的计算

1. 双包层光纤中的场

双包层单模光纤通常有三种类型，即上升内包层光纤，匹配包层光纤(双包层特例)，凹陷内包层光纤，如图1所示。设β是传播常数，λ是工作波长。定义参数

$$L=\frac{b}{a},\ R=\frac{n_2-n_3}{n_1-n_3},\ \delta=1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2,\ k_0=\frac{2\pi}{\lambda},$$

$$V=k_0a\sqrt{n_1^2-n_2^2},\ u=a\sqrt{k_0^2n_1^2-\beta^2},\ \nu=a\sqrt{\beta^2-k_0^2n_2^2},$$

$$\nu'=a\sqrt{k_0^2n_2^2-\beta^2},\ W=a\sqrt{\beta^2-k_0^2n_3^2}。$$

阶跃双包层光纤中轴向场分量可以写成如下形式[7]

收稿日期：1987年3月2日；收到修改稿日期：1987年5月4日

$$\begin{aligned}E_{z1}&=A_E J_1\left(u\frac{r}{a}\right)\cos\phi,\\ H_{z1}&=A_H J_1\left(u\frac{r}{a}\right)\sin\phi,\end{aligned}\quad (r\leqslant a) \tag{1}$$

$$\begin{aligned}E_{z2}&=\left[C_E J_1\left(\nu'\frac{r}{a}\right)+D_E Y_1\left(\nu'\frac{r}{a}\right)\right]\cos\phi,\\ H_{z2}&=\left[C_H J_1\left(\nu'\frac{r}{a}\right)+D_H Y_1\left(\nu'\frac{r}{a}\right)\right]\sin\phi,\end{aligned}\quad (a\leqslant r\leqslant b,\ \beta<k_0n_2) \tag{2}$$

$$\begin{aligned}E_{z2}&=\left[C_E I_1\left(\nu\frac{r}{a}\right)+D_E K_1\left(\nu\frac{r}{a}\right)\right]\cos\phi,\\ H_{z2}&=\left[C_H I_1\left(\nu\frac{r}{a}\right)+D_H K_1\left(\nu\frac{r}{a}\right)\right]\sin\phi,\end{aligned}\quad (a\leqslant r\leqslant b,\ \beta>k_0n_2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned}E_{z3}&=F_E K_1\left(W\frac{r}{a}\right)\cos\phi,\\ H_{z3}&=F_H K_1\left(W\frac{r}{a}\right)\sin\phi,\end{aligned}\quad (r\geqslant b) \tag{4}$$

式中 J_1、Y_1 和 I_1、K_1 分别是一阶贝塞耳函数和变型贝塞耳函数。$A_E\sim F_H$ 是电磁场幅度系数，它们之间关系由边界条件确定。

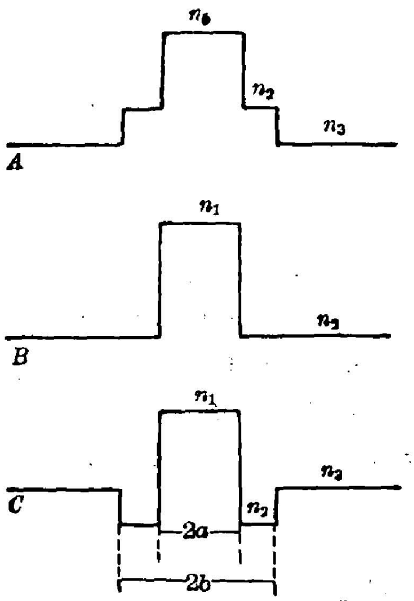

Fig. 1　Index profiles

A—raised inner cladding; B—index matching; C—depressed inner cladding

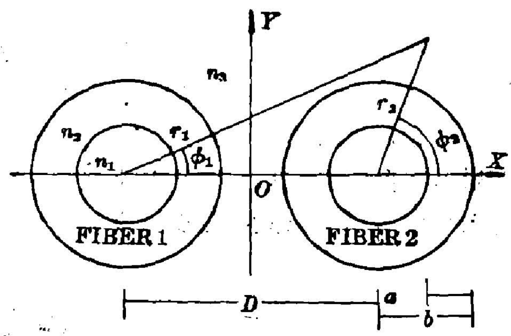

Fig. 2　Geometry of two parallel doubly clad single mode fibers

2. 耦合系数公式

如图 2 所示，两根相同的双包层光纤平行放置，中心距离为 D。设 ω 为角频率，ε 是真空中介电常数，μ 是真空中磁导率。P 是光纤 1 或 2 的传输功率，$P=\frac{1}{2}\iint \boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*}dS$。根据耦合系数的计算公式[1]

$$C=-\frac{\omega\varepsilon}{4P}\int_0^b r_2\,dr_2\int_0^{2\pi}[n^2(r_2)-n_3^2]\,\boldsymbol{E}_2^{*}\cdot\boldsymbol{E}_1\,d\phi_2,$$

利用图 2 所示的坐标表示符号，再利用加法公式。把变量 r_1, r_2, ϕ_1, ϕ_2 化简为 r_2, ϕ_2 时即

可积分。经复杂运算，得

$$C=\frac{\omega\varepsilon}{4P}(n_3^2-n_1^2)I+\frac{\omega\varepsilon}{4P}(n_3^2-n_2^2)II, \tag{5}$$

$$I=\frac{\pi a^4 A_E^* F_E}{2uW(u^2+W^2)}[A_1(x_2-x_0)-A_2(x_2+x_0)+A_3x_1], \tag{6}$$

$$II=\begin{cases}\dfrac{-\pi a^4 C_E^* F_E}{2\nu' W(\nu'^2+W^2)}[A_4(S_2-S_0)+A_5(T_2-T_0)-A_6(S_2+S_0)\\ \quad -A_7(T_2+T_0)+A_8S_1+A_9T_1], \quad \beta<k_0n_2,\\ \dfrac{-\pi a^4 C_E^* F_E}{2\nu W(\nu^2+W^2)}[A_4(S_2+S_0)-A_5(T_2+T_0)-A_6(S_2-S_0)\\ \quad +A_7(T_2-T_0)+A_8S_1+A_9T_1], \quad \beta>k_0n_2,\end{cases} \tag{7}$$

$$K0=K_0(WD/a),\ K2=K_2(WD/a),$$

$$A_1=\beta^2(K0\pm K2)+\omega^2\mu^2(K0\mp K2)\frac{A_H^*}{A_E^*}\cdot\frac{F_H}{F_E},$$

$$A_2=\omega\mu\beta\left[(K0\pm K2)\frac{A_H^*}{A_E^*}+(K0\mp K2)\frac{F_H}{F_E}\right],$$

$$A_3=\frac{2uW}{a^2}(K0\pm K2),$$

$$A_4=\beta^2(K0\pm K2)+\omega^2\mu^2(K0\mp K2)\frac{C_H^*}{C_E^*}\cdot\frac{F_H}{F_E},$$

$$A_5=\beta^2(K0\pm K2)\frac{D_E^*}{C_E^*}+\omega^2\mu^2(K0\pm K2)\frac{D_H^*}{C_E^*}\cdot\frac{F_H}{F_E},$$

$$A_6=\omega\mu\beta=(K0\pm K2)\frac{C_H^*}{C_E^*}+\omega\mu\beta(K0\mp K2)\frac{F_H}{F_E},$$

$$A_7=\omega\mu\beta(K0\pm K2)\frac{D_H^*}{C_E^*}+\omega\mu\beta(K0\mp K2)\frac{D_E^*}{C_E^*}\cdot\frac{F_H}{F_E},$$

$$A_8=\frac{2\nu' W}{a^2}(K0\pm K2), \quad (\beta<k_0n_2)$$

$$\quad =\frac{2\nu W}{a^2}(K0\pm K2), \quad (\beta>k_0n_2)$$

$$A_9=A_8\cdot\frac{D_E^*}{C_E^*},$$

$$X_n=WJ_n(u)I_{n-1}(W)-uI_n(W)J_{n-1}(u),$$

$$S_n=\begin{cases}L[WJ_n(\nu'L)I_{n-1}(WL)-\nu'J_{n-1}(\nu'L)I_n(WL)]\\ \quad -[WJ_n(\nu')I_{n-1}(W)-\nu'J_{n-1}(\nu')I_n(W)] \quad (\beta<k_0n_2)\\ =L[\nu I_{n-1}(\nu L)I_n(WL)-WI_n(\nu L)I_{n-1}(WL)]\\ \quad -[\nu I_{n-1}(\nu)I_n(W)-WI_n(\nu)I_{n-1}(W)], \quad (\beta>k_0n_2)\end{cases}$$

$$T_n=\begin{cases}L[WY_n(\nu'L)I_{n-1}(WL)-\nu'Y_{n-1}(\nu'L)I_n(WL)]\\ \quad -[WY_n(\nu')I_{n-1}(W)-\nu'Y_{n-1}(\nu')I_n(W)], \quad (\beta<k_0n_2)\\ =-L[\nu K_{n+1}(\nu L)I_n(WL)+WK_n(\nu L)I_{n+1}(WL)]\\ \quad +[\nu K_{n+1}(\nu)I_n(W)+WK_n(\nu)I_{n+1}(W)], \quad (\beta>k_0n_2)\end{cases}$$

式中 * 表示共轭。$n=0, 1, 2$。

上符号对应 x 偏振模之间的耦合，耦合系数用 C_x 表示，是双包层光纤电磁场分布为(1)～(4)式情况下的结果。用 $\cos\phi$ 和 $\sin\phi$ 分别替换(1)～(4)式中的 $\sin\phi$ 和 $\cos\phi$，(5)式即为下符号所对应的 y 偏振模之间的耦合系数，用 C_y 表示。x 和 y 偏振模之间无耦合。对于两根不同的双包层光纤之间的耦合，以及其它模式的耦合系数都能得到精确的解析解。

对于匹配包层光纤，$n_2=n_3$，(5)式就简化为

$$C=\frac{\omega\varepsilon}{4P}(n_2^2-n_1^2)I, \tag{8}$$

经弱导引近似，可得

$$C=\frac{\sqrt{\delta}\,u^2K_0(WD/a)}{aV^3K_1^2(W)}。 \tag{9}$$

三、计算结果与讨论

1. 匹配包层光纤间耦合

对于匹配包层光纤间耦合，考虑二种情形。一是弱导引情形，相对折射率 $\delta_1=0.3974\%$。第二种情形，相对折射率 $\delta_2=55.5556\%$。利用(8)式、(9)式和文献[1]的公式，计算了上述二种情形的耦合系数。结果表明，在弱导引情形下(8)式和(9)式算得结果几乎相同，其相对误差为 10^{-3} 数量级。然而，对于第二种情形，其误差甚大，如图3所示。所以对非弱导引情况，(9)式不适用。从图4可以看出，耦合系数随着 (D/a) 的增加而减小。且 V 值不同，减小速度亦不同。

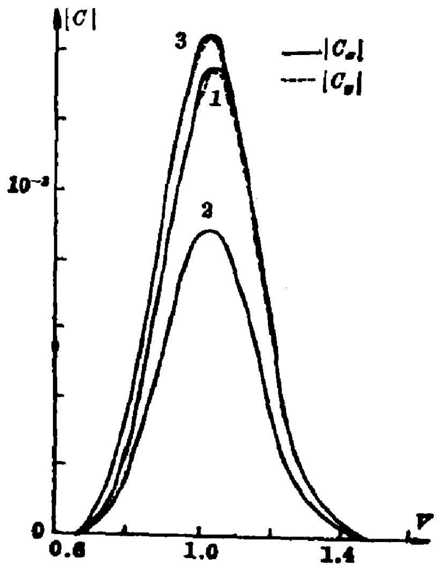

Fig. 3 Coupling coefficient between two parallel index matching fibers

$D/a=20$, $\delta_2=55.5556\%$; 1—using formula (8); 2—using formula (9); 3— using formulas in ref. (1)

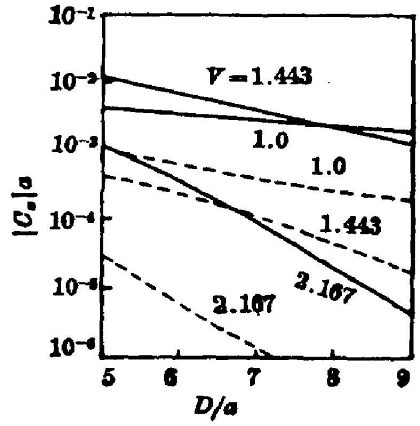

Fig. 4 Coupling coefficient as a function of D/a for index matching fibers

---- $\delta_1=0.3974\%$; —— $\delta_2=55.5556\%$

把(8)式的结果与文献[1]中公式算得结果作了比较。对于非弱导引情形，当 $V\geqslant1.1$ 时两个公式算得结果比较接近，其相对误差 $<10^{-2}$ 数量级。然而，当 $V<1.1$ 时其误差较大，如图3所示。对于弱导引情形，当 $V=2.1672$，$3<D/a<9$ 时，C_x 相对误差为 10^{-2} 数量

级，C_y 相对误差为 10^{-1} 数量级。所以，当 V 和 D/a 较小时，文献[1]的公式精度较差，公式变得不适用。

2. 双包层光纤间耦合

对于上升内包层光纤间耦合，与前面例子一样也考虑二种情形。一种仍是弱导引，其中 $\delta_{12}=1-(n_2/n_1)^2=1.08\%$，$\delta_{23}=1-(n_3/n_2)^2=0.2285\%$。另外一种 $\delta_{12}=10.1944\%$，$\delta_{23}=2.3063\%$。二种情形都有相同的 R 值，其中 $R=0.21$，$b/a=5$，$D/a=20$。从图 5 可以看出，曲线 1、2 与曲线 a 相差较大。其原因是计算曲线 a 的公式(见文献[3])是个近似公式，其中 $(WD/b)\gg1$ 或 $(WD/b)\ll1$ 的条件没有满足。如曲线 2，$V=0.5$ 时，$(WD/b)\approx1.4$。对曲线 1，$V=0.9$ 时，$(WD/b)\approx6.6$。

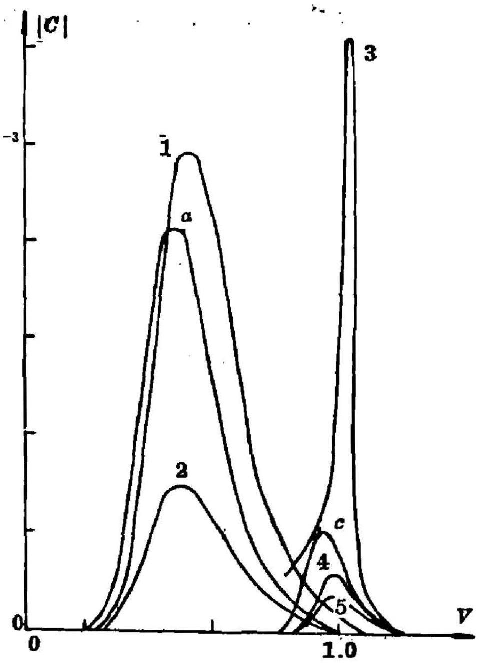

Fig. 5 Coupling coefficient between two parallel cladding fibers as a function of V, $b/a=5$, $D/a=20$

(A) $R=+0.21$ 1. $\delta_{12}=10.1944\%$, $\delta_{23}=2.3063\%$, $|C_x|\approx|C_y|$; 2. $\delta_{12}=1.08\%$; $\delta_{23}=0.2285\%$; $|C_x|\approx|C_y|$ a. in ref. [3] (B) $R=-0.05$ 3. using formula in ref. [1], $|C_y|$ 4. $\delta_{12}=1.3746\%$, $\delta_{32}=0.06941\%$, $|C_y|$ 5. $\delta_{12}=1.3746\%$, $\delta_{32}=0.06941\%$, $|C_x|$ c. in ref. (3)

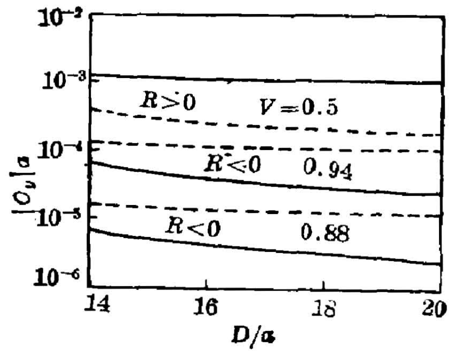

Fig. 6 Coupling coefficient as a function of D/a for raised and depressed inner cladding fibers

(A) $R=+0.21$ - - — $\delta_{12}=1.08\%$, $\delta_{23}=0.2285\%$; —— $\delta_{12}=10.1944\%$, $\delta_{23}=2.3063\%$ (B) $R=-0.05$ -.- - - $\delta_{12}=1.3746\%$, $\delta_{32}=0.06941\%$; —— $\delta_{12}=12.8889\%$, $\delta_{32}=0.7105\%$

考虑凹陷内包层光纤间耦合。在图 5 中，曲线 4、5 是由 (5) 式算得结果，曲线 3 是根据文献[1]算得结果，曲线 c 是文献[3]的结果。从该图可以看出它们的差别，其中曲线 3 误差最大。因此，文献[1]、[3]中的公式只适用于单模双包层光纤耦合系数的定性分析。

从图 5 还可以看出，上升内包层光纤间的耦合系数 C_x 与 C_y 几乎重合。但是，凹陷内包层光纤间的 C_x 与 C_y 则相差较大。从图 6 可以看出双包层光纤间能量耦合随 D/a 的变化比较缓慢，而匹配包层光纤间能量耦合随 D/a 的变化就比较快(如图 4 所示)。利用能量耦合随 D/a 变化缓慢的特性，可降低制作耦合器的工艺要求。

从图 3、5 也可以看出，V 值比较小时，耦合系数才比较大。在某一 V 值耦合系数达最大。对于上升内包层和匹配包层光纤，相对折射率越大耦合系数也越大。但是，对于凹陷内包层光纤，相对折射率越大，耦合系数反而越小。这与文献[3]中的结果是一致的。

四、结 束 语

本文研究了单模双包层光纤间的能量耦合，求得了耦合系数精确的解析表达式，计算了上升内包层光纤、匹配包层光纤和凹陷内包层光纤之间的耦合系数。结果表明，它是文献[1～3]的推广，适用范围广，对光纤耦合器、传感器和偏振分离器的设计和分析具有一定的意义。

参 考 文 献

[1] D. Marcuse; *B. S. T. J.*, 1971, **50**, No. 6 (Jul/Aug), 1791, 1816.
[2] A. W. Snyder; *J. O. S. A.*, 1972, **62**, No. 11 (Nov), 1267, 1277.
[3] F. de Fornel *et al.*; *IEE Proc.*, *Pt. H*, 1984, **131**, No. 4 (Aug), 221, 228.
[4] M. J. F. Digonnet *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**, No. 4 (Apr), 746, 754.
[5] G. Meltz *et al.*; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 3 (Feb), 464, 477.
[6] J. Bures *et al.*; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 12 (June), 1918, 1922.
[7] H. G. Unger; *«Planar Optical Waveguides and Fibers»*, (Orford, England, Clarendon, 1977) 312.

Coupling between two doubly cladding single mode fibers

CHEN ZHIHAO
(Physics Department of Fujian Teachers University)

YAO HUIHAI
(Shanghai University of Science and Technology, Shanghai Optical Fiber Technique and Modern Communication Research Institute)

(Received 2 March 1987; revised 4 May 1987)

Abstract

An accurate analytic expression of coupling coefficient between two parallel doubly cladding single mode fibers is given in this paper. The coupling coefficients as a function of normalized frequency parameter V are calculated for fibers with raised, matched, and depressed inner cladding indices. The coupling coefficients as a function of normalized distance D/a are also given with different V. The formula can be used to compute both the coupling coefficients for both x-polarized modes and the coupling of y-polarized modes further. It can also be used to analyze the coupling between two fibers with their large refractive-index difference, as well as polarization characteristics of optical fiber couplers.

Key words: optical fibers; coupling.