

方位调制相位光栅 Lau 效应理论及实验研究

屠锦洪, 郭嘉荣, 张幼文
(上海交通大学应用物理系)

提 要

本文根据部分相干理论研究了方位调制相位光栅的 Lau 效应, 在实验中观察到了理论所预言的高对比度 Lau 条纹。

关键词: 相位光栅、相干。

一、引 言

将两块同周期的光栅栅线平行地垂直于光轴以一定间隔放置, 在空间扩展光源照明下, 在无穷远处将得到定域的周期性条纹, 这个现象被称为 Lau 效应。迄今, 人们采用了多种理论处理方法对该现象作了解释。在这些工作中, 理论和实验一般只讨论振幅光栅的情况, 最近, 作者对正弦位相光栅的 Lau 效应作了详细的理论研究^[1]。本文拟扩展前人的工作, 从理论上和实验上研究方位调制位相光栅的 Lau 效应。

二、理论处理

Lau 效应原理如图 1 所示。我们使用一个空间扩展的非相干准单色光源 S , 用透镜 L_1 成像到第一块矩形振幅光栅 G_1 上。如果光源 S 的空间尺寸远大于透镜 L_1 在 S 某点上的爱里斑半径, 则从透镜 L_1 出射的光场可等效看成是一个非相干光源。并且, 如果光栅周期大于透镜 L_1 在光栅 G_1 面上所形成的爱里斑半径 $2 \sim 3$ 的倍, 则此时光栅线与线之间的光场的相干程度极低, 因此光栅 G_1 可看作非相干光照明。直接写出光栅 G_1 出射面上的互谱密度函数^[4]为

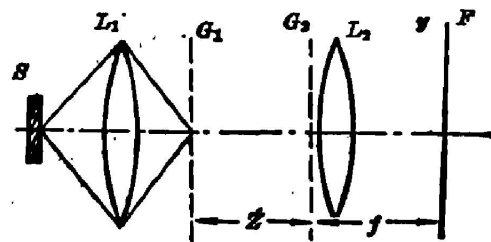


Fig. 1 System for producing and observing the Lau effect

$$W_{G_1}^{(s)}(x_1, x_2, \omega) = \phi_0 |g(x_1)|^2 \delta(x_1 - x_2), \quad (1)$$

式中 $\delta(x_1 - x_2)$ 为一维狄拉克函数, ϕ_0 为与照明光频率 ω 有关的常数因子, 在准单色光情况下可省略。 $g(x)$ 是周期为 p 的矩形振幅光栅的透射函数, 即

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi nax/p), \\ c_n &= \sin(n\pi/2)/n\pi, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

据互谱密度空间传播公式, 得到第二块光栅 G_2 入射面上的互谱密度函数为*

$$W_{G_2}^{(-)}(u_1, u_2) = \int W_{G_1}^{(+)}(x_1, x_2) \exp\left\{i \frac{\pi}{\lambda z} [(x_1 - u_1)^2 - (x_2 - u_2)^2]\right\} dx_1 dx_2, \quad (3)$$

式中 λ 为照明光平均波长, z 为两块光栅空间相隔距离。

令 $u_1 - u_2 = \sigma$, $u_2 = u$ 。则(3)式可简化为

$$W_{G_2}^{(-)}(\sigma, u) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(i \frac{\pi\sigma^2}{\lambda z} + i \frac{\pi u\sigma}{\lambda z}\right) \delta\left(\sigma - \frac{\lambda z n}{p}\right), \quad (4)$$

光栅 G_2 出射面上的互谱密度函数为

$$W_{G_2}^{(+)}(u_1, u_2) = t(u_1) t^*(u_2) W_{G_2}^{(-)}(u_1, u_2), \quad (5)$$

式中 $t(u)$ 为光栅 G_2 的复振幅透射函数。在光栅 G_2 的后面置一焦距为 f 的透镜 L_2 , 则在透镜 L_2 的后焦面上的光强分布函数为

$$I_{F(y)} = \int W_{G_2}^{(+)}(u, \sigma) \exp\left(i \frac{2\pi\sigma y}{\lambda f}\right) du d\sigma, \quad (6)$$

将(4)式和(5)式代入(6)式得到

$$\left. \begin{aligned} I_{F(y)} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n B_n \exp\left(-i \frac{2\pi\sigma y z}{p f}\right), \\ B_n &= \exp\left(i \frac{\pi\lambda z n^2}{p^2}\right) \int t^*(u) t\left(u + \frac{\lambda z n}{p}\right) \exp\left(i \frac{2\pi n u}{p}\right) du. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

本文假定第二块光栅 G_2 为尺寸无限大方波调制相位光栅, 其复振幅透射函数可表示成

$$t(u) = \left[\exp\left(i \frac{M}{2}\right) - \exp\left(-i \frac{M}{2}\right) \right] g(u) + \exp\left(-i \frac{M}{2}\right), \quad (8)$$

式中 M 为光栅 G_2 的相位调制度, $g(u)$ 为(2)式表示的振幅光栅透射函数, 是等间隔 0 或 1 空间分布的二值函数, 显然, 对定域在 $u \in (-\infty, \infty)$ 内的 $g(u)$ 函数有周期平移性质 $1 - g(u) = g[u - (p/2)]$, 根据(2)式将(8)式化简成

$$t(u) = 2c_0 \cos\left(\frac{M}{2}\right) + 2 \sin\left(\frac{M}{2}\right) \sum_{n \neq 0} c_n \exp\left[i \frac{2\pi n u}{p} + i \frac{n^2 \pi}{2}\right], \quad (9)$$

从(2)式看, 上式求和指数 n 除 0 以外的偶数时, 其傅里叶变换系数 $c_n = 0$, ($n \neq 0$) 令 $\cos(M/2) = \sin(M/2)$ 或 $M = (\pi/2)$, 则可得到方波调制相位光栅的复振幅透射函数为

$$\left. \begin{aligned} t(u) &= \sqrt{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(i \frac{2m\pi u}{p} + i \frac{m^2 \pi}{2}\right), \\ c_m &= \frac{\sin(m\pi/2)}{m\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据(10)式计算(7)式得

$$B_n = 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m c_{m+n}^* \exp\left\{i\pi \left[\left(\frac{\lambda z}{p^2} - \frac{1}{2}\right)(n^2 + 2mn)\right]\right\}. \quad (11)$$

对于单位振幅光栅有 $|g(u)|^2 = |g(u)|$, 从而 $\sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m c_{m+n}^* = c_n^*$ 。这样, 当双光栅间距满足

* 在此式及以下各式推导过程中我们省略了常数因子, 这并不影响最后的结果。

$$\frac{\lambda z_j}{p^2} - \frac{1}{2} = j, \quad j=0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

就可得到一个简单的关系式

$$B_n = 2c_n^* \quad (13)$$

将(13)式代入(7)式, 可得出观察面上的光强分布函数 I_F 为

$$I_F(y) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \exp\left(-i \frac{2n\pi y z_j}{pf}\right) \quad (14)$$

将(2)式的 c_n 表示式代入(14)式得

$$I_F(y) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} \right|^2 \exp\left(i \frac{2n\pi y z_j}{pf}\right) \\ = 2 \left\{ \frac{1}{4} + \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \cos\left[2\pi(2k+1) \frac{y z_j}{pf}\right] \right\} \quad (15)$$

(15)式表示高对比度 Lau 条纹强度分布的解析表达式。在方波调制相位光栅情况下, 观察面上光强分布函数与矩型振幅光栅情况类似^[3], 是一系列周期三角波函数, 面上各点的强度值为相应矩型振幅光栅情况下的 2 倍。

三、实验结果

在具体实验中, 我们用扩束后的 He-Ne 激光束投射到旋转着的毛玻璃上来获得准单色空间扩展光源。本实验使用的方波调制相位光栅是将 AZ1350 光刻胶涂在平板玻璃上, 然后用黑白光栅母片接触曝光复制得到的。根据光栅空间频谱特性, 适当控制曝光量及显影时间, 可使相位调制度 M 控制在 $(\pi/2)$ 左右。系统调整完毕后, 借助显微镜, 在观察面上可看出 Lau 条纹呈锯齿状, 如图 2 所示。理论上, 众所周知, Lau 条纹的空间宽度与双光栅间隔距离成反比, 并且不论第二块光栅是振幅型还是相位型光栅, 这个双光栅间距对应了相应的 Talbot 距离。表 1 中的实验数据证实了这一看法。

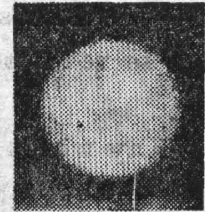


Fig. 2 Lau fringes at the observation plane

近来, 根据 Lau 效应原理设计的测量位相物体的 Lau 干涉仪^[8]以及利用 Lau 效应进行假彩色编码^[9]等方面的应用研究已逐渐为人们所关注。本文对相位光栅 Lau 效应的研究, 也具有一定的理论和实际意义。

Table 1 The fringe width with dependence of various grating separation

grating separation		$s=s_0/2$	$s=s_0$	$s=3s_0/2$	$s=2s_0$
fringe width (mm)	phase grating	1.005	—	0.330	—
	amplitude grating	—	0.4872	—	0.2441

$$s = (p^2/\lambda), \quad p=0.5 \text{ mm}, \quad f=360 \text{ mm}, \quad \lambda=6328 \text{ \AA}$$

参 考 文 献

- [1] 刘立人;《光学学报》,1985, 5, No. 6 (Jun), 481~486.
- [2] K. Paturski; *Opt. Acta*, 1983, 30, No. 6 (Jun), 745~758.
- [3] J. Jahns, A. Lohmann; *Opt. Commun.*, 1979, 28, No. 3 (Mar), 263~268.
- [4] R. Sudol, B. J. Thompson; *Appl. Opt.*, 1981, 20, No. 6 (Mar), 1107~1116.
- [5] G. J. Swanson, E. N. Leith; *J. O. S. A.*, 1985, 2B, No. 6 (Jun), 789~793.
- [6] N. Bolognini *et al.*; *Opt. Acta*, 1985, 32, No. 4 (Apr), 409~422.
- [7] Tu Jinghong; *Opt. Acta*, to be published.
- [8] 刘立人;《物理学报》,1986, 35, No. 12 (Dec), 1556~1566.
- [9] C. Colautti *et al.*; *Opt. Commun.*, 1986, 57, No. 1 (Feb), 16~20.

Lau effect with square wave modulated phase grating

TU JINGHONG, GUO JIARONG AND ZHANG YOUWEN
(*Applied Physics Department, Shanghai Jiao Tong University*)

(Received 27 April 1987; revised 29 May 1987)

Abstract

Based on the partial coherence theory, the Lau effect with square wave modulated phase grating is studied. The theoretically predicted high contrast Lau effect fringes are observed in the experiment.

Key words: phase grating; coherence.