

棱镜-漏波导耦合器的理论分析

金 锋

(中国科学院长春物理研究所)

提 要

根据多光束干涉原理,理论上分析了棱镜-漏波导耦合器,且与棱镜-波导耦合器作了比较,给出正确使用这两种耦合器的判据。分析结果表明,在强耦合条件下,棱镜-漏波导耦合器可用于薄膜参数测量和光波导输入-输出耦合;对于弱耦合,本文的结果与 Tien 和 Ulrich 的理论一致。

关键词: 棱镜耦合器,漏波导。

一、引 言

棱镜-薄膜耦合器作为光波导输入-输出耦合和薄膜参数测量的有效手段,已获得广泛应用。大多采用的是棱镜-波导耦合器^[1,2],其耦合隙一般是空气。近来有人采用无耦合隙或有耦合隙(折射率高于薄膜折射率的匹配液)的棱镜-漏波导耦合器^[3-5]。

对于棱镜-波导耦合器, Tien 和 Ulrich 曾作过只适用于弱耦合的平面波分析^[6],本文用多光束干涉原理^[6]作在强耦合条件下的棱镜-漏波导耦合器理论分析。

二、准备知识

棱镜-漏波导耦合器,如图 1 所示。其中 n_3 、 n_2 、 n_1 和 n_0 分别为棱镜、耦合隙(匹配液)、薄膜和衬底的折射率, b 和 d 分别为耦合隙和薄膜的厚度,并假定 $n_3 > n_2 > n_1 > n_0$ 。

自由平板漏波导,如图 2 所示。其中画出含有 Goos-Hänchen 位移的锯齿形平面波漏模模型^[7]。锯齿波在 1-0 界面发生全反射,而在 1-2 界面折射,并向半无限空间泄漏能量。 $2d_f$ 和 z_f 分别为锯齿波在薄膜中通行一次的横向和纵向传播距离, d_f 又称漏模的有效厚度, θ_i 为 i 介质中波矢量与界面法线的夹角。

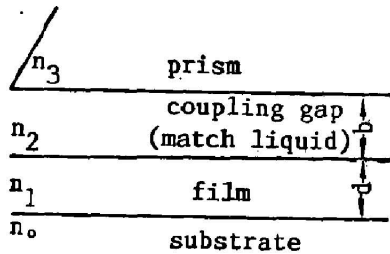


Fig. 1 Prism-leaky waveguide coupler

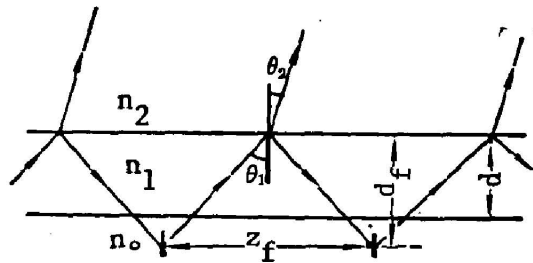


Fig. 2 Free leaky slab waveguide

锯齿波在自由漏波导的薄膜中通行一次的横向相移为

$$\psi' = 2K_1 d - 2\phi_{10} - 2\phi_{12}. \quad (1)$$

共振条件 $\psi' = 2m\pi$ ($m=0, 1, 2, \dots$) 给出共振漏模的本征值方程

$$\left. \begin{aligned} K_1 d &= m\pi + \phi_{10} + \phi_{12}, \\ \phi_{10} &= \tan^{-1} \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{2\alpha} \left(\frac{p_0}{K_1} \right), \quad \phi_{12} = \frac{\pi}{2} \quad (r_{12} < 0), \\ K_i &= n_i k \cos \theta_i = (n_i^2 k^2 - \beta^2)^{1/2}, \\ p_i &= (\beta^2 - n_i^2 k^2)^{1/2}, \quad \beta = n_0 k \sin \theta_1 = Nk. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $-2\phi_{ij}$ 为在 $i-j$ 界面的反射相移, K_i 和 p_i 分别为 i 介质中沿横向的传播常数和衰减常数, β 为纵向传播常数, k 和 λ 分别为真空中的波数和波长, $\alpha=0$ 和 1 分别对应于 TE 模和 TM 模, m 为模阶数, N 为模折射率, r_{ij} 为在 $i-j$ 界面的反射系数. d_f 可写成^[7]

$$\left. \begin{aligned} d_f &= d + \frac{1}{\xi_0^2 p_0}, \\ \xi_0 &= \left(\frac{N}{n_0} \right)^2 + \left(\frac{N}{n_1} \right)^2 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由(1)~(3)式, 可以证明

$$z_f = 2d_f \tan \theta_1 = -\frac{\partial \psi'}{\partial \beta}. \quad (4)$$

如图3所示, 设 \bar{B}_1 和 \bar{A}_1 分别为薄膜中入射波和反射波的振幅, \bar{B}_3 为棱镜中透射波的振幅, 则三层介质中的反射系数和透射系数可表示为

$$r_{123} = \frac{\bar{A}_1}{\bar{B}_1}, \quad t_{123} = \frac{\bar{B}_3}{\bar{B}_1}. \quad (5)$$

为了方便, 引入归一化振幅

$$A_i = \frac{\bar{A}_i \sqrt{K_i}}{n_i^\alpha}, \quad B_i = \frac{\bar{B}_i \sqrt{K_i}}{n_i^\alpha}. \quad (i=1, 2, 3) \quad (6)$$

则归一化的反射系数 R_{123} 和透射系数 T_{123} 为^[7]

$$\left. \begin{aligned} R_{123} &= \frac{A_1}{B_1} = r_{123}, \\ T_{123} &= \frac{B_3}{B_1} = \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \left(\frac{K_3}{K_1} \right)^{1/2} t_{123}, \\ r_{123} &= \frac{r_{12} + r_{23} \exp(i\psi_0)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(i\psi_0)} = r \exp(-i2\phi_{123}), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 $\psi_0 = 2K_2 b$, $r = |r_{123}|$, $-2\phi_{123}$ 为在三层介质 1-2 界面的反射相移, 并且^[8]

$$r_{ij} = \frac{K_i n_j^{2\alpha} - K_j n_i^{2\alpha}}{K_i n_j^{2\alpha} + K_j n_i^{2\alpha}}, \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (8)$$

由(7)~(8)式和 t_{123} 的表达式^[7], 可以证明

$$r_{123} = -r_{321}, \quad T_{123} = T_{321}, \quad (r_{123}/T_{123}) = -(r_{321}/T_{321}). \quad (9)$$

能量守恒可表示为^[9]

$$r^2 + T^2 = 1, \quad T = |T_{123}|. \quad (10)$$

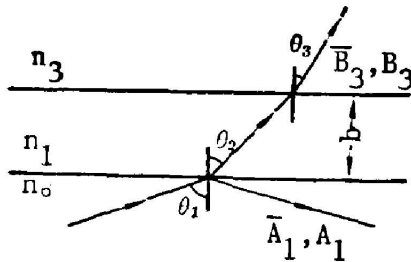


Fig. 3 Reflection and transmission in three media

三、耦合器的场振幅和特征参数

设振幅为 A_3 的均匀平面波在 $z > 0$ 处入射到棱镜底, 透射到薄膜中形成锯齿波, 并在耦合器中引起多光束干涉, 如图 4 所示, 锯齿波在薄膜中通行 n 次的纵向传播距离为 $z_n = nz_f$ 。在 z_f 处, 设薄膜中斜下和斜上传播的平面波振幅分别为 $A_1(z_n)$ 和 $B_1(z_n)$ 。由图 4 可知, 它们分别由 $n+1$ 个和 n 个平面波干涉而成

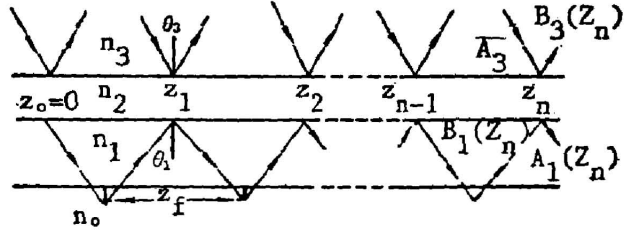


Fig. 4 Multi-beam interferences in the coupler

$$\left. \begin{aligned} A_1(z_n) &= A_3 T_{321} S_n, \\ B_1(z_n) &= A_3 T_{321} S_{n-1} \exp[i2(K_1 d - \phi_{10})], \\ S_n &= 1 + r \exp(i\psi) + r^2 \exp(i2\psi) + \dots + r^n \exp(in\psi), \\ \psi &= 2K_1 d - 2\phi_{10} - 2\phi_{123}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中 ψ 为锯齿波在耦合器的薄膜中通行一次的横向相移。在(11)式中, 求等比级数之和, 用(9)式, 忽略不重要的相位因子, 推得

$$\left. \begin{aligned} A_1(z_n) &= A_3 V \{1 - \exp[-\alpha(z_f + z_n)]\}, \\ B_1(z_n) &= A_3 V [1 - \exp(-\alpha z_n)], \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_r - i\alpha_i, \quad \alpha_r = \ln(1/r)/z_f, \quad \alpha_i = \psi/z_f, \\ V &= T/[1 - r \exp(i\psi)], \quad |V|^2 = V_0^2 [1 + F \sin^2(\psi/2)]^{-1}, \\ V_0 &= T/(1-r), \quad F = 4r/(1-r)^2, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 α 为场振幅的复数衰减常数, $|V|^2$ 为平衡状态下薄膜中的能量密度及其对模折射率的共振特性, 在共振点 $\psi_m = 2m\pi$, $|V|^2$ 取极大值 V_0^2 , 对应于 m 线, 去掉 z_n 的下标之后, (12)式成为一般的场振幅表达式。在共振点, (12)式变成

$$\left. \begin{aligned} A_1(z) &= A_3 V_0 [1 - r \exp(-\alpha_r x)], \\ B_1(z) &= A_3 V_0 [1 - \exp(-\alpha_r x)]. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

对于弱耦合 ($r \rightarrow 1$), 在共振点附近 ($\psi \rightarrow \psi_m$), 将 $\ln(1/r) \approx 1-r$ 和 $\psi = \psi_m + \Delta\psi$ 代入(13)式, 并用 $\exp(i\psi) = \exp(i\Delta\psi)$ 和 $[1 - \exp(-x)] \approx x$ ($|x| \ll 1$) 以及(4)、(10)式, 推得 α 和 V 的近似公式

$$\left. \begin{aligned} \alpha_r &\approx \frac{(1-r)}{z_f} \approx \frac{T^2}{2z_f}, \\ \alpha_i &= \frac{\Delta\psi}{z_f} = -\Delta\beta, \quad \Delta\beta = \beta - \beta_m, \\ V &\approx \frac{V_0 \alpha_r}{\alpha_r + i\Delta\beta}, \quad V_0 \approx \left(\frac{2}{\alpha_r z_f}\right)^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中 β_m 为共振点的传播常数, 将(15)式代入(12)式, 可得场振幅的近似公式。

在 $z \geq L$ 处, 设 $A_3 = 0$ 。对比, 用类似的方法, 可以推得相应的场幅表达式, 在共振点可写成

$$[A_1(z); B_1(z)] = [A_1(L); B_1(L)] \exp(-\alpha_r z), \quad (16)$$

式中 $A_1(L)$ 和 $B_1(L)$ 为 $z=L$ 处的场振幅。将直角棱镜当作光波导输出耦合器时, 由(16)式, 定义输出耦合长度

$$L_o = \frac{1}{\alpha_r} = \frac{z_f}{\ln(1/\tau)} \quad (17)$$

L_o 和输出光束孔径随 τ 的增加而增加。

将直角棱镜当作光波导的输入耦合器时, 共振点的输入耦合效率可表示为

$$\eta(l) = \frac{|A_1(l)|^2 + |B_1(l)|^2}{|A_3|^2} \frac{d_f \tan \theta_1}{2l}, \quad (l > 0) \quad (18)$$

式中分母代表在棱镜底 $0 < x < l$ 范围内入射光的横向功率, 分子代表在 $z=l$ 处薄膜中的纵向功率。将(14)式代入(18)式, 并用(4)式, 推得 $\eta(l)$ 的表达式为

$$\eta(l) = \frac{V_0^2 z_f}{2l} \{ [1 - \tau \exp(-\alpha_r l)]^2 + [1 - \exp(-\alpha_r l)]^2 \}, \quad (l > 0) \quad (19)$$

由(19)式, 算得最大输入耦合效率 η_{\max} 及其对应的 $u = (\alpha_r l)_{\max}$ 与 τ 的关系, 列入表 1。由表 1 看到, η_{\max} 随 τ 的增加而减少。

Table 1 Relations of η_{\max} and u with τ

τ	1.00	0.95	0.90	0.85	0.80
$\eta_{\max}(\%)$	81.5	83.2	85.2	87.5	90.2
u	1.26	1.20	1.13	1.05	0.959

在 $|V|^2 \sim N$ 共振曲线中, 共振峰的半能量相位宽度, 可由(13)式推得

$$\Delta\psi_h = 2 \sin^{-1} \left(\frac{1-\tau}{2\sqrt{\tau}} \right). \quad (20)$$

用(20)、(15)和(4)式, 推得模折射率的半能量宽度为

$$\Delta N_h = 2 \frac{\sin^{-1} [(1-\tau)/2\sqrt{\tau}]}{z_f k} \approx \frac{\alpha_r}{k} = \frac{1-\tau}{z_f k}. \quad (\tau \rightarrow 1) \quad (21)$$

对于给定的 N , 耦合器相位 ψ 和自由漏波导相位 ψ' 之差, 由(1)和(11)式推得

$$\Delta\psi_a = \psi - \psi' = 2(\phi_{12} - \phi_{123}). \quad (22)$$

由(22)和(4)式, 推得耦合器和自由漏波导在同阶共振点之间的模折射率之差为

$$\Delta N_d = - \frac{2(\phi_{123} - \phi_{12})}{z_f k}. \quad (23)$$

四、两种耦合器的比较

上一节推得的公式, 实际上同样适用于棱镜-波导耦合器, 只不过 τ 、 T 、 ϕ_{123} 、 ϕ_{12} 和 z_f 的表达式不同。

棱镜的存在对自由漏波导或自由波导构成微扰, 这可由 $\Delta r = r_{123} - r$ 表示。用棱镜耦合器测量薄膜参数时, 必须把 $|\Delta r|$ 减少到允许的最低程度。从(7)式容易看到, 这个条件可表示为

$$|\Delta_1 \cdot \Delta_2| \ll 1, \quad (24)$$

式中 $\Delta_l = r_{23}/r_{12}$, $\Delta_g = \exp(i\psi_0)$ 。根据(24)式, 由(7)式, 推得 r_{123} 的近似公式

$$r_{123} \approx r_{12} [1 + (1 - r_{12}^2) \Delta_l \Delta_g] \quad (25)$$

对于棱镜-漏波导耦合器, 当 $r_{12} < 0$ 时, 由(25)式, 推得 r 和 ϕ_{123} 的近似公式

$$r \approx |r_{12}| [1 + (1 - r_{12}^2) \Delta_l \cos \psi_0], \quad (26)$$

$$\phi_{123} \approx \phi_{12} - \frac{1}{2} (1 - r_{12}^2) \Delta_l \sin \psi_0, \quad \phi_{12} = (\pi/2), \quad (27)$$

相应的 ΔN_d , 可由(23)和(27)式推得

$$\Delta N_d = (1 - r_{12}^2) \Delta_l \frac{\sin \psi_0}{z_f k} \quad (28)$$

设 δ_N 为我们所要求的模折射率测量精度, 则由(28)式, 推得正确使用棱镜-漏波导耦合器的判据为

$$|\Delta_l| < \delta_N \frac{z_f k}{1 - r_{12}^2} \quad (29)$$

对于给定的棱镜和待测薄膜, (29)式要求选用折射率接近棱镜折射率的匹配液。

对于棱镜-波导耦合器, 假定 $n_3 > n_1 > n_0 > n_2$, 并将 $K_2 = ip_2$, $r_{12} = \exp(-i2\phi_{12})$ 和 $r_{23} = -\exp(-i2\phi_{32})$ 代入(25)式, 推得 r 和 ϕ_{123} 的近似公式

$$\left. \begin{aligned} r &\approx 1 - 2\Delta_g \sin 2\phi_{12} \sin 2\phi_{32}, \quad \Delta_g = \exp(-2p_3 b) \\ \phi_{123} &\approx \phi_{12} + \Delta_g \sin 2\phi_{12} \cos 2\phi_{32}, \\ \phi_{12} &= \tan^{-1} \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^{2\alpha} \left(\frac{p_2}{K_1} \right), \quad (i=1, 3) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

相应的 ΔN_d , 可由(23)和(30)式推得

$$\Delta N_d = -2\Delta_g \sin 2\phi_{12} \cos 2\phi_{32} / z_f k_0 \quad (31)$$

由(31)式, 推得正确使用棱镜-波导耦合器的判据为

$$\Delta_g < \delta N \left(\frac{z_f k}{2} \right) \quad (32)$$

对于给定的棱镜和待测薄膜, (32)式要求采用较大的耦合隙。注意, 这时 d_f 应是导模的有效厚度, 可写成^[7]

$$\left. \begin{aligned} d_f &= d + \frac{1}{\xi_0^2 p_0} + \frac{1}{\xi_2^2 p_2}, \\ \xi_i &= \left(\frac{N}{n_i} \right)^2 + \left(\frac{N}{n_1} \right)^2 - 1, \quad (i=0, 2) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

导模的本征值方程仍可由(2)式表示, 但是其中的 ϕ_{12} 应由(30)式表示。

为了对这两种耦合器作定量比较, 对给定的波导($n_0=1.5137$, $n_1=1.5570$, $d=2.55 \mu\text{m}$) 和棱镜($n_3=1.7513$) 以及 $\delta N < 10^{-4}$, 由判据(29)和(30)式, 选择适当的 n_2 和 b :

$$n_2 = \begin{cases} 1.00 (\text{波导}) \\ 1.74 (\text{漏波导}) \end{cases} \quad b = \begin{cases} (\text{波导}) \\ \text{任意} (\text{漏波导}) \end{cases}$$

由(2)和(30)式算得 N , 由(3)、(4)和(33)式算得 z_f , 并由耦合器特征参数的公式算得 r , α_r , L_c , ΔN_k 和 ΔN_d , 一并列入表 2。

为了讨论方便, 以 $r=0.95$ 为界, 设 $r > 0.95$ 为弱耦合, 而 $r < 0.95$ 为强耦合。由表 2 看到, 当 $b > (\lambda/4)$ 时, 棱镜-波导耦合器处于弱耦合。然而棱镜-漏波导耦合器基本上处于

Table 2 Characteristics parameters of two kinds couplers (TE mode, $\lambda=0.6328\mu\text{m}$)

m	waveguide			leaky waveguide		
	0	1	2	0	1	2
N	1.5533	1.5420	1.5239	1.5530	1.5411	1.5221
r	0.99	0.98	0.97	0.75	0.57	0.44
α_r/k	9.7×10^{-6}	4.0×10^{-5}	8.9×10^{-5}	3.7×10^{-4}	1.4×10^{-3}	2.8×10^{-3}
$L_c(\mu\text{m})$	1.0×10^4	2.5×10^3	1.1×10^3	2.8×10^2	7.1×10	3.6×10
ΔN_s	9.7×10^{-6}	4.0×10^{-5}	8.9×10^{-5}	3.7×10^{-4}	1.5×10^{-3}	3.0×10^{-3}
ΔN_d	3.8×10^{-6}	1.4×10^{-5}	2.6×10^{-5}	$\pm 1.2 \times 10^{-5}$	$\pm 4.4 \times 10^{-5}$	$\pm 8.5 \times 10^{-5}$

强耦合。因此,根据表 1, 棱镜-漏波导耦合器的输入耦合效率, 可以作到优于棱镜-波导耦合器。

由表 2 还看到, 对 n_2 和 b 的上述选择, 两种耦合器的 ΔN_d 均小于 10^{-4} , 能满足实际测量要求。对于棱镜-漏波导耦合器, 容易作到 $n_3 - n_2 = \Delta_1 = \Delta N_d = 0$, 这一点比棱镜-波导耦合器优越。但是, 棱镜-漏波导耦合器的 ΔN_s 较大, 需作多次测量以减少模折射率的测量误差。

棱镜-漏波导耦合器的特点是, 无需调节耦合隙, 输出光斑尺寸小(见表 2), 输入耦合效率可以得到改善。此外, 在测量薄膜参数时, 若同时使用这两种耦合器, 则可利用的本征值方程的数量增加一倍, 相当于薄膜参数的独立测量次数增加一倍, 从而可以降低测量误差。这一点对单模波导的参数测量尤为重要, 我们用棱镜-漏波导耦合器(对称棱镜)测得玻璃光波导参数, 在测量误差范围内与用棱镜-波导耦合器测得的数据一致, 有关内容另文发表。

由以上分析可知, 棱镜-漏波导耦合器可用于薄膜参数测量和光波导输入-输出耦合。对于弱耦合, 我们的分析结果与 Tien 和 Ulrich 的平面波分析一致。

参 考 文 献

- [1] P. K. Tien, R. Ulrich; *J. O. S. A.*, 1970, **60**, No. 10 (Oct), 1325~1337.
- [2] R. Ulrich, R. Torge; *Appl. Opt.*, 1973, **12**, No. 12 (Dec), 2901~2908.
- [3] T. N. Ding, E. Gamir; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 20 (Oct), 3177~3181.
- [4] G. Leclerc, A. Yelon; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 16 (Aug), 2760~2762.
- [5] 金 锋, 李玉善; 《光学学报》, 1988(待发表)。
- [6] M. Born, E. Wolf; 《光学原理》, 上册(科学出版社, 北京, 1978), § 1.5, § 1.6, § 7.6。
- [7] 金 锋, 范俊清; 《集成光学》, 上册(国防工业出版社, 北京, 1981), § 1.2。

Theoretical analysis of the prism-leaky waveguide coupler

JING FENG

(Changchun Institute of Physics, Academia Sinica)

(Received 23 April 1987; revised 11 August 1987)

Abstract

According to the multi-beam interference principle, the prism-leaky waveguide coupler was analysed theoretically, and compared with the prism-waveguide coupler. Criteria for properly using those two kinds of couplers were also given. Analysis results show that the prism-leaky waveguide coupler can be used for measuring parameters of the thin films and input-output coupling of the optical waveguide as operated substantially under strong coupling conditions. For weak coupling, our results agreed with Tien and Ulrich's theoretical analyses.

Key words: prism coupler; leaky waveguide.