

# 光子反聚束效应的增强 ——双路双光子吸收光束之干涉

何 林 生

(中国科学院安徽光学精密机械研究所)

## 提 要

本文提出一种方案,通过双路双光子吸收后的光束相消干涉,增强光子反聚束效应可达 $10^{12}$ 倍。因此实验能观察到双光子吸收过程中产生的光子反聚束现象。

关键词: 光子反聚束效应,相消干涉(破坏性干涉),光子统计。

## 一、引 言

光子反聚束效应(ABE)显示辐射场一种特殊的量子特性,即光子在时域中倾向于均匀分离的一种趋势,理论上具有重要的意义<sup>[1,2]</sup>。它对降低光场起伏有实际意义,在微弱信号测量和人类视觉研究中将有重要应用<sup>[4]</sup>。它也是检测光场压缩态的一种重要手段<sup>[5]</sup>。

虽然许多非线性光学过程可产生光子反聚束效应<sup>[1,3]</sup>,但至今仅在共振荧光实验中观察到这一现象,这是由于大多数非线性光学过程光子反聚束效应都很弱。例如,若要通过双光子吸收的光束显示光子反聚束效应,要求材料具有双光子吸收截面高达 $\sigma \approx 0.5 \times 10^{-30} \text{cm}^4 \cdot \text{sec}$ ,然而,现有光学材料仅有 $\sigma \approx 3 \times 10^{-48} \text{cm}^4 \cdot \text{sec}$ ,离所需要求差 $10^{11} \sim 10^{12}$ 数量级。因此寻求各种实际的增强光子反聚束效应的措施,研究光子反聚束效应的性质和应用是很有意义的。

参量过程等产生光子反聚束效应是瞬态过程,而双光子吸收过程产生光子反聚束效应随着时间(或光束传播距离)增长而增强。这是双光子过程产生光子反聚束效应的优点。若能找到一种增强其光子反聚束效应的具体方案,显然是很有吸引力的。

Bandilla 和 Ritz 曾提出通过破坏性干涉增强光子反聚束效应的方案<sup>[6]</sup>。具体数值计算表明,该方案增强光子反聚束效应的效果并不令人满意。其原因是光子反聚束效应光场和相干态光场统计性质不同。本文提出一种方案,通过两束光子反聚束效应光场之间的破坏性干涉,增强光子反聚束效应达 $10^{12}$ 倍以上,有希望实验检测到该过程的光子反聚束效应。

## 二、具体方案和原理

增强光子反聚束效应的原理图如图1所示。相干态光束被分束器 $B_1$ 等分为两束,分

别通过双光子吸收体  $A_1$  或  $A_2$  而各自独立地改变光场统计性质。设吸收体  $A_1$  和  $A_2$  完全

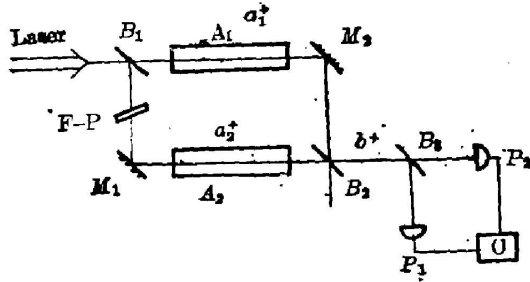


Fig. 1 Experimental setup of enhancement of photon antibunching

相同。用法布里-珀罗标准具调节两束光的初相位差,使两束光在分束器  $B_3$  处相位相反,产生相消干涉,增强光子反聚束效应。

设  $a_i^+$  为通过吸收体  $A_i$  的光场的光子产生算符,  $b^+$  为通过 50% 分束器  $B_2$  后干涉光场的产生算符(如图 1 所示),则

$$b^+ = \frac{1}{\sqrt{a}}(a_1^+ + a_2^+). \quad (1)$$

干涉光场的平均光子数  $\langle b^+ b \rangle$ , 由 (1) 式得

$$\langle b^+ b \rangle = \frac{1}{2} [\langle N_1 \rangle + \langle a_1^+ \rangle \langle a_2 \rangle + \langle a_2^+ \rangle \langle a_1 \rangle + \langle N_2 \rangle]. \quad (2)$$

相应的光子数二阶乘矩  $\langle b^{+2} b^2 \rangle$  为

$$\begin{aligned} \langle b^{+2} b^2 \rangle = & \frac{1}{4} [\langle N_1^{[2]} \rangle + 2\langle a_1^+ a_2^+ \rangle \langle a_2 \rangle + \langle a_2^+ \rangle \langle a_1^+ \rangle + 2\langle a_1^+ a_1 \rangle \langle a_2 \rangle + 4\langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle \\ & + 2\langle a_2^+ a_2 \rangle \langle a_1 \rangle + \langle a_1^+ \rangle \langle a_2^+ \rangle + 2\langle a_1^+ \rangle \langle a_2^+ a_2 \rangle + \langle N_2^{[2]} \rangle]. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\langle a_i^+ \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^0 \exp(-n^2 \tau), \quad \langle a_i^+ a_i \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} b_n^0 \exp(-n^2 \tau),$$

$$\langle a_i^+ a_i \rangle = \langle N \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{\frac{1}{2}} (|\alpha_i| / |\alpha_i^*|)^2 \exp[-n(n+1)\tau], \quad (4)$$

$$\langle a_i^+ a_i^2 \rangle = \langle N^{[2]} \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} b_n^{\frac{1}{2}} (|\alpha_i| / |\alpha_i^*|)^2 [n(n+1)/2] \exp[-n(n+1)\tau],$$

$$\langle a_i^+ \rangle = (|\alpha_i^*| / |\alpha_i|)^2 \exp(-\tau) \langle a_i^+ a_i \rangle,$$

$$b_n^{\frac{1}{2}} = \exp(-|\alpha_i|^2) \alpha_i^{*2} (2/|\alpha_i|^2)^{1/2} \Gamma(1/2) [n + (1/2)] I_{n+\frac{1}{2}}(|\alpha_i|^2), \quad (5)$$

$$b_0^0 = 2\alpha_i^* \exp(-|\alpha_i|^2) I_n(|\alpha_i|^2), \quad b_0^0 = \alpha_i^* \exp(-|\alpha_i|^2) I_0(|\alpha_i|^2).$$

这里已考虑了通过双光子吸收体  $A_i$  的两束光在干涉光束中保持光子统计各自独立的性质。 $\langle N_i \rangle$  和  $\langle N_i^{[2]} \rangle$  分别是光束  $i$  的平均光子数和二阶乘矩,  $\varphi_i$  是光束  $i$  的初相位,  $\tau = 2Kt$ ,  $K$  是双光子吸收系数。上述各式表明, 双光子吸收后的光场记忆了相干态光场原来的相位特征。注意到  $\langle a_i^{+k} a_i^m \rangle = |\langle a_i^{+k} a_i^m \rangle| \exp[i(k-m)\varphi_i]$ ,  $|\langle a_i^{+k} a_i^m \rangle| = |\langle a_i^{+m} a_i^k \rangle|$ 。根据干涉光束反聚束量  $R(\tau)$  的定义及 (2)、(3) 式, 得

$$R(\tau) = g^{(2)}(\tau) - 1 = \frac{\langle b^{+2} b^2 \rangle}{\langle b^+ b \rangle^2} - 1 = \frac{A + B \cos 2\phi + C \cos \phi}{(D + E \cos \phi)^2} - 1, \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} A = & \langle N_1^{[2]} \rangle + \langle N_2^{[2]} \rangle + 4\langle N_1 \rangle \langle N_2 \rangle, \quad B = 2|\langle a_1^+ \rangle| |\langle a_2^+ \rangle|, \\ C = & 4(K \alpha_1^{+2} a_1 | \langle a_2 \rangle | + | \langle a_2^+ a_2 \rangle | |\langle a_1 \rangle|), \quad \varphi = \varphi_1 - \varphi_2, \\ D = & \langle N_1 \rangle + \langle N_2 \rangle, \quad E = 2|\langle a_1 \rangle| |\langle a_2 \rangle|. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

光子反聚束效应判据是  $R < 0$ ,  $R$  的绝对值表征光子反聚束效应强弱。因光子反聚束效应是  $(1/\langle N \rangle)$  效应, 减小  $\langle N \rangle$  可增强光子反聚束效应。但对普通光场如相干态或混沌态光场, 可证相消干涉并不改变原来的  $R$  值。这种通过相消干涉增强光子反聚束效应的措施, 仅对具有光子反聚束效应的光场才有效。

### 三、短时间条件下光子统计量表示式

严格解(4)式都是级数形式,数值计算须截断近似,以及给出  $I_{n+\sigma}(|\alpha_i|^2)$  的近似。由于光在吸收介质中传播时间  $t$  很短,双光子吸收截面  $\sigma$  很小,如  $K \propto |\varepsilon^{(2)}|^2 \propto \sigma$ , 因而  $\tau$  值不会大,对(4)式截断近似所取项数  $n$  不会小,这时文献[6]中  $I_{n+\sigma}(|\alpha_i|^2)$  在  $|\alpha_i|^2 \gg n$  时近似式便不适用。必须根据  $I_{n+\sigma}(|\alpha_i|^2)$  的性质,分  $|\alpha_i|^2 \gg n$ ,  $|\alpha_i|^2 \approx n$  和  $|\alpha_i|^2 < n$  三段,仔细求系数  $b_n^r$ , 否则干涉光束的  $R$  值将产生很大的计算误差。易见,  $\tau$  小时计算机工作量是很大的。为了克服上述缺点,注意到光束通过介质时间极短,本文研讨短时条件下光子统计量表示式。

根据生成函数的定义<sup>[6]</sup>,可得运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \langle a_i^{+(k+\mu)} a_i^k \rangle &= -(2k+\mu) \langle a_i^{+(k+\mu+1)} a_i^{(k+1)} \rangle \\ &\quad - \frac{1}{2} [(\mu+k-1)(\mu+k) + k(k-1)] \langle a_i^{+(k+\mu)} a_i^k \rangle, \\ &\quad (i=1, 2; k=1, 2, 3, \dots; \mu=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (8)$$

当  $\mu=1, R=0$  和  $\mu=0, R=1$  时, (8) 式分别简化成

$$\frac{d}{d\tau} \langle a_i^+ \rangle = -\langle a_i^{+2} a_i \rangle, \quad (9)$$

$$\frac{d}{d\tau} \langle a_i^+ a_i \rangle = -2\langle a_i^{+2} a_i \rangle. \quad (10)$$

因此只需着重求出  $\langle a_i^+ \rangle$  和  $\langle a_i^+ a_i \rangle$  的短时表示式,而  $\langle a_i^{+2} a_i \rangle$  和  $\langle a_i^{+2} a_i^2 \rangle$  可由(9)和(10)式求得。

为此将(4)式中指数展开为

$$\left. \begin{aligned} \exp(-n^2\tau) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-\tau)^m}{m!} n^{2m}, \\ \exp[-(n+1)n\tau] &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-\tau)^m}{m!} [n(n+1)]^m. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

注意到  $\langle a_i^+ \rangle$  通过  $b_n^0$  和  $I_n(|\alpha_i|^2)$  相联系,  $\langle a_i^{+2} a_i \rangle$  通过  $b_n^{1/2}$  和  $I_{n+\frac{1}{2}}(|\alpha_i|^2)$  相联系。利用超球函数性质<sup>[8]</sup>和组合数学方法<sup>[9]</sup>, 经过一系列繁复的运算,得到

$$\left. \begin{aligned} n^{2m} &= \sum_{j=0}^{\infty} d_j n(2m-2j-1)! C_{n-j}^{m-j}(1), \\ [n(n+1)]^m &= \sum_{j=0}^{\infty} h_j (2m-2j)! C_{n-j}^{m+\frac{1}{2}}(1), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} d_0 &= 1, \quad d_1 = \frac{(2m-1)(2m-3)(5m-11)}{360} \frac{m!}{(m-3)!}, \\ d_1 &= \frac{(m-1)m(2m-1)}{6}, \\ d_2 &= \frac{(2m-1)(2m-3)(2m-5)(35m^2-231m+382)}{45360} \frac{m!}{(m-4)!}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= 1, h_3 = \frac{m!(m+1)}{5670(m-4)!} (35m^4 - 266m^3 + 676m^2 - 631m + 150), \\ h_1 &= \frac{(m-1)m(m+1)}{8}, h_2 = \frac{m(m-1)(m-2)}{90} (5m^2 - 11m + 3). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

利用

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+\sigma) I_{n+\sigma}(|\alpha|^2) C_n^\sigma(x) = \exp(|\alpha|^2 x) (|\alpha|^2/2)^\sigma / \Gamma(\sigma) \quad (15)$$

和  $(1+y_i)^{-(2k+1)/2}$  及  $(1+y_i)^{-k}$  的级数展开式, 在  $y_i = 2|\alpha_i|^2\tau < 1$  条件下求得短时表达式为

$$\langle N_i \rangle = \frac{|\alpha_i|^2}{1+y_i} + \frac{y_i^2(3+y_i)}{6(1+y_i)^3} + \frac{y_i^3(10-15y_i-6y_i^2-y_i^3)}{60|\alpha_i|^2(1+y_i)^5} + \frac{y_i^4(295-15y_i+699y_i^2+235y_i^3+18y_i^4+2y_i^5)}{1260|\alpha_i|^4(1+y_i)^7}, \quad (16)$$

$$\langle N_i^{(2)} \rangle = \frac{|\alpha_i|^4}{(1+y_i)^2} - \frac{|\alpha_i|^2 y_i}{(1+y_i)^4} - \frac{y_i^2(15-92y_i-3y_i^2+6y_i^3+2y_i^4)}{60(1+y_i)^6} - \frac{y_i^3(410-345y_i+2112y_i^2+473y_i^3+72y_i^4+18y_i^5+2y_i^6)}{630|\alpha_i|^2(1+y_i)^8}, \quad (17)$$

$$\langle a_i^\dagger \rangle = \alpha_i^* \left[ \frac{1}{(1+y_i)^{3/2}} - \frac{y_i^2}{8|\alpha_i|^2(1+y_i)^{5/2}} + \frac{y_i^3(8-27y_i)}{384|\alpha_i|^4(1+y_i)^{7/2}} + \frac{y_i^4(8-152y_i+225y_i^2)}{3072|\alpha_i|^6(1+y_i)^{9/2}} \right], \quad (18)$$

$$\langle a_i^{\dagger 2} a_i \rangle = \frac{\alpha_i^*}{(1+y_i)^{3/2}} \left[ |\alpha_i|^2 - \frac{y_i(4-y_i)}{8(1+y_i)} - \frac{y_i^2(16-80y_i+9y_i^2)}{128|\alpha_i|^2(1+y_i)^4} + \frac{y_i^3(64-1560y_i+3156y_i^2-225y_i^3)}{3072|\alpha_i|^4(1+y_i)^6} \right]. \quad (19)$$

由于  $|\alpha_i| \gg 1$ , 其它  $(1/|\alpha_i|^6)$  小项影响很小, 已舍去。

#### 四、光子反聚束效应的增强

短时条件表示式特别适用  $\tau$  小或  $|\alpha_i|^2$  小的情况, 而严格解较适用大  $\tau$  或大  $|\alpha_i|^2$  情况数值计算。由于数值计算精度对光子反聚束效应的影响极灵敏, 拟采用双精度计算。设两路光束初光强相等,  $|\alpha_i|^2 = |\alpha|^2$ , 两吸收体  $A_i$  完全相同, 故两路光束光子统计量值完全相等, 仅光场相位  $\phi_i$  不同。

计算结果表明, 所有曲线都以两束光场的相位差  $\phi = 180^\circ$  为对称轴, 因  $\cos \phi$  是偶函数 ((6)式)。因此下列各图均只画出对称轴一侧的曲线。

图 2 和图 3 表示干涉光束平均光子数  $BN (= \langle b^\dagger b \rangle)$  随相位差  $\phi$  和时间参数  $\tau$  的变化。相消干涉使  $BN$  随  $\phi \rightarrow 180^\circ$  时的减少比  $BN$  随  $\tau$  (或在介质中传播距离  $L$ ) 的减少快得多。

图 4 是干涉光束反聚束量  $R$  随相位差  $\phi$  的变化。干涉光束光子统计特性可分为三个区域:

(1)  $0 \leq \phi \leq 45^\circ$ , 光子统计特性近似保持双光子吸收光束的原有光子统计特性, 即只有微弱的光子反聚束效应;

(2)  $135^\circ \geq \phi \geq 45^\circ$ , 光子统计呈现微弱的聚束效应;

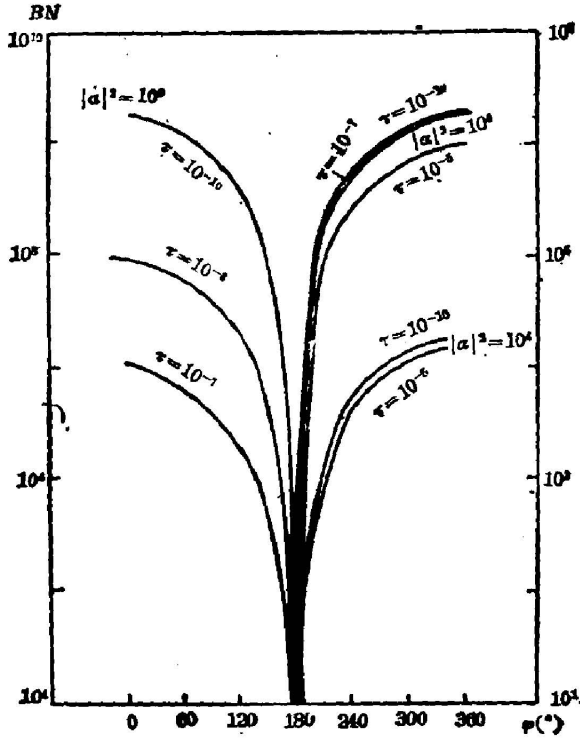


Fig. 2 Variation of the photon number  $BN$  of interference beam as function of the phase difference  $\varphi$ . Curves of  $|\alpha|^2 = 10^0$  refer to the left ordinate; curves of  $|\alpha|^2 = 10^6$  and  $10^4$  refer to the right ordinate

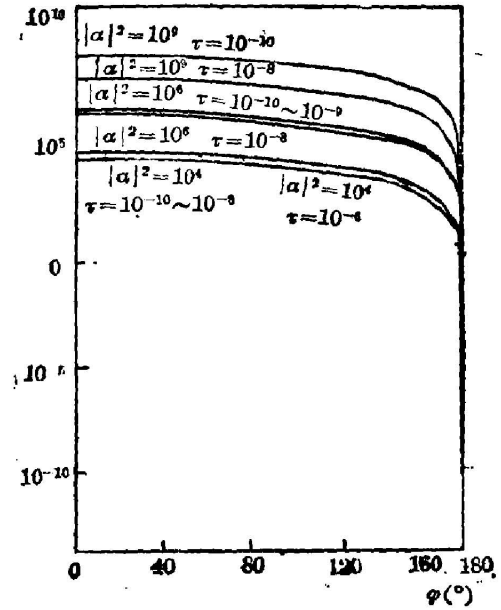


Fig. 3 Variation of the photon number  $BN$  of interference beam as function of the phase difference  $\varphi$

(3)  $180^\circ \geq \varphi \geq 135^\circ$ , 这一区域光子反聚束效应强烈增强, 达  $10^{13}$  倍。

图 5(a) 也表示光子反聚束量  $R$  随  $\varphi$  的变化由它可更清楚地看出  $R$  在  $\varphi = 180^\circ$  附近的变化特征。随着  $\tau$  增大,  $R$  反而变弱。图 5(b) 三条曲线表示  $\varphi = 180^\circ$  时最强的光子反聚束量  $R$  随  $\tau$  的变化。初光子数  $|\alpha_i|^2$  不同对光子反聚束效应增强的影响不显著, 而相位差  $\varphi$  的影响显著。这表明光子反聚束效应增强主要靠相消干涉减小光子数。随着双光子吸收时间增长, 光子反聚束效应增强的区域缩小(不显著), 最大增强倍数也减小(见图 5)。这是由于在双光子吸收中随着  $\tau$  增大光子统计性质改变, 使  $\langle N_i \rangle$  和  $|\langle a_i^+ \rangle|^2$  之差增大, 因而  $BN$  增大,  $R$  的增强相对减小。

值得注意的是, 初光子数  $|\alpha_i|^2$  较小时干涉光束之  $|R|$  反而较大。这是由于  $|\alpha_i|$  大时双光子吸收比较强烈, 在相同的  $\tau$  或传播距离  $L$  情况下, 使  $\langle N_i \rangle$  和  $|\langle a_i^+ \rangle|^2$  差值较大,  $|R|$  增强相对较小。而  $|\alpha_i|^2$  小时反之。图 5 所示特性表明, 以两路不很强的相干态光场, 分别经不长的双光子吸收, 再干涉, 更可获得较强的反聚束量  $R$ 。实验条件较易满足。

图 6 下面曲线表示  $\varphi = 180^\circ$  时干涉光束光子数  $BN$  随  $\tau$  的变化。上面三条曲线表示在图中所注参量下 ( $R$  达到实验上可测程度)  $BN$  随  $\tau$  的变化。由图 6 可见,  $BN$  随  $\tau$  变化比较平稳, 相应的  $BN > 10^3$ , 实验上比较容易测定。

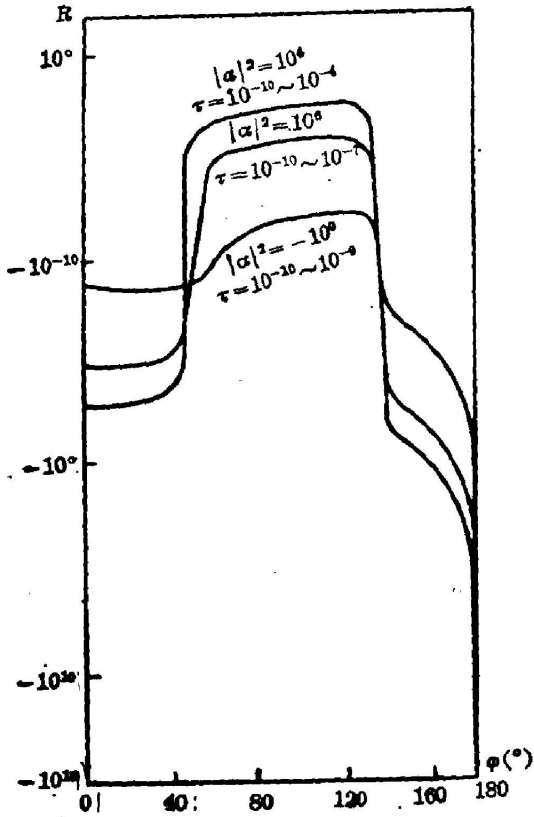


Fig. 4 Variation of photon antibunching quantity  $R$  of interference beam as the phase difference  $\varphi$

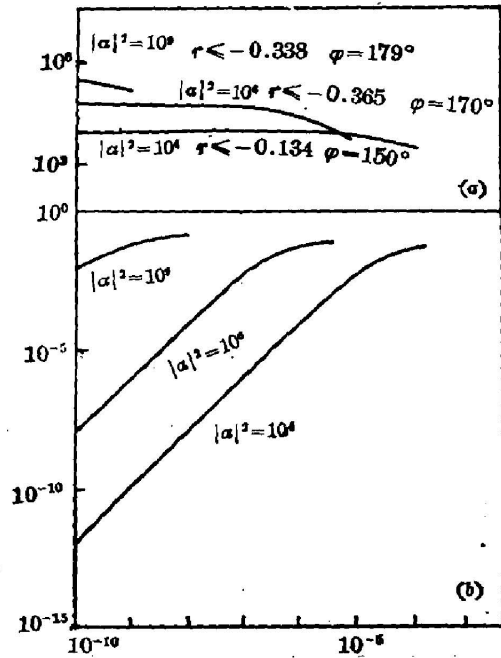


Fig. 5 Variation of  $R$  of interference beam for (a)  $\varphi$  in the range of  $170^\circ \sim 180^\circ$  and (b)  $\varphi = 180^\circ$

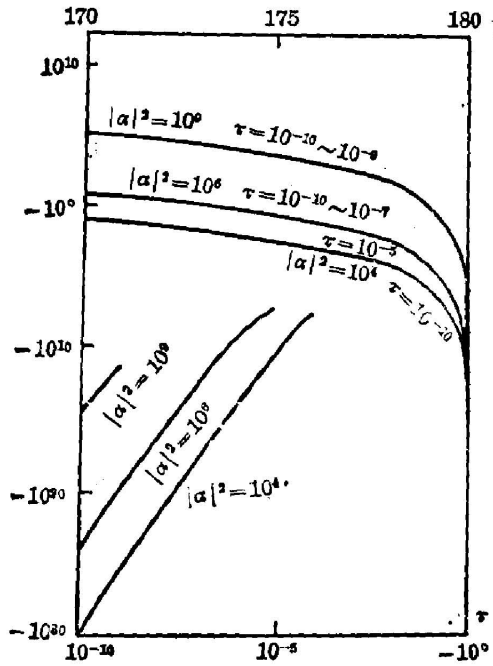


Fig. 6 Variation of the photon number of interference beam  $BN$  as function of  $\tau$ . (a) The parameters are shown; (b)  $\varphi = 180^\circ$

为了比较,我们曾按文献[6]的方案计算了光子反聚束效应的增强,发现仅在 $\epsilon \cong 89.9^\circ \pm 0.01^\circ$ 范围内干涉光的光子反聚束效应增强到 $|R| > 0.1$ ,  $\epsilon$ 是入射光和分束相干态光的夹角<sup>[6]</sup>。显然这在实验上很难控制。实验装置的机械振动极易使两光场的夹角抖动超出 $0.01^\circ$ 。本文的方案比文献[6]优越,可在宽得多的范围内保证光子反聚束效应增强。大约在 $180 \pm 15^\circ$ 范围内,这相应于要求两光束相位差 $\varphi$ 稳定在 $\pm (\lambda/12)$ 范围内( $\lambda$ ——光波长), $-R \geq 0.1$ 。这在实验上较易测定。通过图1中法布里-珀罗标准具微小转动,使其角度定于某值,并稳定在 $\pm 2.5^\circ$ 内变化,促使双光子吸收后的两光束产生有效的相消干涉,就能达到增强光子反聚束效应的目的。

### 参 考 文 献

- [1] N. Chandra, H. Prakash; *Phys. Rev. (A)*, 1970, **A1**, No. 6 (Jun), 1696~1698. D. Stoler; *Phys. Rev. Lett.*, 1974, **33**, No. 23 (Dec), 1397~1400. H. J. Carmichael, D. F. Walls; *J. Phys. (B)*, 1976, **B9**, No. 4 (Mar), L43~L46. H. J. Carmichael, D. F. Walls; *J. Phys. (B)*, 1976, **B9**, No. 8 (Jun), 1199~1219. G. Dattoli, M. Richetta; *Opt. Commun.*, 1984, **50**, No. 3 (Jun), 165~168.
- [2] H. Paul, V. Mohr *et al.*; *Opt. Commun.*, 1976, **17**, No. 2 (May), 145~148.
- [3] A. Banilla, H. H. Ritze; *Opt. Commun.*, 1979, **28**, No. 1 (Jan), 126~130.
- [4] M. C. Teich *et al.*; *Biol. Cybern.*, 1982, **44**, No. 1 (Jan), 157.
- [5] L. Mandel; *Opt. Commun.*, 1982, **42**, No. 4 (Feb), 437~439.
- [6] A. Bandilla, H. H. Ritze; *Opt. Commun.*, 1980, **32**, No. 1 (Jan), 195~201.
- [7] 何林生;《光学学报》,1985, **5**, No. 8 (Aug), 735~743.
- [8] 王竹溪,郭敦仁;《特殊函数概论》,(科学出版社,北京,1979), 417.
- [9] 华罗庚;《从杨辉三角谈起》,(科学出版社,北京,1956)。
- [10] 数学手册编写组;《数学手册》,(人民教育出版社,北京,1979), 11.

## Enhancement of photon antibunching——interference of two light beams after two-photon absorption

HE LINSHENG

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei)

(Received 2 November 1986; revised 9 January 1987)

### Abstract

A scheme characterized by the destructive interference of two light beams after two-photon absorption is proposed to enhance the photon antibunching effect by  $10^{12}$  times. In this way, the photon antibunching phenomena in a two-photon absorption process can be detected experimentally.

**Key words:** photon antibunching effect; destructive interference; photon statistics.