第8卷 第3期　　光 学 学 报　　Vol. 8, No. 3
1988年3月　　ACTA OPTICA SINICA　　March, 1988

光纤中稳态受激喇曼散射弧波研究

徐忠德　杨傅子　方俊鑫
(上海交通大学应用物理系)

提　要

本文给出了描述光纤中受激喇曼散射过程的方程，通过对这些方程的讨论，得到了在稳态受激喇曼散射过程中可以存在弧波解的结论。这一理论可用于超短脉冲的产生。

关键词：弧波，光纤，受激喇曼散射。

理论[1]和实验[2]已经证明：当泵浦脉冲或斯托克斯脉冲的弛豫时间远小于介质基本激发波的弛豫时间时，受激喇曼散射过程可以产生弧子。低损耗长距离光纤为我们直接观察和研究受激喇曼散射过程中的弧波提供了良好的条件。但是由于作为凝聚态物质的光纤其基本激发波的弛豫时间极短(T_2~0.1 ps)，因此，实验上就很难在光纤中观察瞬态受激喇曼散射弧波。

本文讨论了当泵浦脉冲和斯托克斯脉冲的弛豫时间远大于介质基本激发波的弛豫时间时，光纤中受激喇曼散射过程中的弧波，并对这一理论的应用进行了讨论。

一、描写光纤中受激喇曼散射过程的方程

光纤是一个特殊的，具有一定边界的非晶凝聚态物质系统。光纤中的受激喇曼散射问题实际上是光纤中的导波场与光纤介质系统的非线性相互作用问题。

光纤中的导波场是强度在横向具有一定分布的准一维单色行波场，其宏观表示式为

$$\phi(\boldsymbol{r},\ t)=\frac{e}{2}\{\phi(z,\ t)\phi(\boldsymbol{r})\exp[-i(\omega t-qz)]+c.c.\},\tag{1}$$

其中ω表示频率，q表示导波场的传播常数，$\phi(\boldsymbol{r})$为导波场在光纤横截面方向上的分布函数，z 表示导波场沿光纤传播方向的坐标。

如果我们将讨论限制在无规网络结构起主导作用的材料构成的光纤中，那么就可将光纤介质系统看成是一个包括系统各集体振动态能级和电子态能级的多能级系统。由于受激喇曼散射过程是一个共振相互作用过程，泵浦导波场与斯托克斯导波场的频率之间须满足关系式$\omega_p-\omega_s=\Omega$。假设$|1\rangle$为系统集体振动基态；$|2\rangle$为能量是$\hbar\Omega$的系统集体振动激发态；$|r\rangle$，($r=3,\ 4\cdots$)为其余各态，其相应能量为$\hbar\Omega_j$，($j=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)，这样在偶极近似下，系统的相互作用哈密顿量为：$H_i=-d\phi(\boldsymbol{r},\ t)$。$d$ 为偶极算符。光纤系统受到导波场的扰动后会改变状态。用自由哈密顿本征态展开并设态$|1\rangle$和态$|2\rangle$与偶极跃迁无关，而且在某一态$|r\rangle$上的几率又非常小(非共振受激喇曼散射情况)；忽略固有偶极矩，则解薛定谔方程变为解一个含时微扰问题，从而解得

收稿日期：1987年3月30日；收到修改稿日期：1987年8月5日

$$\dot{\beta}_q = i\sum_{F,r}\{\phi_F \exp[i(\Omega_{q,r}-\omega_F)t]+\phi_F^* \exp[i(\Omega_{q,r}+\omega_F)t]\}k_{q,r}^F\beta_r, \tag{2}$$

$$\dot{\beta}_r = i\sum_{F,q}\{\phi_F \exp[i(\Omega_{q,r}-\omega_F)t]+\phi_F^* \exp[i(\Omega_{q,r}+\omega_F)t]k_{r,q}^F\beta_q, \tag{3}$$

式中 $\beta_{q,r}$ 为导波态在各本征态上的展开系数; $q=1, 2$; $r=3, 4, \cdots$; $\Omega_{r,q}=-\Omega_{q,r}=\Omega_r-\Omega_q$; 下标 $F=p$, s 分别表示泵浦和斯托克斯导波场; $k_{q,r}^F=(1/2\hbar)d_{q,r}e_F$; $\phi_F=\phi_F(z, t)\phi_F(\boldsymbol{r})\exp(q_F, z)$, 其中 $\Omega_{21}=\Omega_2-\Omega_1=\omega_p-\omega_s$。 对(3)式积分并略去所有慢变项, 代入(2)式, 在只考虑正一级斯托克斯导波场情况时, 展开并略去快速振荡项, 化简得

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\beta}_1=-i(B_1^p|\phi_p|^2+B_1^s|\phi_s|^2)\beta_1+ik\phi_s\phi_p^*\beta_2,\\
&\dot{\beta}_2=-i(B_2^p|\phi_p|^2+B_2^s|\phi_s|^2)\beta_2+ik\phi_p\phi_s^*\beta_1,\\
&B_q^F=\sum_r\frac{\partial\Omega_{r,q}}{\omega_F^2-\Omega_{r,q}^2}|k_{q,r}^F|^2,\ (q=1,\ 2);\ k=\sum_r\left(\frac{k_{1r}^p k_{r2}^s}{\Omega_{r2}-\omega_p}+\frac{k_{1r}^s k_{r2}^p}{\Omega_{r2}+\omega_p}\right)。
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

令 $\sigma_{11}=N|\beta_1|^2$; $\sigma_{22}=N|\beta_2|^2$; $\sigma_{12}=\sigma_{21}^*=N\beta_1\beta_2^*\exp[i(q_p-q_s)z]$。其中 N 为光纤中实际参与过程作用的有效电子数密度, 即单位体积内的有效电子数。由(4)式可得

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\sigma}_{11}=-ik\phi_p\phi_s^*+c.c.,\\
&\dot{\sigma}_{22}=ik\phi_p\phi_s^*+c.c.,\\
&\dot{\sigma}_{12}=i[(B_2^p-B_1^p)|\phi_p|^2+(B_2^s-B_1^s)|\phi_s|^2]\sigma_{12}+i\phi_s\phi_p^*k(\sigma_{22}-\sigma_{11})。
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

引入导波场归一化密度: $I_F=\psi_F\psi_F^*$, 则有

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_F=\left(\frac{\varepsilon_0 cn_F}{2\hbar\omega_F}\right)^{1/2}\phi_F,\ K=\frac{2\hbar}{\varepsilon_0 c}\left(\frac{\omega_p\omega_s}{n_p n_s}\right)^{1/2}k,\\
&b_q^F=\frac{\hbar\omega_F}{\varepsilon_0 cn_F}B_q^F,\qquad b_{21}^F=b_2^F-b_1^F,
\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

式中 n_F 为光纤介质折射率; c 为真空中的光速, $\hbar$ 为普朗克常数。由于光纤介质是非晶凝聚态物质, 分子间有着紧密的关联, 热效应等各种内部扰动会引起系统基本激发态的弛豫。所以引入纵向弛豫时间 T_1 和横向弛豫时间 T_2, 它们分别表示系统基本激发态的寿命和失相时间。这样方程(5)可写成

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\sigma}_{11}=T_1^{-1}(\sigma_{11}^0-\sigma_{11})-(i\psi_p\psi_s^*\sigma_{12}+c.c.)K,\\
&\dot{\sigma}_{22}=T_1^{-1}(\sigma_{22}^0-\sigma_{22})-(i\psi_p\psi_s^*\sigma_{12}+c.c.)K,\\
&\dot{\sigma}_{12}=T_2^{-1}\sigma_{12}+i(b_{21}^p|\psi_p|^2+b_{21}^s|\psi_s|^2\sigma_{12}+i(\sigma_{22}-\sigma_{11})\psi_s\psi_p^*K,
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中的 σ_{11}^0 和 σ_{22}^0 分别表示热平衡, 无导波场时的 σ_{11} 和 σ_{12}。而 σ_{11} 和 σ_{22} 则分别表示系统集体激发波的基态和激发态的占据几率; 而 σ_{12} 则与因状态的混合所引起的极化相关。(7)式就是描述受激喇曼散射过程中光纤系统的状态方程。

计入非线性效应, 麦克斯韦方程可写成

$$\nabla^2\phi_F(\boldsymbol{r},\ t)-\frac{\partial^2}{\partial t}\left[\frac{n_F^2}{c}\phi_F(\boldsymbol{r},\ t)\right]=\frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\boldsymbol{P}^{(n,l)}。 \tag{8}$$

将(1)式代入并作振幅慢变近似得

$$\left.\begin{aligned}
&Q_F\phi_F=\frac{i\omega_F}{2\varepsilon_0 cn_F}\boldsymbol{P}_F^{(n,l)},\\
&Q_F=\frac{q_F}{k_F}\frac{\partial}{\partial z}+k_F'\frac{\partial}{\partial t}+[(\Delta_\perp^2-q_F^2+k_F^2)/2ik_F],
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

其中 $k_F'=(\partial k_F/\partial\omega_F)$; $k_F''=(\partial^2 k_F/\partial\omega_F^2)$。又偶极的期望值为 $\langle\boldsymbol{d}\rangle=\sum_{q,r}[\boldsymbol{d}_{q,r}\beta_r\beta_q^*\exp(i\Omega_{q,r}t+$

$c.c)]$，极化强度矢量为：$\boldsymbol{P}=N\langle\boldsymbol{d}\rangle$，在光纤中：$\boldsymbol{P}=(1/2)\sum_F\{e\boldsymbol{P}_F(\boldsymbol{r},t)\exp[i(q_Fz-\omega_Ft)+c.c)]$。而(8)式中的 $\boldsymbol{P}_F^{(n,l)}$ 是 $\boldsymbol{P}_F$ 的慢变振幅 $\boldsymbol{P}_F(\boldsymbol{r},t)$ 的非线性部分。将(2)、(3)、(7)式代入并略去高频项及线性部分，取偏振单位矢上的投影展开化简，并略去喇曼能级的激发得到

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\sigma}_{12}=-T_2^{-1}\sigma_{12}-iKN\psi_s\psi_p^*,\\&Q_p\psi_p=iK\sigma_{21}\psi_s,\\&Q_s\psi_s=iK\sigma_{12}\psi_p。\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

如果我们不考虑光纤介质的横向色散，则导波场的横向分布函数满足方程

$$(\nabla_\perp^2+p_F^2+k_F^2)\psi_F(\boldsymbol{r})=0,\tag{11}$$

代入(10)式并乘上适当的因子积分化简可得

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\psi_0}{\partial t}=-T_2^{-1}\psi_0-\beta_0\psi_p\psi_s^*,\\&\frac{\partial\psi_p}{\partial t}+V_p\frac{\partial\psi_p}{\partial z}=\beta_p\psi_0\psi_s,\\&\frac{\partial\psi_s}{\partial t}+V_s\frac{\partial\psi_s}{\partial z}=-\beta_s\psi_0^*\psi_p,\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

式中 $\psi_0=i\sigma_2$，$\psi_0^*=-i\sigma_{12}$，$\beta_0=KN\pi R^2\alpha_0$，$\beta_F=(\alpha_0K/\alpha_Fk_F')$，$V_F=(q_F/k_Fk_F')$，$\alpha_0$ 和 α_F 分别表示光纤中泵浦场与斯托克斯场在横向的交叠积分及平均值，是积分常数，而 V_F 则表示光纤中的泵浦或斯托克斯场在无相互作用时的传播速度。

(12)式即为描述光纤中导波场受激喇曼散射过程的运动方程，其形式与无限空间稀薄气体分子的受激喇曼散射方程相一致，但其中各系数所包含的物理意义不同。其传播速度为光纤导波的速度。ψ_0 表示系统激发波的振幅；ψ_F 分别表示光纤中泵浦和斯托克斯导波场的振幅。

二、光纤中稳态受激喇曼散射弧波

在稳态情况，泵浦导波场和斯托克斯导波场的脉冲宽度都远大于光纤介质系统基本激发场的失相时间，即 $\tau\gg T_2$，此时由于 $(\partial\psi_p/\partial t)\ll T_2^{-1}\psi_0$，于是可将(12)式中第一式的 $(\partial\psi_0/\partial t)$ 项略去而得到

$$\psi_0=-T_2\beta_0\psi_p\psi_s^*。\tag{13}$$

首先假设系统可以存在稳态解，其传播速度为 λ，这样方程的稳态解必然通过变量 $\xi=(z-\lambda)$ 依赖于变量 z 和 t，因此，就只需考虑依赖于变量 ξ 的量。(12)式第二式、第三式变为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial\psi_p}{\partial\xi}=\frac{\beta_p}{V_p-\lambda}\psi_0\psi_s,\\&\frac{\partial\psi_s}{\partial\xi}=\frac{\beta_s}{V_s-\lambda}\psi_0^*\psi_p。\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

令 $\psi(0)=\psi_0(\xi=0)$，$\psi_p(0)=\psi_p(\xi=0)$，$\psi_s(0)=\psi_s(\xi=0)$。并设 $\psi_0=\Phi_0\exp(i\phi_0)$。解方程组得

$$\left.\begin{aligned}\psi_0&=\Phi_0(0)\operatorname{sech}[\sqrt{k}\,\Phi_0(0)\xi]\exp[i(A\xi+B)],\\ k&=\frac{4[\beta_s|\psi_p(0)|^2-\beta_p|\psi_s(0)|^2]^2}{(V_s-V_p)^2|\psi_p(0)|^2|\psi_s(0)|^2},\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

式中 $\phi_0=A\xi+B$，为非线性过程中引起的频率调制因子。不失一般性，设光纤系统基本激发波波包在 $\xi=0$ 处的 ϕ_0 为零，则 $\phi_0=A\xi$；$\psi(0)=\Phi_0(0)$，这样，就得到描述光纤系统基本激发波的稳态解

$$\psi_0=\psi_0(0)\operatorname{sech}[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi]\exp(-iA\xi),\tag{16}$$

由此可知：受激喇曼散射过程中光纤系统的基本激发波场可以以(16)式所描写的脉冲形成存在。

假设 $\xi=\infty$ 处泵浦导波场为零，$\xi=-\infty$ 处斯托克斯导波场为零，将(16)式代入(13)、(14)式解得

$$\left.\begin{aligned}|\psi_0|^2&=\psi_0^2(0)\operatorname{sech}^2[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi],\\ |\psi_p|^2&=-|\psi_p(0)|^2\{\tanh[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi]-1\},\\ |\psi_s|^2&=|\psi_s(0)|^2\{\tanh[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi]+1\},\\ \lambda_1&=\frac{1}{2}[V_s+V_p-|V_p-V_s|(1+p)^{1/2}].\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

同样，如果假设 $|\psi_p(\xi=-\infty)|^2=0$，$|\psi_s(\xi=0)|^2=0$，则有

$$\left.\begin{aligned}|\psi_0|^2&=\psi_0^2(0)\operatorname{sech}^2[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi],\\ |\psi_p|^2&=|\psi_p(0)|^2\{\tanh[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi]+1\},\\ |\psi_s|^2&=-|\psi_s(0)|^2\{\tanh[\sqrt{k}\,\psi_0(0)\xi]-1\},\\ \lambda_2&=\frac{1}{2}[V_s+V_p+|V_p-V_s|(1+p)^{1/2}].\\ \psi_0(0)&=\beta_2T_2|\psi_p(0)||\psi_s(0)|,\ p=\frac{4\beta_p\beta_s|\psi_p(0)|^2|\psi_s(0)|^2}{[\beta_s|\psi_0(0)|^2-\beta_s|\psi_s(0)|^2]^2},\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

式中 λ_1，λ_2 分别表示它们的传播速度。现在我们来观察 $|\psi_0|^2$ 的“面积”A 的变化情况：假设 $|\psi_p|^2|_{t=-\infty}=I_p$，$|\psi_s|^2|_{t=-\infty}=0$，$|\psi_p|^2|_{t=\infty}=0$，$|\psi_s|^2|_{t=\infty}=I_s$，又由能量守恒可知 $|\psi_p|^2+|\psi_s|^2=$ 常数。由(12)式解得

$$\begin{aligned}A&=\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{t}|\psi_0(z,t')|^2dt'=\lim_{t\to\infty}\int_{-\infty}^{t}|\psi_0(z,t')dt'\\ &=\frac{T_2\beta_0}{2(\beta_s-\beta_p)}\left(\frac{|\psi_0|^2}{V_p}-\frac{|\psi_s|^2}{V_s}\right)\Big|_{-\infty}^{\infty}=\frac{T_2\beta_0}{2(\beta_s-\beta_p)}\left(\frac{I_p}{V_p}+\frac{I_s}{V_s}\right)=\text{常数},\end{aligned}\tag{19}$$

$$\frac{dA}{dz}=0.\tag{20}$$

亦即在传播过程中，无论初始时刻 $|\psi_0|^2$ 的“面积”为何值，它都将不随位置 z 的变化而变化，是一稳定值。而前面我们已经证明了 $|\psi_0|^2$ 的脉冲形状和速度可以以一稳态形式存在，并求出了此稳态值的表示式。由此说明了解(17)、(18)式为弧波解，其形状为脉冲型。但它们并不完全相同，解(17)式由于脉冲后沿在相互作用过程中泵浦场不断产生光纤介质系统的基本激发场和斯托克斯场而增益加宽，脉冲前沿则由于弛豫作用而不断损耗，使脉冲变窄。当增益和损耗这两种效应达到平衡时，可保持脉冲形状不变而形成所谓弧波。正是由于其前沿不断损耗和后沿不断增益才使其传输速度变慢。如同一个光脉冲在有增益同时存在损

耗的激光介质中传输的情况相似，在一定条件下，增益和损耗这两种效应相互抵消，会形成稳态脉冲[3]。而解(18)式的情况正相反。

三、应用讨论

如果在光纤中引入一强度为$|\psi_s|^2$的连续斯托克斯波场，同时引入一强度为$|\psi_p|^2$的泵浦场脉冲，只要泵浦场脉冲的宽度足够宽，满足条件$\tau\gg T_2$，则在这个脉冲的前后沿会形成两组弧波，由第二节的讨论可知，泵浦脉冲前沿的弧波将由(17)式表示，其传播速度较小，而后沿的弧波将由(18)式表示，其传播速度较大，从而导致泵浦脉冲在传输过程中变窄，直到条件$\tau\gg T_2$不成立。由(17)式和(18)式的最后一式可求得其变窄的速度。

下面对一个实际情况作一定量估计。假设光纤的芯径为$6\mu m$，$\Delta=0.002$，用Nd:YAG激光器作泵浦源，其波长为$1.06\mu m$，斯托克斯波场的波长为$1.12\mu m$，如果进一步假设$|\psi_p|^2=|\psi_s|^2$，则$\Delta\lambda=|V_s-V_p|[(\beta_s+\beta_p)/(\beta_s-\beta_p)]\sim6.6\times10^3|V_s-V_p|$。而此时的$|V_s-V_p|$，一般为1.5ps/m光纤。由此可知，在此情况下，泵浦脉冲变窄的速率约为10ns/m光纤，亦即对于一个微秒量级的脉冲，经过数百米光纤后即可变为ps量级的超短脉冲，由于在一般情况下，光纤的T_2在0.1ps量级，当泵浦场脉冲变窄到几个ps时，建立方程的近似条件尚未被破坏，所以作者认为：采用以上方法可以实现ps超短光脉冲的产生。

参考文献

[1] H. Steudel; *Physica(D)*, 1983, **8D**, No. 2 (Feb), 155～178.
[2] K. Druhl; R. G. Wenzed *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **51**, No. 13 (Sep), 1171～1174.
[3] J. P. Wittke, P. J. Warter; *J. Appl. Phys.*, 1964, **35**, No. 6 (Jun), 1668～1672.

Solitary waves of steady state SRS in optical fiber

XU ZHONGDE, YANG FUZI AND FANG JUNXIN
(Department of Applied Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai)
(Received 30 March 1987; revised 5 August 1987)

Abstract

The equations of SRS in optical fiber are given. The equations are discussed and a conclusion that the solitary waves can exist in the process of steady state SRS is obtained. This theory gives a new way to produce ps pulses.

Key words: solitary wave; optical fiber; stimulated Raman scattering.