

相位共轭光腔的热稳性

吕百达 蔡帮维
(四川大学物理系)

王绍民
(杭州大学物理系)

提 要

使用传播矩阵方法推导出了相位共轭腔的热稳条件, 指出仅满足 $G_1 G_2 = (1/2)$ 并不意味着相位共轭腔一定是热稳的。因此, 为得到高质量的输出激光束, 需进行相位共轭腔的最佳设计。用本文所得结果还能解释利用相位共轭技术消除畸变的定域性现象。

关键词: 相位共轭腔, 热稳性。

对相位共轭腔(PCR)的性质已用矩阵光学方法和衍射积分方程进行了很多研究, 并发展了一些潜在的有实用化意义的技术^[1~2]。但是, 作者认为相位共轭腔的热稳性问题尚值得深入讨论。本文的分析表明, 通常认为当 G 参数满足 $G_1 G_2 = (1/2)$ 条件时, 光腔是热稳定的结论, 对腔内有热扰存在的相位共轭腔并不成立。

一、由简并四波混频形成相位共轭腔的基模热稳条件

所讨论的相位共轭腔示于图1, 其中相位共轭镜(PCM)由简并四波混频形成, 真镜(RM)的曲率半径为 ρ , 光腔长度 L 。设腔内有热扰元件存在, 可等效为一个具有可变热焦距 f 的薄透镜。不失一般性, 热透镜两侧的腔内变换矩阵分别用 $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix}$ 表示^[3], 且有

$$a_i d_i - c_i b_i = 1, \quad i=1, 2, \quad (1)$$

于是腔内单程传播矩阵 m 为

$$m = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_1 a_2 + b_2 c_1 - \frac{a_1 b_2}{f} & a_2 b_1 + b_2 d_1 - \frac{b_1 b_2}{f} \\ b_1 c_2 + c_1 d_2 - \frac{a_1 d_2}{f} & b_1 c_2 + d_1 d_2 - \frac{b_1 d_2}{f} \end{pmatrix} \quad (2)$$

现在以相位共轭镜具有高斯反射性质, 但反射率趋于均匀时的相位共轭腔的高斯基模为典型例子进行分析。由复参数的往返一周自洽条件求得在相位共轭镜处的基模高斯光束光斑半径 W_{PCM} 和等相面曲率半径 R_{PCM} 为^[4]

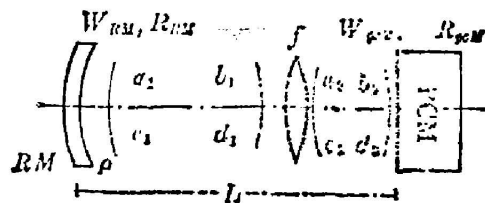


Fig. 1 PCR with an internal thermal lens

$$W_{PCM}^2 = \frac{2\lambda}{\pi} bG_1, \quad (3)$$

$$R_{PCM} = \frac{2bG_1}{2dG_1 - 1}. \quad (4)$$

在真镜处的基模高斯光束光斑半径 W_{RM} 和等相面曲率半径 R_{RM} 为

$$W_{RM}^2 = \frac{2\lambda}{\pi} bG_2 = \frac{\lambda}{\pi} \left(\frac{b}{G_1} \right), \quad (5)$$

$$R_{RM} = \frac{2bG_2}{2aG_1 - 1} = \rho, \quad (6)$$

$$G_1 = a - \frac{b}{\rho}, \quad G_2 = d - \frac{b}{R_{PCM}}. \quad (7)$$

λ 为激光波长, 从推导过程知, (3)、(5) 式右边应取绝对值(下同)。由 (6) 式得到

$$G_1 G_2 = (1/2), \quad (8)$$

即这时可把相位共轭腔视为一个 G 参数为 (7) 式的等效多元件常规腔分析, 仅 G_2 中相位共轭镜的“曲率半径”用入射高斯光束等相面曲率半径 R_{PCM} 代替。注意到通常所谓热稳性是指由光腔输出激光束对腔内热扰动的稳定性。对相位共轭腔为利用其补偿波前畸变特性, 激光束最好从真镜端输出。按照 Steffen 的方法, 当真镜“匹配”时, 基模热稳的必要条件为^[5]

$$\frac{dW_{RM}}{df} = 0. \quad (9)$$

将 (2)、(5)、(7) 式代入 (9) 式作导数运算, 并利用 (1) 式得

$$b_2 = 0. \quad (10)$$

(8) 式、(10) 式即为相位共轭腔的基模热稳条件。说明仅当热扰元件在靠近相位共轭镜处时, 光腔才是热稳的。显然, 相位共轭腔对相位共轭镜本身的热扰也不灵敏。由此可解释在某些实验中, 观察到用相位共轭技术补偿畸变具有定域在相位共轭镜附近的现象^[6]。

为了进一步明确 (10) 式的物理意义, 设腔内仅有一热透镜, 即

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ l_1 + l_2 = L. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

把 (2)、(10)、(11) 式代入 (3) ~ (7) 式得到

$$\left. \begin{aligned} R_{PCM} &= 2L[1 - (L/P)] / \{2[1 - (L/f)][1 - (L/\rho)] - 1\}, \\ W_{PCM}^2 &= \frac{2\lambda L}{\pi} \left(1 - \frac{L}{\rho}\right), \quad W_{RM}^2 = \frac{(\lambda L/\pi)}{1 - (L/\rho)}, \\ R_{RM} &= \rho, \quad G_1 = 1 - (L/\rho), \\ G_2 &= 1 - \frac{L}{R_{PCM}} - \frac{L}{f} = \frac{1}{2[1 - (L/\rho)]}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

由此可知, 当 (10) 式成立时, W_{RM} 与 f 无关, 因而不受热扰影响。不仅如此, R_{RM} 、 W_{PCM} 、 G_1 、 G_2 也不随 f 而变化, 但 R_{PCM} 却是 f 的函数。

二、其它情况

1. 受激后向布里渊散射形成相位共轭腔

设频移可忽略,并将布里渊介质视为一个具有振幅反射率 $R(r)$ 为

$$R(r) = R(0) \exp[-r^2(1-\beta^2)/\beta^2 W_{PCM}^2] \quad (13)$$

的反射镜。式中 β 为一常数,在 $0 \sim 1$ 间取值, r 为径向坐标, $R(0) = R(r)|_{r=0}$ 。那末在相位共轭镜和真镜处往返一周自洽高斯基模参数为^[2]

$$\left. \begin{aligned} W_{PCM,i}^2 &= \frac{W_{PCM,s}^2}{\beta^2} = \frac{2\lambda b G_1}{\pi \beta}, \quad R_{PCM,i} = -R_{PCM,s} = \frac{2b G_1}{2d G_1 - 1}, \\ W_{RM,i}^2 &= W_{RM,s}^2 = \frac{(\lambda/\pi) b (1+\beta^2)}{2\beta G_1}, \quad R_{RM,i} = \frac{b(1+\beta^2)}{a(1+\beta^2) - 2G_1 \beta^2}, \\ R_{RM,s} &= \frac{b(1+\beta^2)}{2G_1 - a(1+\beta^2)}, \quad G_1 G_2 = \frac{1}{2}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中下标 i, s 分别表示入射光和反射光。对受激后向布里渊散射情况,当真镜“匹配”时,简并四波混频相类似的推导,得出热稳条件仍为(8)式和(10)式。这时有

$$\left. \begin{aligned} R_{PCM,i} &= -R_{PCM,s} = \frac{2L[1-(L/\rho)]}{2[1-(L/f)][1-(L/\rho)] - 1}, \\ W_{PCM,i}^2 &= \frac{W_{PCM,s}^2}{\beta^2} = \frac{2\lambda L}{\pi} \frac{1-(L/\rho)}{\beta}, \\ W_{RM,i}^2 &= W_{RM,s}^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \frac{1+\beta^2}{2\beta[1-(L/\rho)]}, \\ R_{RM,i} &= \frac{L(1+\beta^2)}{1-\beta^2 + (2L\beta^2/\rho)}, \\ R_{RM,s} &= \frac{L(1+\beta^2)}{1-\beta^2 - (2L/\rho)}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(15)式说明 $W_{RM}, W_{PCM}, R_{RM}, G_1$ 和 G_2 均与 f 无关,但 R_{PCM} 仍随 f 而变化。

2. 自泵浦四波混频形成相位共轭腔

对自泵浦四波混频入射在相位共轭镜上的高斯光束复参数 $q_i(\rho_i, W_i)$ 与反射光复参数 q_s 间有如下关系

$$\frac{1}{q_s} = -\frac{1}{q_i} - i \frac{2\lambda}{\pi W_i^2}, \quad (16)$$

由往返一周自洽条件得出相位共轭镜和真镜处高斯基模为参数^[2]

$$\left. \begin{aligned} W_{PCM,i}^2 &= 2W_{PCM,s}^2 = \frac{2\sqrt{2}\lambda}{\pi} b G_1, \quad R_{PCM,i} = -R_{PCM,s} = \frac{2b G_1}{2d G_1 - 1}, \\ W_{RM,i}^2 &= W_{RM,s}^2 = \frac{3\sqrt{2}\lambda b}{4\pi G_1}, \quad R_{RM,i} = \frac{3b}{3a - 2G_1}, \\ R_{RM,s} &= \frac{3b}{4G_1 - 3a}, \quad G_1 G_2 = \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

显然,在自泵浦四波混频情况下的热稳条件仍为(8)式和(10)式。这时有

$$\left. \begin{aligned} W_{PCM,s}^2 &= 2W_{PCM,s}^2 = \frac{2\sqrt{2}\lambda L}{\pi} \left(1 - \frac{L}{\rho}\right), \\ R_{PCM,s} &= -R_{PCM,s} = \frac{2L[1 - (L/\rho)]}{2[1 - (L/f)][1 - (L/\rho)] - 1}, \\ W_{RM,s}^2 &= W_{RM,s}^2 = \frac{3\sqrt{2}\lambda L}{4\pi[1 - (L/\rho)]}, \\ R_{RM,s} &= \frac{3L}{1 + (2L/\rho)}, \quad R_{RM,s} = \frac{3L}{1 - (4L/\rho)}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

按照矩阵光学观点,也可将自泵浦四波混频-相位共轭腔看作为受激后向布里渊散射-相位共轭腔中的 $\beta = (1/2)$ 的特例,上述结果也不难由此得出。

3. 非简并四波混频形成相位共轭腔

对这一情况,应考虑非简并四波混频的频移 $\omega + \delta \rightarrow \omega - \delta$ 。显然,因频率移动而无稳定的往返一周自洽高斯模存在。设

$$m_r = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/\rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2dG_1 - 1 & 2bG_1 \\ \frac{2d}{b}(dG_1 - 1) & 2dG_1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

可求出真镜处往返二周自洽基模高斯光束光斑半径为^[9]

$$W_{RM}^2 = \frac{c}{\pi(\omega + \delta)} \left[\frac{4b^2d^2}{B_r C_r} \left(\frac{1 + A_r(\delta/\omega)}{1 - A_r(\delta/\omega)} \right) \right]^{1/2}, \quad (20)$$

式中 c 为光速。这时(8)式一般不再成立。令 $(dW_{RM}/df) = 0$ 直接求导计算表明,当有频移时,即使 $b_2 = 0$, 相位共轭腔也不是热稳的。

三、小 结

1. 相位共轭腔与常规光腔有若干相似之处,可使用 G 参数形式来描述腔内自洽的高斯基模。但相位共轭腔还有自身一些特性,这些特性使它具有独特的优点,因此需对相位共轭腔作具体物理分析,不能完全套用常规光腔的结果。当相位共轭腔内有热扰存在时,(8)式并不能保证相位共轭腔热稳,应当加上(10)式才是相位共轭腔的热稳条件(非简并四波混频情况除外)。有趣的是,对于常规光腔,却是 $b_1 = 0$ (而不是 $b_2 = 0$) 即热扰介质尽可能靠近输出镜时,可选择腔参数使(8)式成立,光腔热稳。

2. 仅有(8)式并不能保证相位共轭腔热稳,这点在物理上应当是十分清楚的,因为一般情况下 W_{RM} 为 f 的函数。由(2)、(5)、(7)式得到

$$W_{RM}^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{a_2 b_1 + b_2 d_1 - (b_1 b_2 / f)}{a_1 a_2 + b_2 c_1 - [(a_2 b_1 + b_2 d_1) / \rho] - (1/f) [a_1 b_2 - (b_1 b_2 / \rho)]}, \quad (21)$$

当(11)式成立时,(21)式简化为

$$W_{RM}^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{l_1 + l_2 - (l_1 l_2 / f)}{1 - [(l_1 + l_2) / \rho] + (l_2 / \rho) [(l_1 / \rho) - 1]}, \quad (22)$$

说明 W_{RM} 随 f 而变化,仅管(8)式仍成立,可以无极值点存在,兹举二简例示于图2、3。

当热稳条件(10)式满足时, W_{RM} 取(12)式形式,即与 f 无关,输出光束不受腔内热扰动的影响。实质上这已不同于极值意义下的热稳性了。

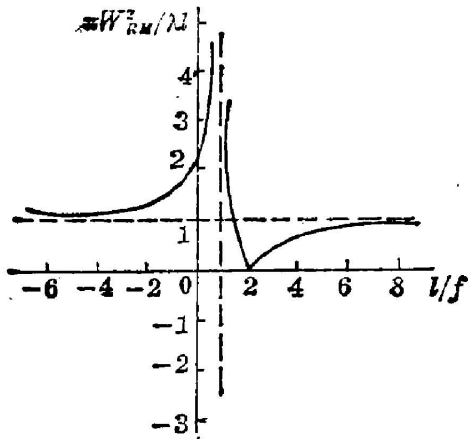


Fig. 2 Normalized $(\pi W_{RM}^2)/(\lambda)$ versus (l/f) , $l_1=l_2=1$, $\rho \rightarrow \infty$

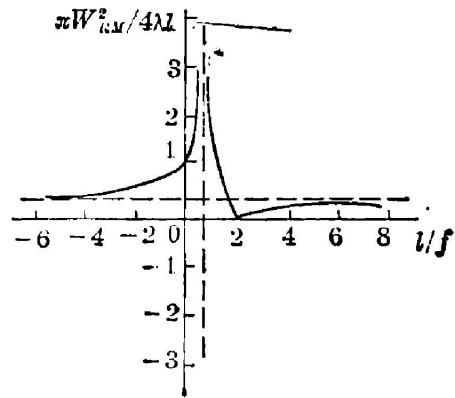


Fig. 3 Normalized $(\pi W_{RM}^2)/(4\lambda l)$ versus (l/f) , $l_1=l_2=1$, $\rho=4l$

3. 与常规光腔不同, 当腔内有热扰存在时, 因相位共轭镜的“曲率半径”不是常数, 具有自适应特性而使 (8) 式始终成立, 非简并四波混频情况除外。这意味着对于相位共轭腔, 不能按照常规光腔的约束稳定性的 G 参数判据来区分稳定腔、非稳腔。而且, 输出激光模参数和光束质量都依赖于腔参数的选取。若腔参数选择不当, 相位共轭腔也可得到发散度很大的光束。这说明, 对相位共轭腔仍应考虑光腔的最佳设计问题。

参 考 文 献

- [1] P. A. Belanger, A. Hardy *et al.*; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 4 (Feb), 602.
- [2] Wang Shaomin, H. Weber; *Matrix Optics*, (Spring-Verlag to be published).
- [3] 吕百达; *光学学报*, 1987, **7**, No. 2 (Feb), 105~111.
- [4] 王绍民; *光学学报*, 1983, **3**, No. 1 (Jan), 41~45.
- [5] J. Steffen, J. P. Lortscher *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1972, **QE-8**, No. 2 (Feb), 239.
- [6] P. A. Belanger; *Opt. Engng*, 1982, **21**, No. 2(Nar-Apr), 266.

Thermal stability of phase-conjugate resonator

LÜ BAIDA, CAI BANGWEI

WANG SHAOMIN

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu)

(Department of Physics, Hangzhou University)

(Received 19 March 1987; revised 5 June 1987)

Abstract

The condition for thermal stability of phase-conjugate resonator (PCR) is derived by means of transfer matrix method. It is pointed out that the PCR is not certainly thermo-stable if only the condition $G_1 G_2 = 1/2$ is satisfied. Therefore, optimal design of PCR is necessary in order to obtain highquality output beams. The localization phenomenon of compensating distortions by using phase-conjugate techniques can be explained with the results obtained in this paper.

Key words: phase-conjugate resonator (PCR); thermal stability.