

反射式全息滤光片的带宽和考虑记录 介质吸收后的衍射效率

唐伟国 刘大禾 黄婉云
(北京师范大学物理系)

提 要

用重铬酸盐明胶底片可制成反射式全息滤光片,本文导出了这种滤光片的带宽理论公式,在修改的耦合波理论的基础上,导出了与记录全息过程中吸收系数有关的峰值衍射效率公式,由此,提出了对这种滤光片的制造和使用的建议。

关键词: 全息应用;全息光学元件;滤光片。

一、引 言

以重铬酸盐明胶作为全息记录介质,利用它的高衍射效率可制成许多种全息光学元件。1985年 Duncan^[1]曾制成了近红外区域的滤光片,可用于光通信。我们用国产的材料也制成了等折射率平面平行于介质表面的相位型全息图,并测量了它们的特性^[2],以可见光入射时,可得到衍射效率高达86%、最窄带宽可为4nm的反射光,因此,这种全息图可用作反射式滤光片。这是一种近年来出现的全息光学元件,可望应用于光通信及航空工业等领域中。带宽和衍射效率是滤光片的主要性能,但已有的耦合波理论没有给出带宽计算公式,因而难以从理论上提出减小带宽的方法。此外,按照耦合波理论,只要增加全息图的厚度就可提高衍射效率,但这与实验不符,这是因为没有考虑记录全息图(即曝光)时介质的吸收,把这种吸收引入理论是必要的。本文将在这两方面作理论推导,并通过讨论,得到一些对提高滤光片性能的有益建议。

对再现时可略去对光的吸收的相位型全息图,当折射率正弦调制的等折射率平面与全息图表面平行时,耦合波理论^[3,4]给出反射光的衍射效率为

$$\eta = \left| \frac{-i}{i\zeta/\nu - [1 - (\zeta/\nu)^2]^{1/2} \coth(\nu^2 - \zeta^2)^{1/2}} \right|^2, \quad (1)$$

式中参数

$$\zeta = \frac{\pi T \Delta n}{2n_0 d^2 \sin^2 \theta}, \quad (2)$$

$$\nu = \frac{\pi n_1 T}{2n_0 d \sin^2 \theta}, \quad (3)$$

其中, T 是全息图厚度; n_0 、 n_1 、 d 是与折射率调制有关的量,全息图折射率的分布为

$$n = n_0 + n_1 \cos(2\pi z/d). \quad (4)$$

z 为到全息图表面的垂直距离 (图 1); θ 是入射光线在介质内与等折射率平面的夹角; $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$, λ 是入射光波长, λ_0 是与 θ 相应的布喇格波长, 满足公式

$$\lambda_0 = 2n_0d \sin \theta = 2d\sqrt{n_0^2 - \sin^2 \phi}, \quad (5)$$

式中 ϕ 为入射光线在介质表面的入射角, 还利用了折射定律: $\sin \phi = n_0 \sin(90^\circ - \theta)$ 。

当 $\zeta = 0$, 即波长 λ 为峰值波长 λ_0 时, 衍射效率为最大值, 峰值衍射效率为

$$\eta_0 = (\text{th } \nu)^2 = \left[\text{th} \left(\frac{\pi n_1 T}{2n_0 d \sin^2 \theta} \right) \right]^2. \quad (6)$$

记 $\eta = \eta_0/2$ 时的 ζ 值为 ζ_0 , 它对应的入射光波长为半值波长, 半值波长与峰值波长之差的两倍就是滤光片的带宽。在半值波长时, 可把式 (1) 改写为

$$\eta = \frac{1}{1 + [(\zeta/\nu)^2 - 1] \csc^2(\zeta^2 - \nu^2)^{1/2}},$$

则 ζ_0 满足下列方程

$$\sin(\zeta_0^2 - \nu^2)^{1/2} = \frac{(\zeta_0^2 - \nu^2)^{1/2}}{\nu [2/(\text{th } \nu)^2 - 1]^{1/2}}, \quad (7)$$

若令 $x = (\zeta_0^2 - \nu^2)^{1/2}$, $b = \nu^{-1} [2/(\text{th } \nu)^2 - 1]^{-1/2}$, 则式 (7) 可改写为

$$\sin x = bx$$

利用式 (2), 可得带宽为

$$\Delta\lambda = \frac{4n_0 d^2 \sin \theta \zeta_0}{\pi T}. \quad (8)$$

只要已知 ν 的值, 就可利用数值解法由式 (7) 求出 ζ_0 , 进而由式 (8) 求出带宽 $\Delta\lambda$ 。由式 (6) 可知, ν 与 η_0 是一一对应的, 因此由 η_0 的值也可求出带宽。而由式 (3) 可知, ν 与 T 、 n_1 、 n_0 、 d 和 θ (即 ϕ) 等量有关, 因此带宽与这些量也是有关的, 当然关系是通过 ζ_0 的求解而体现的, 而且比较复杂, 并不是一目了然的。

带宽 $\Delta\lambda$ 与厚度 T 的关系是复杂的, 除去式 (8) 中显含的因子 $1/T$ 外, 式中 ζ_0 也隐含着 T 的影响。对不同厚度的全息图, 若乘积 $n_1 T$ 相同, 从而 ν 相同, 即具有相同的衍射效率, 式 (7) 表明, 它们对应的 ζ_0 相同, 此时再由式 (8) 可知, 厚度 T 较大时, 对应于较窄的带宽。这启示我们, 若两个不同厚度的滤光片具有相同的峰值衍射效率, 那么厚度大的滤光片具有较窄的带宽。

带宽与折射率调制振幅 n_1 的关系是通过 ν , 进而通过 ζ_0 而隐含体现的, 一般情况下关系也是复杂的。然而在厚度 T 足够大时, 可使 $\nu \gg \pi$, 从而 $\eta_0 \approx 1$, $b \approx 1/\nu$, 而式 (7) 给出的 x 最大值是 π , 因此 $\zeta_0 = (\nu^2 + \pi^2)^{1/2} \approx \nu$, 所以带宽

$$\Delta\lambda \approx \frac{4n_0 d^2 \sin \theta}{\pi T}, \quad \nu = \frac{2n_1 d}{\sin \theta}.$$

上式表明, 带宽与 T 无关, 而与 n_1 成正比。

反射式全息滤光片具有调谐特性, 即峰值波长随入射光线在介质表面的入射角 ϕ 而改变, 其变化规律由式 (5) 给出。当然, η_0 和 $\Delta\lambda$ 也随 ϕ 而变化, 了解变化的趋向对合理使用滤

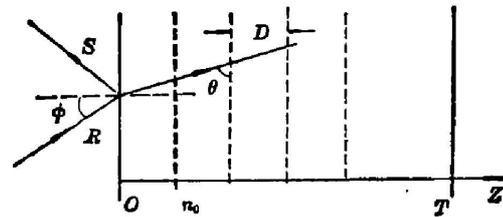


Fig. 1 Model of a reflective holographic filter

— surface of equivalent refractive index

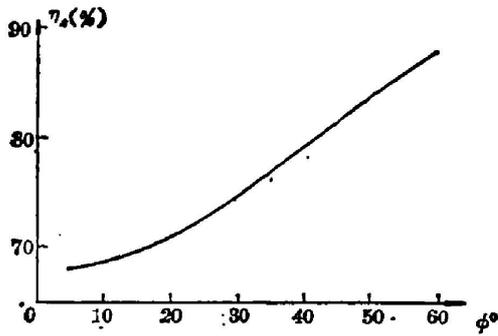


Fig. 2 Peak diffraction efficiency η_0 versus incident angle ϕ

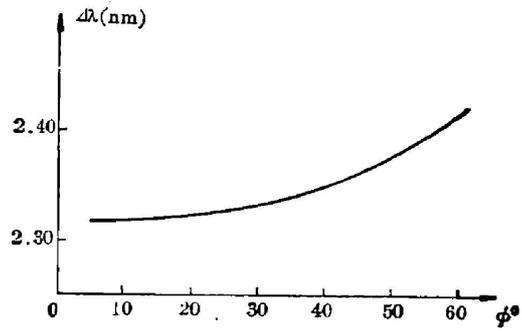


Fig. 3 Bandwidth $\Delta\lambda$ versus incident angle ϕ

光片也是必要的。由式(6)可讨论 η_0 随 ϕ 的变化, 如图 2 所示。由式(3)、(7)、(8) 可讨论 $\Delta\lambda$ 随 ϕ 的变化, 如图 3 所示。数值计算表明, 当 ϕ 增大时, λ_0 随之减小, η_0 随之增加, 而 $\Delta\lambda$ 只是略有增大。

二、考虑记录介质吸收后的峰值衍射效率

由式(3)、(6)可以看出, 随着 T 的增加, 滤光片的 η_0 也随之增大。但实验结果并非如此, 表 1 给出各种厚度时 η_0 的实验值和理论值, 它们相差很大, 变化趋势亦不同。

Table 1 Peak diffractive efficiency η_0 for different thickness T

T (μm)		24	36	48	60	72	84
$\eta_0\%$	measured values	72	76	67	68	54	39
	calculated values	51	76	89	96	98	99

在再现过程中可略去滤光片对光的吸收, 这就是位相型全息图, 但在曝光制作过程中, 或者说在全息记录过程中, 介质对光的吸收导致介质中的光化反应, 从而引起折射率的调制, 因此可以说, 记录过程中介质对光的吸收是不可避免的^[5]。这种吸收使光强随进入介质的深度增加而减弱, 对国产 $36\ \mu\text{m}$ 重铬酸盐明胶底片的测量, 得到透射光强和入射光强之比为 $I_{\text{透}}/I_{\text{入}}=0.33$ 。显然这种吸收是必须考虑的, 即要对耦合波理论作修改。

设光振动振幅 A 随深度 z 按指数衰减, α 是光强吸收系数。入射到前表面的振幅为 A_0 , 则在介质中的光振动为

$$E_1 = A_0 e^{-\frac{\alpha}{2}z} e^{i(\omega t - kz)}$$

被后表面反射的另一束光的光振动为*

$$E_2 = A_0 e^{-\frac{\alpha}{2}(2T-z)} e^{i(\omega t + kz)}$$

这样, 在介质中的光场为 $E = E_1 + E_2$, 光强为

$$I = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)^* = A_0^2 e^{-\alpha z} + A_0^2 e^{-\alpha(2T-z)} + 2A_0^2 e^{-\alpha T} \cos 2kz,$$

* 若 $E_2 = A_0 e^{-\frac{\alpha}{2}(T-z)} e^{i(\omega t + kz)}$, 即后表面有振幅为 A_0 的光入射, 则式(9)为 $n_1 = n_1' e^{-\alpha T/2}$, 式(12)为 $T = 1/2\alpha$ 。

式中上标“*”表示取共轭复数。

若光强引起的折射率变化是线性的,即

$$\Delta n = cI = c[A_0^2 e^{-\alpha z} + A_0^2 e^{-\alpha(2T-z)} + 2A_0^2 e^{-\alpha T} \cos 2kz],$$

式中 c 为常数。若明胶介质本身的折射率为 n_0 则全息图的折射率为

$$n = n_0 + \Delta n = n_0 + \Delta n' [e^{-\alpha z} + e^{-\alpha(2T-z)}] + 2\Delta n' e^{-\alpha T} \cos 2kz,$$

式中 $\Delta n' = cA_0^2$ 。若 $\alpha = 0$, 即不考虑吸收, 则

$$n = n_0 + 2\Delta n' + 2\Delta n' \cos 2kz,$$

它应与式(4)相当, 所以 $2\Delta n' = n_1$, $k = \pi/d$ 。实际上 $n_0 \approx 1.52$, 而 $n_1 \approx 0.02$, 所以 $n_0 + 2\Delta n' \approx n_0$ 。若 $\alpha \neq 0$, 则

$$n_0 + \Delta n' [e^{-\alpha z} + e^{-\alpha(2T-z)}] \ll n_0 + 2\Delta n',$$

显然更可以认为它等于 n_0 。而折射率调制振幅

$$n_1 = 2\Delta n' e^{-\alpha T} = n_1' e^{-\alpha T}, \quad (9)$$

这里 n_1' 是常数, 而 n_1 则与记录介质的吸收和厚度有关。

按照耦合波理论, 对本文所述的全息图, 入射波 $R(z)$ 和衍射波 $S(z)$ 所满足的方程为

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta \frac{dR}{dz} &= -\frac{\pi n_1}{\lambda_a} S, \\ -\sin \theta \frac{dS}{dz} + i \frac{2\pi n_0 \sin^2 \theta (\lambda - \lambda_0)}{\lambda_a} S &= -\frac{\pi n_1}{\lambda_a} R. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

现在, n_1 由式(9)表示。幸好, 此时 n_1 仍与 z 无关, 所以解的形式与原来相同, 只是其中的 n_1 由式(9)表示, 即式(6)改写为

$$\eta_0 = \left[\text{th} \left(\frac{\pi n_1' e^{-\alpha T} T}{2n_0 d \sin^2 \theta} \right) \right]^2. \quad (11)$$

表 2 给出了经过修改后 η_0 的理论值, 它与表 1 中给出的实验值符合得较好。

Table 2 η_0 for different T in modified theory

T (μm)	24	36	48	60	72	84
η_0 (%)	73	76	73	65	54	43

考虑记录介质吸收后, 出现了因子 $e^{-\alpha T}$, η_0 与 T 的关系复杂了, T 的增加并不总能使 η_0 增大。由 η_0 对 T 的一阶导数为零, 即

$$\frac{d\eta_0}{dT} = 2 \text{th} \nu \cdot \text{sech}^2 \nu \cdot \frac{\pi n_1'}{2n_0 d \sin^2 \theta} [1 - \alpha T] e^{-\alpha T} = 0,$$

可知, 当

$$T = \frac{1}{\alpha} \quad (12)$$

时, η_0 为极大值, 从衍射效率的角度来看, 这是滤光片的最佳厚度。

对 T 相同的记录介质, α 小则所相应的 η_0 大, 这表明采用低吸收系数, 或者说低灵敏度的记录介质, 更易于制作出高衍射效率的滤光片。而采用 α 小且厚度为最佳值的记录介质, 就可能制出 η_0 大且 $\Delta \lambda$ 小的反射式全息滤光片。

参 考 文 献

- [1] S. S. Duncan, J. A. McQuoid *et al.*; «*Proc. SPIE. Conf.*», (Los Angeles, Calif., 1985), 196.
[2] Liu Dahe, Tang Weiguo *et al.*; «*Proc. SPIE. Conf.*», 1986.
[3] R. J. Collier, C. B. Burckhardt *et al.*; «*Optical Holography*», (Academic Press Inc. USA 1971), ch. 9.
[4] H. Kogelnik; *Bell. Syst. Tech. J.*, 1969, **48**, No. 9 (Nov), 2909.
[5] S. Sjolinder; *Optica Acta*, 1984, **31**, No. 9 (Sep), 1001.

**The bandwidth and the diffraction efficiency considering
the absorption of recording medium in the reflective
holographic filters**

TANG WEIGUO, LIU DAHE AND HUANG WANYUN
(*Department of Physics, Beijing Normal University*)

(Received 19 December 1986; revised 17 April 1987)

Abstract

The reflective holographic filters can be made of the dichromated gelatin film. The theoretical bandwidth formula for the filters was derived. Based on the modification of the coupled wave theory, the formula of the peak diffractive efficiency was derived, which is related to the index of absorption during the recording of holograms. The suggestions were made for the construction and the application of the filters.

Key words: holography applications; optical elements for holography; filter.