

提高旋转检偏器式椭圆仪准确度的方法

张克奇 严义埏
(中国科学院上海技术物理研究所)

提 要

本文分析了最常见的影响旋转检偏器式椭圆仪准确度的两个因素。提出了改进的测量方法和测量结果的修正公式,提高了测量准确度并为实验所证实。

关键词: 椭圆偏振测量, 偏振光。

一、引 言

椭圆偏振测量以其高精度和高灵敏度而著称,但通常认为具有较高准确度的只有消光式椭圆仪,其它光度式椭圆仪如旋转检偏仪由于光学元件性能的限制测量准确度不是很高,特别是准确度随测量条件的不同而变化,如改变入射角和波长,这样在实际中得到的大量信息有许多是不准确的,使这仪器的优点不易发挥。长期以来,人们对光度式椭圆仪的精度问题进行了比较透彻的研究^[1~3],但对其准确度的研究还未见到有较大的实质性进展。本文旨在讨论影响旋转检偏器椭圆仪准确度的两个重要因素:偏振器旋转时由于像点位移引起的输出光信号畸变和偏振器有限的消光比对准确度的影响。提出了改进的测量方法,计算表明这种方法在很大程度上能克服诸如像点位移带来的准确度偏高;推导了偏振器消光比有限时椭圆参数 ψ 、 Δ 的修正公式。这样就提高了测量准确度,并为实验所证实。

二、基 本 理 论

讨论如图1所示的椭圆仪,它是以光强测量为基础的,其输出光强 I 遵从W. Budd^[4]最先推出的公式

$$I_0 = k_0 + k_1 \cos 2\phi + k_2 \sin 2\phi, \quad (1)$$

其中 ϕ 为检偏器方位角, k_0 、 k_1 、 k_2 为傅里叶系数:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i, & k_1 &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n I_i \cos 2\phi_i, \\ k_2 &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n I_i \sin 2\phi_i, & \phi_i &= 2\pi(i-1)/n_0. \end{aligned} \quad (2)$$

根据 k_0 、 k_1 、 k_2 可以求出椭圆参数 ψ 、 Δ 的表示式:

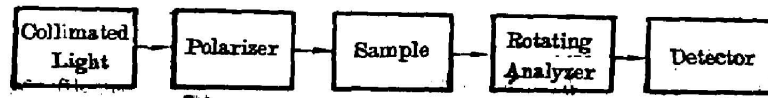


Fig. 1 Schematic diagram of rotating analyzer ellipsometer

$$\operatorname{tg} \psi = \sqrt{\frac{k_0 + k_1}{k_0 - k_1}} |\operatorname{tg} P|, \quad (3-1)$$

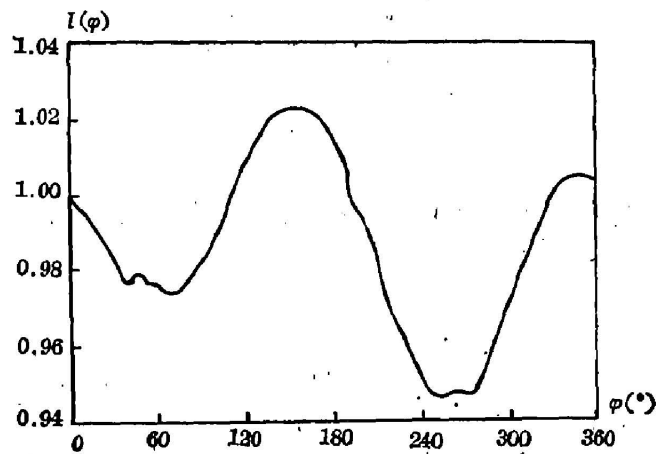
$$\cos \Delta = k_2 / \sqrt{k_0^2 - k_1^2}, \quad (3-2)$$

式中 P 是起偏器方位角。

这种方法是在检偏器旋转一个周期中逐点测出与不同方位角 φ 对应的光强 I , 求出傅里叶系数, 长期以来一直被人们沿用^[5, 6]。应该注意的是: 当探测器和偏振器处于非理想状态时, 这种测量方法的准确度将是比较低的。如何提高旋转检偏器式椭圆仪的准确度, 将是本文要讨论的问题。

三、测量方法的改进

实际偏振器的两个表面并不完全平行, 当它旋转时探测器光敏元件上的像点就会发生移动。如果探测器光敏元件响应率不均匀或面积过小, 将使输出电信号发生畸变。使输出信号发生畸变的因素还有探测器对偏振光的选择性接收和探测器的非线性效应。通过选择优良的元件和严格校准可部分克服这种缺陷。即使这样, 由于它们的影响, 仍很难达到较高的准确度。在红外波段问题尤为严重。图 2 给出了波长 $\lambda = 6.03 \mu\text{m}$, 在光路中无其他偏振元件的情况下作为检偏器的线栅偏振器旋转一周, HgCdTe

Fig. 2 Relative output signal distortion vs azimuth of analyzer at $\lambda = 6.03 \mu\text{m}$

探测器输出信号的相对变化。可以看到, 随检偏器方位角的变化, 输出信号有明显的畸变。如果继续沿用由公式(2)决定的通常的测量方法, 显然将严重影响 ψ 、 Δ 的准确度。

实际上, 式(1)中的傅里叶系数可用最小二乘法拟合求得, 这样, k_0 , k_1 , k_2 就由下式决定:

$$\begin{cases} a_1 k_0 + b_1 k_1 + c_1 k_2 = d_1, \\ a_2 k_0 + b_2 k_1 + c_2 k_2 = d_2, \\ a_3 k_0 + b_3 k_1 + c_3 k_2 = d_3. \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases}
 a_1 = n, & a_2 = \sum_{i=1}^n \cos 2\varphi_i, & a_3 = \sum_{i=1}^n \sin 2\varphi_i, \\
 b_1 = \sum_{i=1}^n \cos 2\varphi_i, & b_2 = \sum_{i=1}^n \cos^2 2\varphi_i, & b_3 = \sum_{i=1}^n \cos 2\varphi_i \sin 2\varphi_i, \\
 c_1 = \sum_{i=1}^n \sin 2\varphi_i, & c_2 = \sum_{i=1}^n \cos 2\varphi_i \sin 2\varphi_i, & c_3 = \sum_{i=1}^n \sin^2 2\varphi_i, \\
 d_1 = \sum_{i=1}^n I_i, & d_2 = \sum_{i=1}^n I_i \cos 2\varphi_i, & d_3 = \sum_{i=1}^n I_i \sin 2\varphi_i, \\
 \varphi_i = \varphi_0 \pm i \cdot \Delta\varphi, & i = 0, 1, 2, \dots, n/2.
 \end{cases} \quad (5)$$

其中 φ_0 是检偏器的起始方位角, $\Delta\varphi$ 是检偏器的采样间隔。

k_0, k_1, k_2 可以通过联解方程 (4) 得到。不难看出, 式 (4) 和 (5) 已经包含了式 (2) 的内容。式 (4) 和 (5) 与式 (2) 的区别在于: 检偏器的采样范围可以任意选择而无需包含一个或二个光学周期 (180° 或 360°)。在一定的采样范围内同样取足够多的点数达到所要求的精度。如果能选择输出信号畸变较小的方位角范围, 或者看看是否能使检偏器在较小的角度范围内采样, 以减小输出信号畸变对准确度的影响。实际测量中难以确定输出信号畸变较小的范围, 比较切合实际的还是探讨第二种方法的可行性。从图 2 可以看出, 任何偏振器方位角变化 10° 范围内的光信号畸变都是很小的 ($<1\%$)。如果在其范围内采集足够多的点, 利用式 (4)、(5) 求出 k_0, k_1, k_2 , 准确度可能会有很大提高。为简单起见, 假定输出光强误差 δI 是系统的唯一误差源, 于是从式 (4)、(5) 就可得到 k_0, k_1, k_2 的误差表示式:

$$\begin{cases}
 a_1(\delta k_0) + b_1(\delta k_1) + c_1(\delta k_2) = \delta d_1, \\
 a_2(\delta k_0) + b_2(\delta k_1) + c_2(\delta k_2) = \delta d_2, \\
 a_3(\delta k_0) + b_3(\delta k_1) + c_3(\delta k_2) = \delta d_3, \\
 \delta d_1 = \sum_{i=1}^n \delta I_i, \quad \delta d_2 = \sum_{i=1}^n \delta I_i \cos 2\varphi_i, \quad \delta d_3 = \sum_{i=1}^n \delta I_i \sin 2\varphi_i.
 \end{cases} \quad (6)$$

由于进行的是准确度分析, 不考虑随机噪声的影响, 只考虑由输出信号畸变所引起的光强变化, 则

$$\delta I_i = \eta(\varphi_i) I_{i0} \quad (7)$$

$\eta(\varphi_i)$ 称之为系统的畸变因子, 它是检偏器方位角 φ 的函数。

在大多数实际情况中可以认为在不太大的方位角范围内 (如 10°) $\eta(\varphi)$ 是 φ 的线性函数, 那么

$$\eta(\varphi) = \eta'(\varphi_0) (\varphi - \varphi_0), \quad (8)$$

其中 $\eta'(\varphi_0)$ 是只与检偏器起始方位角 φ_0 有关的函数。

综合 (7) 和 (8) 式, 在 φ 的变化范围不大时有:

$$\begin{cases}
 \delta d_1 = \sum_{i=1}^n I_i \cdot (\varphi_i - \varphi_0) \cdot \eta'(\varphi_0), \\
 \delta d_2 = \sum_{i=1}^n I_i \cdot (\varphi_i - \varphi_0) \eta'(\varphi_0) \cdot \cos 2\varphi_i, \\
 \delta d_3 = \sum_{i=1}^n I_i (\varphi_i - \varphi_0) \eta'(\varphi_0) \sin 2\varphi_i.
 \end{cases} \quad (9)$$

定义

$$S = \eta'(\varphi_0) [(\delta k_0/\eta'(\varphi_0))^2 + (\delta k_1/\eta'(\varphi_0))^2 + (\delta k_2/\eta'(\varphi_0))^2]^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

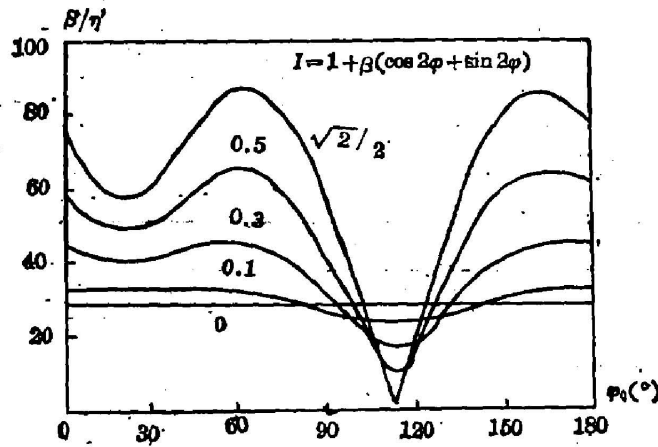


Fig. 3 S/η' vs initial azimuth of analyzer ϕ_0 for $\beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, 0.5, 0.3, 0.1, 0. n=20, \Delta\phi=0.5^\circ$

则 $S/\eta'(\phi_0)$ 与 $\eta'(\phi_0)$ 无关, 以它来作为对由输出信号畸变所引入的系统误差的综合评价函数。

图 3 给出了 S/η' 随检偏器起始方位角的变化曲线, 可以看出: (1)任何情况下最佳检偏器起始方位角等于输出椭圆偏振光短轴的方位角, 即对应于输出光强最小处。(2)在最佳 ϕ_0 位置, 系统误差还与偏振光的特性有关, 它随着输出椭圆偏振光椭圆度的减小而增大, 如图 4 所示。因此, 测量必须避免在椭圆度较小的情况下进行。对旋转检偏器式椭圆仪, 这一点很易实现。根据 (3-1) 式, 可以调节起偏器方位角 P 来改变输出椭圆偏振光的长轴与短轴之比。

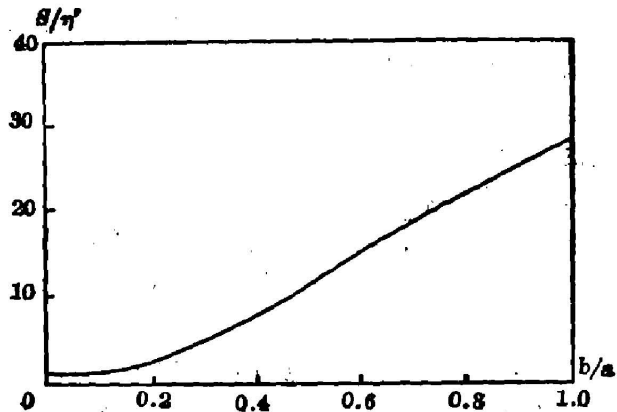


Fig. 4 Variation of S/η' vs. the ratio of minor and major axis of output elliptic polarized light at optimum initial azimuth of analyzer

综上所述, 改进的测量方法的步骤是: (1)调节起偏器方位角, 以合理选择输出椭圆偏振光的椭圆度; (2)设置检偏器起始方位角, 使其对应于光强最小处; (3)控制检偏器使其在较小的角度范围内采样。应该指出的是: 将检偏器起始方位角设置在光强最小处非常重要, 否则难以得到好的结果。

下面给出一个实例来说明当输出信号有畸变时两种方法带来的系统误差。假定光信号畸变遵从 $\eta(\phi) = 1 - 0.04 \cos \phi$, 待测量的椭圆偏振光服从 $I = 1 + \beta \sin 2\phi$, 其中 β 是与椭圆度有关的量。其计算结果列于表 1。

从表 1 看到, 与传统方法相比, 用改进的方法后, 准确度都有不同程度提高, 并且随输出偏振光椭圆度的增大而增加。

Table 1 Calculated results of two different methods

	β	$\psi(^{\circ})$	$\Delta(^{\circ})$	$\psi_{ideal}(^{\circ})$	$\Delta_{ideal}(^{\circ})$	$\delta\psi(^{\circ})$	$\delta\Delta(^{\circ})$	
traditional method	1	44.739	10.290	45	0	-0.261	10.290	
	0.8	44.779	38.964	45	36.870	-0.231	2.094	
	$\varphi_0=180^{\circ}$	0.5	44.833	61.925	45	60.000	-0.162	1.925
	$\Delta\varphi=5^{\circ}$	0.2	44.897	80.394	45	78.463	-0.103	1.931
	$n=72$	0	44.936	91.944	45	90.000	-0.064	1.944
improved method	1	45.004	0.089	45	0	0.004	0.089	
	0.8	45.032	36.903	45	36.870	0.032	0.033	
	$\varphi_0=180^{\circ}$	0.5	45.200	60.122	45	60.000	0.200	0.122
	$\Delta\varphi=0.5^{\circ}$	0.2	45.318	78.729	45	78.463	0.318	0.266
	$n=20$	0	45.398	90.403	45	90.000	0.398	0.403

四、偏振器消光比对准确度的影响及其修正方法

首先定义偏振器的复透射比: $\alpha = t_{\perp}/t_{\parallel} = |\alpha|e^{i\theta}$, 它是光矢量垂直和平行于偏振器透光轴的复透射系数 t_{\perp} 与 t_{\parallel} 之比。它与偏振器消光比 R 的关系为: $R = 1/2|\alpha|^2$ ($|\alpha|^2 \ll 1$)。对于线栅偏振器, δ 一般接近 -90° 。

当偏振器消光比有限时, 测量公式将发生变化。下面分两个方面讨论 $\alpha \neq 0$ 时对测量准确度的影响。

1. $\alpha \neq 0$ 对 ψ 、 Δ 的影响

在这种情况下, 起偏器产生的偏振光经样品反射后的光矢量:

$$E = \begin{bmatrix} r_p(\cos P - \alpha_p \sin P) \\ r_s(\sin P + \alpha_p \cos P) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r'_p \\ r'_s \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中 r_p 和 r_s 分别是样品对 p 偏振光和 s 偏振光的振幅反射系数。根据(11)式, 可以证明, 在偏振器消光比有限时, 样品实际的椭圆参数 ψ 、 Δ 与实测到的椭圆参数 ψ' 、 Δ' 有如下关系:

$$\operatorname{tg} \psi = (\operatorname{tg} \psi' / \xi) \cdot |\operatorname{tg} P|, \quad (12-1)$$

$$\Delta = \Delta' - \varepsilon, \quad (12-2)$$

$$\text{其中 } \xi = \sqrt{\frac{1-2|\alpha_p| \cdot \operatorname{tg} P \cdot \cos \delta_p + |\alpha_p|^2 \operatorname{tg}^2 P \cdot \sin^2 \delta_p}{\operatorname{tg}^2 P + 2|\alpha_p| \operatorname{tg} P \cdot \cos \delta_p + |\alpha_p|^2 \cdot \sin^2 \delta_p}} \cdot |\operatorname{tg} P|,$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = -\frac{|\alpha_p| \operatorname{tg} P \cdot \sin \delta_p}{1 - |\alpha_p| \operatorname{tg} P \cdot \cos \delta_p}, \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{|\alpha_p| \sin \delta_p}{\operatorname{tg} P + |\alpha_p| \cos \delta_p}.$$

图5和图6是在 $\delta_p = -90^{\circ}$ 时 ξ 和 ε 与起偏器消光比的关系。它表明起偏器消光比不高主要引入 Δ 的测量误差, 并且, 从式(12)式看到, 引入的误差是不随样品特性而变的。

2. $\alpha \neq 0$ 对 k_0 、 k_1 、 k_2 的影响

理想检偏器检测到的偏振光光强服从(1)式, 但当 $\alpha \neq 0$ 时, 它检测到的光强将会发生变

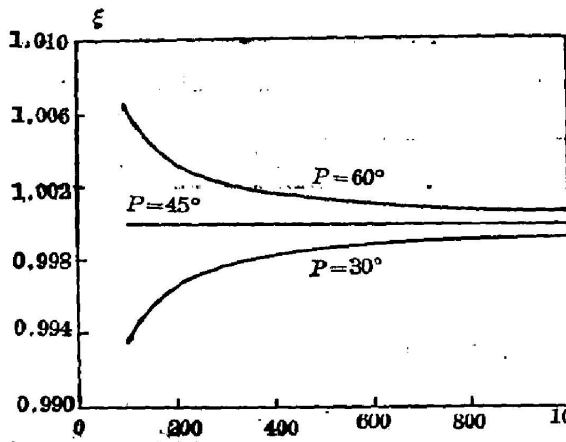


Fig. 5 Relative errors of $\operatorname{tg} \psi$ induced by limited extinction ratio of polarizer at $\delta_p = -90^\circ$

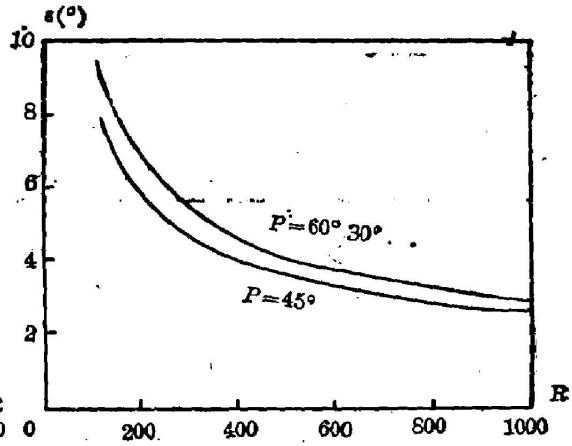


Fig. 6 The errors of Δ induced by limited extinction ratio of polarizer at $\delta_p = -90^\circ$

化:

$$\begin{aligned} I &= k_0(1 + |\alpha_A|^2) + k_1(1 - |\alpha_A|^2) \cos 2\varphi + k_2(1 - |\alpha_A|^2) \sin 2\varphi \\ &= k'_0 + k'_1 \cos 2\varphi + k'_2 \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式说明检偏器不理想会使测量到的傅里叶系数发生变化,其正确值应为

$$k_0 = \frac{k'_0}{1 + |\alpha_A|^2}, \quad k_{1,2} = \frac{k'_{1,2}}{1 - |\alpha_A|^2}. \quad (14)$$

由此,我们就可以根据式(12)和式(14)对由有限的偏振器消光比引入的系统误差进行修正。

五、实 验

实验是在如图 1 所示的宽波段红外自动椭圆仪上进行的。其中的偏振元件和探测元件分别是线栅偏振器和 HgCdTe 探测器。取空气为样品,入射角 $\theta_1 = 90^\circ$, 即椭圆仪处于“直对”状态。这时样品的椭圆参数是已知的, $\psi = 45^\circ$, $\Delta = 0^\circ$ 。

表 2 给出了椭圆仪在“直对”状态下用两种不同方法测出的 ψ 和 Δ 值。可以看出,用了新改进的方法后,准确度有显著提高。但即使用了新方法, Δ 仍偏离 0° 较远,我们认为误差主要是由于偏振器的消光比不够高带来的。表 3 给出了表 2 中的数据经式(12)和(14)修正后的 ψ 、 Δ 值,它们已经十分接近理论值了,其误差在该装置的精度范围内。

Table 2 Experimental results of two different methods at $\lambda = 6.03 \mu\text{m}$

	$\varphi_0(^{\circ})$	$\Delta\varphi(^{\circ})$	n	$P(^{\circ})$	k_0	k_1	k_2	$\psi(^{\circ})$	$\Delta(^{\circ})$
traditional method	180	5	72	45	1.0016	0.0167	0.8990	45.48	26.14
improved method	130	1	11	45	1.3604	-0.0052	1.3522	44.89	6.21

Table 3 Corrected results considering the limited extinction ratio of the polarizer and analyzer
 $\lambda=6.03\ \mu\text{m}$, $E=230$, $\delta_p=-90^\circ$

	k'_0	k'_1	k'_2	k_0	k_1	k_2	$\psi'(^{\circ})$	$\Delta'(^{\circ})$	ϵ	$\epsilon(^{\circ})$	$\psi(^{\circ})$	$\Delta(^{\circ})$
uncorrected	1.3604	-0.0052	1.3522	—	—	—	—	—	—	—	44.89	6.21
corrected	1.3604	-0.0052	1.3522	1.3574	-0.0052	1.3551	44.89	3.33	1	5.34	44.89	-2.01

六、结 论

当输出信号畸变是影响旋转检偏器式椭圆仪准确度的主要因素时, 通过选择起偏器方位角、检偏器起始方位角及检偏器的采样方位角范围能够使 ψ 、 Δ 的准确度有显著提高; 同时, 要使旋转检偏器式椭圆仪能够得到高的准确度, 必须十分注意偏振器消光比不高带来的影响, 尤其是起偏器引入的相位误差 ϵ , 但可用本文给出的公式予以修正。

参 考 文 献

- [1] D. E. Aspnes; *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**, No. 5 (May), 639.
- [2] G. Vuye; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 16 (Aug), 2968.
- [3] D. Charlot; *Appl. Opt.*, 1985, **24**, No. 20 (Oct), 3368.
- [4] W. Budde; *Appl. Opt.*, 1962, **1**, No. 3 (May), 201.
- [5] D. E. Aspnes; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, No. 1 (Jan), 220.
- [6] S. Kawabata; *J. Opt. Soc. Am.*; 1984, **1**, No. 7 (Jul), 706.

Method of improving accuracy of rotating analyzer ellipsometer

ZHANG KEQI AND YAN YIXUN

(Shanghai Institute of Technical Physics, Academia Sinica)

(Received 11 May 1987)

Abstract

Two effects which exist normally in rotating analyzer ellipsometer and decrease the measurement accuracy are analyzed in this paper. The improved measuring method and corrective formula for the measured results are given. By means of these procedures, the improvement of its accuracy is obvious and has been confirmed by the experiment.

Key words: ellipsometry; polarized light.