

谱衍射干涉的计算模拟

黄洪欣 刘立人 王之江
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文提出谱衍射干涉的计算模拟方法。着重讨论了谱为几何图案时的干涉现象,得到干涉场强正比于物体沿图案路径的线积分。根据实验观察用二次位相函数来近似模拟酒精灯火焰的位相延迟,相应计算了几种特殊谱分布的衍射干涉强度分布,得到与实验相一致的结果。本文还讨论了几种特殊谱衍射干涉的特点,得到了一些结论。

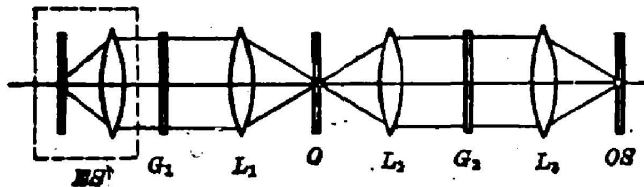
关键词: 谱衍射干涉仪,几何图案谱,均化场强。

从对位相体的研究已发展了许多干涉方法^[1,2],所得到的干涉形式,本质上只有绝对干涉和剪切干涉两种。绝对干涉是原物波与引入的参考波的干涉,干涉条纹直接与等相位线相联系。剪切干涉是原物波及其经横向、径向或旋转剪切后物波的干涉,干涉条纹联系着位相的偏微分。作者在文献[3]中曾提出谱衍射干涉仪,这是一种全新原理的多通道干涉仪,它既能产生绝对干涉和剪切干涉,也能产生其它形式的干涉,只需变换傅里叶衍射谱不同的编码栅。以前重点讨论了编码栅的合成方法^[4,5],通过实验中得到一些特殊编码栅的谱衍射干涉形式,验证该方法的可行性。但是对得到的干涉形式并没有直观的认识,对特定的相位体合成谱的设计缺乏一定的依据。为此,本文提出用计算机模拟计算的方法,使之对谱衍射干涉更全面的了解,也为编码栅的设计提供参考。

本文首先对谱衍射干涉的积分公式进行讨论,得到在几何图案谱下,像点场强正比于物体沿图案路径的线积分。然后提出用二次位相函数来模拟火焰位相分布。在此基础上,计算和讨论了几种特殊谱的干涉强度分布,并与实验进行了分析对比。

一、积分公式讨论

图1是典型的谱衍射干涉的结构图,其中方框部分产生扩展非相干照明。根据文献[3],像点场强正比于系统的合成谱和物体的相关积分,即



$$E(x, y; \lambda) = \iint G_s(\alpha, \beta) O(x+\alpha, y+\beta) d\alpha d\beta, \quad (1)$$

Fig. 1 Basic configuration of S-D-I.

这里 $G_s(\alpha, \beta)$ 是系统的合成谱函数,它等于两编码栅的傅里叶谱之积。谱衍射干涉仪中,合成谱设计成几何图案形状, G_s 可表

示成带参数的 δ 函数, 即

$$G_s(\alpha, \beta) = \delta(\alpha - l_x, \beta - l_y), \quad (2)$$

式中 $(l_x, l_y) \in \bar{L}$, \bar{L} 表示该图案点的集合。将 (2) 式代入 (1) 式得到像点场强正比于沿图案路径的线积分, 即

$$E(x, y; \lambda) = \int_L O(x+l_x, y+l_y) dl = \int_L \exp[i\varphi(x+l_x, y+l_y)] dl, \quad (3)$$

其中 $\varphi(x, y)$ 是位相体的位相函数。(3) 式的物理意义表示, 像点场强只与以共轭物点为中心的谱图案路径上物点有关。对于不同的像点, 对应于编码栅谱在物面的位置不同, 被物体经受不同的位相延迟, 因而出现亮度的变化。像点亮度显然为

$$I(x, y; \lambda) = E(x, y; \lambda) E^*(x, y; \lambda), \quad (4)$$

考虑到复色光照明, 上式对光源的光谱发射积分

$$I(x, y) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} s(\lambda) I(x, y; \lambda) d\lambda, \quad (5)$$

这里 $s(\lambda)$ 为光源的光谱发射系数, λ_{\max} 和 λ_{\min} 分别为最大和最小可视波长。由于不同波长下编码栅的傅里叶衍射谱大小不同, 物体的位相延迟也随波长而改变, 因此, 在白光照明下将出现彩色干涉条纹。

下面讨论二种特殊合成谱的干涉形式

1. 多个孤立点谱

设合成谱是由 N 个孤立点构成

$$G_s(\alpha, \beta) = \sum_{n=1}^N \delta(\alpha - p_n, \beta - q_n), \quad (6)$$

则像点场强和像点强度分别为

$$E(x, y; \lambda) = \sum_{n=1}^N \exp[i\varphi(x+p_n, y+q_n)], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} I(x, y; \lambda) &= E(x, y; \lambda) E^*(x, y; \lambda) \\ &= 2 \sum_{n=2}^N \sum_{k=1}^{n-1} \cos[\varphi(x+p_n, y+q_n) - \varphi(x+p_k, y+q_k)] + N, \end{aligned} \quad (8)$$

(8) 式表明干涉形式相当于 $[N(N-1)/2]$ 个剪切干涉的强度叠加, 当这些点是平面分布时, 它综合了 $[N(N-1)/2]$ 个剪切方向的信息。

2. 直线谱

如果合成谱为与水平轴夹角的直线谱, 则

$$E(x, y; \lambda) = \int_{-L/2}^{L/2} \exp[i\varphi(x+l \cos \theta, y+l \sin \theta)] dl, \quad (9)$$

式中 L 为线谱长度。写成极坐标形式, 且当 $\psi = \theta$ 时, 则

$$E_1(r, \theta; \lambda) = \int_{-(L/2)+r}^{(L/2)+r} \exp[i\varphi(l_1 \cos \theta, l_1 \sin \theta)] dl_1. \quad (10)$$

当 L 大于或等于物体在 θ 方向线度 D 的 2 倍时, 上式可化为

$$E_1(r, \theta; \lambda) = L - D + \int_{-D/2}^{D/2} \exp[i\varphi(l_1 \cos \theta, l_1 \sin \theta)] dl_1, \quad (11)$$

(11) 式与 r 无关, 它表示当物体沿该线谱方向发生位移时, 干涉条纹是不变的。

二、数值解法

1. 积分方程的数值解法

(3)式的线积分可以化为通常的一维积分来计算。设几何图案是由 Q 条连续曲线

$$l_{q,y} = f(l_{q,x}), \quad (q=1, 2, \dots, Q) \quad (12)$$

构成。则(3)式可化为

$$\begin{aligned} E(x, y; \lambda) &= \sum_q \int_{L_q} \exp[i\varphi(x+l_{q,x}, y+l_{q,y})] dl_q \\ &= \sum_{q=1}^Q \int_{a_q}^{b_q} \exp[i\varphi(x+l_{q,x}, y+f(l_{q,x})) \sqrt{1+f'^2}] dl_{q,x}, \end{aligned} \quad (13)$$

用数值积分表示

$$E(x, y; \lambda) = \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_q} \exp\{i\varphi[x+a_q+n\Delta x, y+f(a_q+n\Delta x)]\} \Delta x, \quad (14)$$

式中 $\Delta x = [(b_q - a_q)/N_q]$, (14)式除以曲线总长度就得到归一化的像点场强函数,一般地可表示为

$$E(x, y; \lambda) = A(x, y) \exp[i\bar{\varphi}(x, y)], \quad (15)$$

式中 $\bar{\varphi}(x, y)$ 代表了相位体引起的等效位相延迟,实际上也代表物体沿图案路径的均化。

当采用同轴计算机全息图合成编码栅时,合成谱除了包含所希望的几何图案外,还包含衍射零级,(15)式必须附加衍射零级谱的贡献。

$$E(x, y; \lambda) = \exp[i\varphi(x, y)] + kA(x, y) \exp[i\bar{\varphi}(x, y)], \quad (16)$$

式中 k 是全息图的衍射系数。像点强度

$$\left. \begin{aligned} I(x, y; \lambda) &= 1 + M \cos[\varphi(x, y) - \bar{\varphi}(x, y)], \\ M &= \frac{2kA(x, y)}{1 + k^2 A^2(x, y)}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中 M 代表了条纹的调制度。可见,此时的干涉相当于原物波与沿图案路径均化物波的干涉。

2. 火焰模拟

为了便于与实验比较,选择酒精灯火焰来计算模拟,其模拟函数必须能恰当地反映火焰的位相分布。观察火焰的干涉图[见图 2(b)]发现灯芯上部很象是二次位相因子产生的。因此,采用如下的位相分布来代表火焰的位相分布。

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} a[1 - (x^2/R^2)], & |x| \leq R, y > -kO|x| \\ a[1 - (y^2/S^2)], & |x| \leq R, -S \leq y \leq -kO|x| \\ 0, & \text{其它,} \end{cases} \quad (18)$$

式中 $S = R \cdot kO$ 。这个位相分布除能恰当地代表火焰的位相分布外具有这样的特点:在整个物平面上位相分布是连续的,但位相梯度存在不连续区域,它有助于观察梯度突变处的谱衍射干涉图分布,观察不连续处的均匀效果。

用计算机模拟了这一相位体的干涉图,得到如图 2(a)所示的结果。比较图 2 的 (a) 和 (b),它们是很相似的。

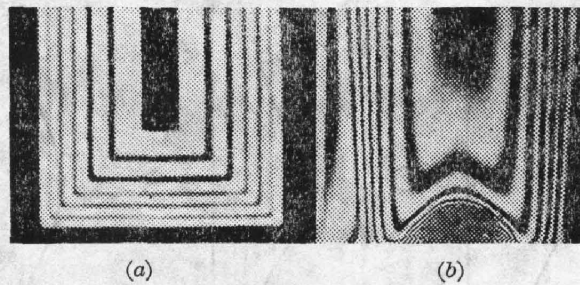


Fig. 2

(a) The interferogram of an alcohol-lamp flame; (b) The interferogram of a simulant flame

三、结果和分析

图 3 和图 4 是根据前面火焰模拟相位体计算的六种对称合成谱衍射干涉强度沿水平方向的分布,为与常规的干涉相比较,图中也给出了绝对干涉和剪切干涉的强度分布。计算时取火焰宽度 20 mm,中心与边界总的位相变化相当于 6 个波长。谱的大小 0.9×0.9 mm,这相当于 51/mm 的光栅在 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $f = 180$ mm 时 +1 和 -1 级衍射间距。取 $k = 1/3$,即全息图的一级衍射系数为 33.3%。在绘制绝对干涉图和剪切干涉图时,假设 2 波振幅之比也为 1/3。

由图 3 可知,谱衍射干涉法条纹数显著减少,这是由于沿谱路径物体均化的结果,这有利于白光照明下出现彩色条纹。三点剪切干涉(图 3(c))实际上是三个二点剪切干涉的强度叠加,由于各点的幅值不同,叠加权重不同,故其形状与二点剪切相似,反在三点剪切到二点剪切的转变区(即火焰的边界区)表现出可分辨的差异。水平线对谱(图 3(d))使物体沿水平方向均化,因而条纹减少。垂直线对谱(图 3(e)),在灯芯上面由于位相分布不依赖于 y ,故它完全等价于三点剪切干涉。方框谱(图 3(f))和十字线谱(图 3(g))是由垂直线谱和水平线谱组成,它的强度分布综合了水平和垂直谱的特性,总的效果与它们分别作用时的平均近似。用圆谱(图 3(h))近似于水平直线谱的情况,这是因为虽然均化路径不同,但路径上存在同位相的对应点。在位相突变处(图 4)绝对干涉和剪切干涉也存在明显的突变,而十字线谱,平行线谱、方框谱和圆谱由于均化效果基本上消除了突变。这些分析与图 3 和图 4 所示的一致。图 3 也说明了实验观察到的同一火焰的谱衍射干涉的条纹数很少的现象^[5]。

四、讨 论

谱衍射干涉场强实质上是沿谱图案路径的均匀场强。不同的像点,对应于谱在场面的中心不同,因而出现均化场强的不同。均化场强除与物体有关外,显然还与谱的形状和谱的紧凑程度有关,这就导致不同的谱产生不同的干涉形式。一般地谱越紧凑,均化程度越强,灵敏度也越低,但它特别适用研究强变化相位体。对于本文讨论的六种合成谱,十字线谱最紧凑,灵敏度也最低。

圆谱实质上是沿圆周均化,具有旋转不变性,即当物体以物点为中心旋转时共轭像点的

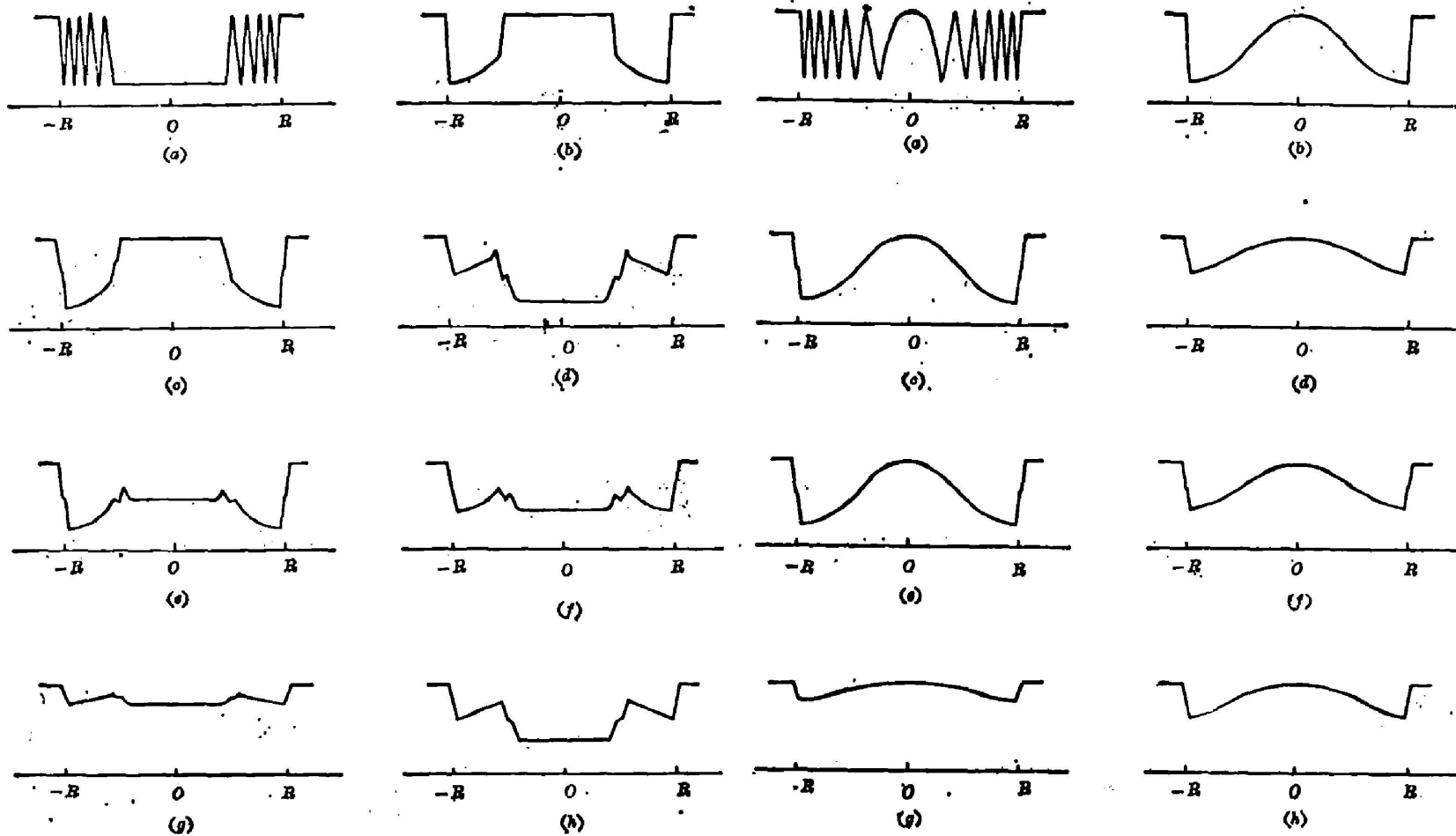


Fig. 3 The distribution of intensity of the simulant flame. $YO=5.0$,
 $NW=6$, $DD=0.45$

Fig. 4 See Fig. 3 ($YO=-2.5$, $NW=6$, $DD=0.45$) $YO=-2.5$,
 $NW=1$, $DD=0.45$

(a) absolute interference, (b) shearing interference, (c) with the spectrum of a pair of points, (d) with the spectrum of a pair of horizontal short lines, (e) with the spectrum of a pair of vertical short lines, (f) with the spectrum of a check, (g) with the spectrum of a cross, (h) with the spectrum of a circle.

光强是不变的,故圆谱的衍射干涉是一种完全无方向性的干涉。利用这种无方向性,可进行旋转不变的模式识别。平行线谱实质上是一种均化剪切干涉,即物体沿线的方向均化,但在垂直于此方向发生剪切干涉。方框谱综合了水平线对谱和垂直线对谱的特点,同时在两个方向上均化和剪切,故它包含了较多的信息量。另外,方框谱具有四条反演不变的对称轴,因此干涉图也具有这些反演不变性。

作者认为可以设计其它形式的谱,以实现特殊的干涉形式,如两同心圆谱实现了沿圆周的均化和径向剪切干涉。所有这些干涉形式丰富了光学信息处理的内容,可以应用于光学横式识别^[6]。

参 考 文 献

- [1] D.马拉卡拉主编,白国强等译;《光学车间检验》,(机械工业出版社,1983年8月),92~191。
- [2] O. M. 维斯特著,樊雄文等译;《全息干涉度量学》,(机械工业出版社,1984年7月),282~341。
- [3] 刘立人;《光学学报》,1984,4, No. 11 (Nov), 970~978。
- [4] 刘立人;《中国激光》,1985,12, No. 11 (Nov), 641~647。
- [5] 刘立人,黄洪欣,王之江;《光学学报》,1986,6, No. 11 (Nov), 988~996。
- [6] 刘立人,黄洪欣,王之江;《1986年北京国际全息应用会议文集》,(科学出版社,北京,1986),254~255。

The spectrum diffraction interferometer with computer simulation

HUANG HONGXIN, LIU LIREN AND WANG ZHILIANG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 17 April 1987; revised 17 August 1987)

Abstract

The computer simulation for spectrum diffraction interferometer (S-D-I) is proposed. The S-D-I with spectrum of geometric pattern is discussed, and the intensity is directly relative to the line-integral along the track of the pattern. According to the experiment, we proposed a parabola model of an alcohol-lamp flame, thus the distribution of interference fringe of the flame can be calculated with a computer, and the result is identical with the experiment. We also discuss the nature of S-D-I with some special spectra, and a few valuable conclusions are obtained.

Key words: spectrum diffraction interferometer; spectrum of geometric pattern; averaging field intensity.