

固体材料的磁光效应及其应力、 温度和色散特性

刘公强 吴蓓

(上海交通大学应用物理系)

提 要

本文应用经典电磁场理论推导了磁光效应的基本关系式,运用有效场概念得到了适用于各种磁光介质情形的法拉第旋转 θ 的明确表达式。证明了 θ 与有效场 H ,成正比关系并具有强的色散特性;在弱磁介质中外应力对 θ 具有明显的影响;逆磁性介质的费尔德常数 V 与温度 T 无关,有些顺磁性介质的费尔德常数 V ,与磁化率 χ 的比值 $V_p/\chi=G(1+BT)$;在反铁磁性和亚铁磁性介质中, θ 与各次点阵磁化强度 M_i 有关,其温度特性不仅取决于次点阵磁化强度,而且取决于磁光系数与温度的依赖关系。计算结果与实验符合得很好。计算还表明,当光的传播方向与 H_0 方向垂直时,入射到磁光介质中的线偏振光会分解成一个椭圆偏振光和一个线偏振光,这种磁双折射的相位延迟率的实部和虚部均与 H_0^2 成正比。

关键词:磁光效应;有效场;法拉第旋转。

一、引 言

法拉第旋转(磁光旋转) θ 、法拉第椭圆率 ϵ 是表征磁光材料、磁光性质的两个基本参量。研究 θ 、 ϵ 以及它们的应力、温度和色散特性,对于探讨磁光效应的根本来源,开拓磁光效应和磁光材料的新应用具有十分重要的意义。

磁光效应是具有磁矩(包括感应磁矩)的物质与光波相互作用的产物,因此,用经典理论描述磁光效应,一方面必然要用到描述光波运动规律的麦克斯韦方程,另一方面必然要用到描述物质属性的有关方程或物理量,例如洛仑兹电子运动方程^[1]和介电系数张量^[2]。应用介电系数张量与麦克斯韦方程的联合解尚难得到 θ 与材料磁化强度 M 、温度 T 以及光波波长 λ 的明确表达式。对于洛仑兹电子运动方程与麦克斯韦方程的联合解,迄今为止由于只考虑了外磁场 H_0 作用而未计及各种有效场的作用,故所得结果不能适用于铁磁性、反铁磁性和亚铁磁性磁光介质情形,更难得到 θ 和 ϵ 的温度特性表达式;而且亦无法解释在磁光介质(以下简称为介质)中,特别是弱磁性介质中由外应力引起的法拉第旋转和磁双折射效应。

实际上,在铁磁性、反铁磁性和亚铁磁性介质中,除了外磁场作用于运动电子的洛仑兹力以外,更重要的是与自旋-轨道相互作用、交换作用(间接交换作用)以及磁晶各向异性等密切有关的有效场对电子的作用。在某些顺磁性介质中,与交换作用有关的有效场亦是一个不可忽略的因素。在逆磁性介质中,由于与自旋-轨道相互作用、交换作用有关的有效场趋于零,因此,外磁场和与应力各向异性有关的有效场对电子的作用就突出出来。本文计及

各种有效场后, 通过电子运动方程和麦克斯韦方程的联合解, 得到了 θ 与 M 、 T 、 λ 以及外应力关系的明确表达式, 从而得到了一些十分重要的结论。

计算表明, 有效场概念同样适用于磁双折射情形。

二、基本的磁光关系

在介质中, 电子运动方程为:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -m\omega_0^2\mathbf{r} + e\left(\mathbf{E} + \frac{1}{3\epsilon_0}\mathbf{P}\right) - g\dot{\mathbf{r}} + e\mu_0 H_t \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{h}_0 \quad (1)$$

等式右边第一项为正电中心对电子的作用力, ω_0 为电子运动的固有频率。第二项为介质中电子受到区域电场的作用力。第三项为电子加速运动过程中受到的阻尼力。第四项为有效场 H_t ,

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_\lambda + \mathbf{H}_d + \dots \quad (2)$$

对电子的作用力。式中 H_e 为外磁场, H_s 为与自旋-轨道相互作用、交换作用(间接交换作用), 即与分子场有关的有效场(以下简称为 H_s 场)。 H_a 为与磁晶各向异性有关的有效场, 它来源于介质晶体结构上的各向异性。 H_λ 为与应力各向异性有关的有效场, 它来源于介质所受到的外加应力和介质残余内应力, 其值与磁致伸缩有关。 H_s 、 H_λ 是磁晶各向异性场 H'_s 、应力各向异性场 H'_λ 各自通过自旋-轨道耦合作用而影响电子轨道运动的有效场。 H_d 为退磁场, 这是介质磁化后自身产生的一种磁场, 其大小与介质形状上的各向异性密切相关。 \mathbf{h} 为 \mathbf{H}_t 方向的单位矢量。

用 $\frac{Ne}{m}$ 乘以(1)式, 并注意到电极化矢量 $\mathbf{P} = Ne\mathbf{r}$, 则得

$$\dot{\mathbf{P}} + \omega_0^2\mathbf{P} + \gamma\dot{\mathbf{P}} - \frac{e\mu_0 H_t}{m}\mathbf{P} \times \mathbf{h} = \frac{Ne^2}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{3\epsilon_0}\mathbf{P}\right) \quad (3)$$

式中 $\gamma = g/m$, N 为单位体积中的电子数。设入射光为线偏振光

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] = E_0 \exp\left[i\omega\left(\frac{n}{c}\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - t\right)\right], \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] = H_0 \exp\left[i\omega\left(\frac{n}{c}\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - t\right)\right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中波矢 $\mathbf{k} = \frac{n\omega}{c}\mathbf{s}$, \mathbf{s} 为波矢方向的单位矢量, n 为折射率。介质的电极化矢量相应地为

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 e^{i\omega\left(\frac{n}{c}\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - t\right)}, \quad (5)$$

将(5)式代入(3)式得

$$\mathbf{E} = \alpha\mathbf{P} + i\beta\mathbf{P} \times \mathbf{h}, \quad (6)$$

式中

$$\alpha = \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}{Ne^2/m} - \frac{1}{3\epsilon_0}, \quad \beta = \frac{\mu_0 H_t \omega}{Ne} \quad (7)$$

再将(4)、(5)、(6)三式代入介质中光波所满足的麦克斯韦方程, 得

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} \cdot (\alpha' \mathbf{P} + i\varepsilon_0 \beta \mathbf{P} \times \mathbf{k}) &= 0, \\ \mathbf{S} \cdot \mathbf{H} &= 0, \\ \frac{n}{\mu_0 c} [\mathbf{S} \times (\alpha \mathbf{P} + i\beta \mathbf{P} \times \mathbf{k})] &= \mathbf{H}, \\ -\frac{n}{c} (\mathbf{S} \times \mathbf{H}) &= \alpha' \mathbf{P} + i\varepsilon_0 \beta \mathbf{P} \times \mathbf{k}_0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中

$$\alpha' = \varepsilon_0 \alpha + 1. \quad (9)$$

方程(8)为磁光效应的基本关系式,是处理各种磁光效应的经典理论基础。下面着重讨论法拉第效应和磁双折射两种情形。

三、法拉第效应

此时 $\mathbf{S} // \mathbf{k}$ 。设 $\mathbf{k} // z$ 轴,则由方程组(8)的三、四两式得

$$\left. \begin{aligned} \frac{n\alpha}{\mu_0 c} (-P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}) + \frac{i n \beta}{\mu_0 c} (P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}) &= H_x \mathbf{i} + H_y \mathbf{j}, \quad (a) \\ \frac{n}{c} (H_x \mathbf{i} - H_y \mathbf{j}) - \alpha' (P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}) + i\varepsilon_0 \beta (P_x \mathbf{i} - P_y \mathbf{j}) &= 0; \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

由(10a)、(10b)两式联立解得

$$\left. \begin{aligned} AP_x + iBP_y &= 0, \\ -iBP_x + AP_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中

$$A = \frac{\alpha n^2}{\mu_0 c^2} - \alpha', \quad B = \beta \left(\frac{n^2}{\mu_0 c^2} - \varepsilon_0 \right) \quad (12)$$

方程组(11)有非零解的条件为系数行列式等于零,由此得

$$A = \pm B. \quad (13)$$

当 $A = -B$ 时,由(11)式以及(6)式可得

$$P_y = -iP_x, \quad E_y = -iE_x. \quad (14)$$

这是右旋圆偏振光,相应的折射率为 n_+ 。由(7)、(9)、(12)、(13)式得

$$n_+^2 - 1 = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega - \frac{N e^2}{3\varepsilon_0 m} + \frac{e\mu_0 H \omega}{m}}. \quad (15)$$

当 $A = B$ 时,同理可得

$$P_y = iP_x, \quad E_y = iE_x, \quad (16)$$

$$n_-^2 - 1 = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega - \frac{N e^2}{3\varepsilon_0 m} - \frac{e\mu_0 H \omega}{m}}. \quad (17)$$

(16)式为左旋圆偏振光, n_- 为其相应的折射率。

若忽略阻尼项,不难算得

$$\frac{n_+^2 - 1}{n_+^2 + 2} = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / 3}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{e\mu_0 H \omega}{m}}, \quad (18)$$

$$\frac{n_{\pm}^2 - 1}{n_{\pm}^2 + 2} = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / 3}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{\epsilon \mu_0 H_e \omega}{m}} \quad (19)$$

(一) 逆磁性介质情形

在逆磁性介质中, 由于磁化率 $|\chi| \ll 1$, 磁化强度 M 为一很小的值, 磁晶各向异性亦十分微弱, 因此 $H_e \gg H_v, H_a, H_d, H_i \cong (H_e + H_a)$ 。此时(18)、(19)两式分母中的 $\omega_L = \frac{\epsilon \mu_0}{2m} (H_e + H_a)$ 为电子绕有效场 $(H_e + H_a)$ 方向作拉莫进动的频率, (为简单计, H_a, H_d 等均表示为 H_e, H_a 等沿光传播方向上的分量值, 下同) 若 $(H_e + H_a) \sim \frac{10^6}{4\pi}$ amp/m (10^5Oe), $\omega_L \sim 10^{10}$, 在介质中光波角频率 $\omega \sim 10^{15}$, 因此 $\omega_L \ll \omega$, 于是(18)、(19)两式可改写为

$$\frac{n_{\pm}^2 - 1}{n_{\pm}^2 + 2} = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / 3}{\omega_0^2 - (\omega - \omega_L)^2} \quad (20)$$

$$\frac{n_{\pm}^2 - 1}{n_{\pm}^2 + 2} = \frac{\mu_0 N e^2 c^2 / 3}{\omega_0^2 - (\omega + \omega_L)^2} \quad (21)$$

显然, n_{\pm} 为 $(\omega \mp \omega_L)$ 的函数, 而

$$\begin{aligned} n_+ - n_- &= n(\omega - \omega_L) - n(\omega + \omega_L) \\ &= n_0 + \left(\frac{dn(\omega - \omega_L)}{d(\omega - \omega_L)} \right)_0 \cdot (-\omega_L) + \dots - n_0 - \left(\frac{dn(\omega + \omega_L)}{d(\omega + \omega_L)} \right)_0 \cdot \omega_L - \dots \\ &= -\frac{dn}{d\omega} \cdot 2\omega_L \end{aligned} \quad (22)$$

线偏振光在介质中传播时的法拉第旋转 θ 为^[2]

$$\theta = \frac{\pi L}{\lambda} (n_+ - n_-) \quad (23)$$

式中 λ 为真空中的光波波长, L 为光在介质中通过的距离。将(22)式代入(23)式, 注意到

$$\omega \frac{dn}{d\omega} = -\lambda \frac{dn}{d\lambda},$$

$$\theta = VL(H_e + H_a) \quad (24)$$

式中

$$V = \frac{\epsilon_0 \mu_0 \lambda}{2m_e} \frac{dn}{d\lambda} \quad (25)$$

为费尔德常数, V 与温度 T 无关。

当外加应力和残余内应力很小时,

$$\theta = VLH_{e0} \quad (26)$$

在 ω 远离 ω_0 的区域, 即正常色散区, 由(15)、(17)两式可得

$$n_+ - n_- = -\frac{\mu_0 N e^2 c^2}{m} \frac{1}{\left(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{N e^2}{3\epsilon_0 m} \right)^2} \frac{\omega}{n} \omega_L \quad (27)$$

式中 $n = \frac{1}{2} (n_+ + n_-)$ 。将(27)式代入(22)式, 积分并展开得

$$n = \left[\frac{\mu_0 N e^2 c^2}{2m \left(\omega_0^2 - \frac{N e^2}{3\epsilon_0 m} \right)} \right]^{1/2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \frac{N e^2}{3\epsilon_0 m}} + \frac{3}{8} \frac{\omega^4}{\left(\omega_0^2 - \frac{N e^2}{3\epsilon_0 m} \right)^2} + \dots \right] + \text{const.} \quad (28)$$

注意到 $\omega \sim \frac{1}{n}$, (28)式可改写为

$$n = a' + \frac{b'}{\lambda^2} + \frac{c'}{\lambda^4} + \dots, \quad (29)$$

(29)式即为熟知的科希(Cauchy)经验公式。将此式代入(25)式得正常色散区的 费尔德常数为

$$V = \frac{e\mu_0}{mc} \left(\frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \right), \quad (30)$$

式中 $b = -b'$, $c = -2c'$ 。

(二) 顺磁性介质情形

在有些顺磁性介质中,最近邻电子自旋之间存在较为微弱的交换作用。在经典理论中,可将交换作用等效为外斯分子场 $H_i = \nu' M$, 因此, H_e 场可写为

$$H_e = \nu M = \nu \chi H_e, \quad (31)$$

式中 ν 为与分子场常数 ν' 有关的系数。磁化率与 T 的关系服从居里-外斯定律 $\chi = \frac{c}{T - T_0}$, c , T_0 分别为居里常数和居里点。计及 H_e 场后,由于其较为微弱,可以证明(方法见下一小节) $\omega_L \ll \omega$ 仍然成立,仍可用逆磁性介质情形的方法算得

$$\theta = \frac{e\mu_0 \lambda L}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} (H_e + H_e + H_e), = VL(\eta H_e + H_e). \quad (32)$$

系数 $\eta = (1 + \nu\chi)$ 。当介质受到的外应力可以忽略不计时,

$$\theta = V\eta LH_e = V_p LH_e, \quad (33)$$

将 $\chi = \frac{c}{T - T_0}$ 代入 $V_p = V\eta = V(1 + \nu\chi)$ 得

$$\frac{V_p}{\chi} = G(1 + RT), \quad (34)$$

式中 $G = \frac{V(\nu c - T_0)}{c}$, $R = \frac{1}{\nu c - T_0}$, (34)式与文献[3]所述的实验公式完全一致。对于应力等因素不可忽略的顺磁性介质,则 $\frac{V_p}{\chi} \sim T$ 关系将有别于(34)式。

(三) 铁磁性介质情形

根据磁性理论,由电子轨道波函数决定的静电作用能的量子效应-交换作用是导致铁磁性的根本原因;在铁磁性晶体中,还存在自旋-轨道相互作用和磁晶各向异性等,因此方程(1)中的各种有效场都必须计及。

可以证明, H_e 场与磁化强度 M 成正比(将另文发表), $H_e = \nu M$, 其大小可以估算如下。居里温度 T_0 是铁磁性向顺磁性转变的相变点。在 T_0 处,假定热运动能, $k_B T_0 \sim \mu_0 \mu_B H_e$, k_B 为玻尔兹曼常数, μ_B 为玻尔磁子。铁磁性介质的 T_0 为 $10 \sim 10^3$ K, 则 $H_e \sim 1.18 \times 10^7 \sim 1.18 \times 10^9$ amp/m ($1.49 \times 10^5 \sim 1.49 \times 10^7$ Oe)。

令 $\omega_L^i = \frac{e\mu_0}{2m} H_e$ 。通常 $H_e \gg H_e + H_e + H_e + H_e$, 故 $\omega_L^i \cong \frac{e\mu_0}{2m} H_e \sim 1.30 \times 10^{13} \sim 1.30 \times 10^{14}$ 。由此可见, $\omega_L^i \ll \omega$, 因此仍可用上述逆磁性介质情形的方法,算得铁磁性介质情形的法拉第旋转 θ 为

$$\theta = \frac{e\mu_0\lambda L}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} \cdot H_e = \frac{e\mu_0\lambda L}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} (H_e + H_o + H_\lambda + H_d). \quad (35)$$

在正常色散区 ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$),

$$\theta = \frac{e\mu_0 L}{mc} \left(\frac{b}{\lambda^3} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \right) (H_e + H_o + H_\lambda + H_d). \quad (36)$$

若只计及 H_o 场, 则近似可得

$$\theta \cong \frac{e\mu_0 L}{mc} \left(\frac{b}{\lambda^3} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \right) \cdot \nu M_o. \quad (37)$$

(四) 反铁磁性和亚铁磁性介质情形

在大多数反铁磁性介质中, 存在两个或两个以上次点阵。在每一个次点阵中离子磁矩互相平行排列, 各次点阵之间离子磁矩互相反平行, 且磁矩的大小相等。这种自发反平行的磁结构并不导致总磁矩, 自发磁化强度 $M_s = 0$ 。而在亚铁磁性介质中, 磁性离子的磁矩大小不等, 宏观上仍可出现较大的 M_s , 故从某种意义上说, 亚铁磁性是一种未抵消的反铁磁性。

设介质中存在 l 个次点阵, 各次点阵上的 H_o 场为

$$\left. \begin{aligned} H_{o1} &= \nu_{11}M_1 + \nu_{12}M_2 + \dots + \nu_{1l}M_l, \\ H_{o2} &= \nu_{21}M_1 + \nu_{22}M_2 + \dots + \nu_{2l}M_l, \\ &\dots\dots\dots \\ H_{ol} &= \nu_{l1}M_1 + \nu_{l2}M_2 + \dots + \nu_{ll}M_l. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

式中 ν_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, l$) 为次点阵 i 与次点阵 j 之间与间接交换作用有关的相互作用系数。介质中任一位置上的 H_o 场为

$$\begin{aligned} H_o &= \alpha_1 H_{o1} + \alpha_2 H_{o2} + \dots + \alpha_l H_{ol} \\ &= \sum_{i=1}^l \alpha_i \nu_{i1} M_1 + \sum_{i=1}^l \alpha_i \nu_{i2} M_2 + \dots + \sum_{i=1}^l \alpha_i \nu_{il} M_l \\ &= \nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \dots + \nu_l M_l. \end{aligned} \quad (39)$$

由于点阵常数乃至晶格结构与温度 T 有关, 显然, 磁光系数 ν_i 以及 M_i 均为 T 的函数。

不难看出, 如果 $\nu_1 = \nu_2 = \dots = \nu$, 则 $H_o = \nu M$, 形式上与铁磁性介质情形相同。

同样可以证明, 在反铁磁性、亚铁磁性介质中, $\omega_L = \frac{e\mu_0}{2m} H_e \ll \omega$, 故同样可用逆磁性介质情形的方法, 算得 θ 为

$$\theta = \frac{e\mu_0\lambda L}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} \left(H_o + \sum_{i=1}^l \nu_i M_i + H_\lambda + H_d \right), \quad (40)$$

在正常色散区 ($\frac{dn}{d\lambda} < 0$),

$$\theta = \frac{e\mu_0 L}{mc} \left(\frac{b}{\lambda^3} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \right) \left(H_o + \sum_{i=1}^l \nu_i M_i + H_\lambda + H_d \right), \quad (41)$$

如仅计及 H_o 场, 则近似可得

$$\theta \cong \frac{e\mu_0 L}{mc} \left(\frac{b}{\lambda^3} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots \right) \cdot \sum_{i=1}^l \nu_i M_i. \quad (42)$$

现以 $Y_3Fe_5O_{12}$ (简称 YIG) 单晶薄膜为例, 分析 H_o 、 H_λ 和 H_d 的大小。YIG 属立方晶系, 易磁化方向在 $[111]$, 与磁晶各向异性有关的有效场 $H_o \sim H_o' = \frac{4}{3} \frac{|K_1|}{\mu_0 M_s}$ 。293 K 时各

向异性常数 $K_1 = -0.61 \times 10^3 \text{ J/m}^3$, $M_s = 1.29 \times 10^5 \text{ amp/m}$, $H_s \sim 5.03 \times 10^3 \text{ amp/m}$ (63 Oe)。

与应力各向异性有关的有效场 $H_s \sim \frac{\lambda_s \sigma}{\mu_0 M_s}$, λ_s 为磁致伸缩系数, σ 为外应力, 其大小视具体情况而定。需要指出的是, 即使在某些弱磁性介质中, 尽管 λ_s 很小, 但由于 M_s 亦很小, 故 H_s 仍可能具有一定值。

当 YIG 薄膜均匀磁化时, 退磁场 $H_d = -NM$ 。退磁因子 N 与介质几何形状有关, 垂直膜面方向上的 $N_s \cong 1$ (膜平面里的 $N_x = N_y \cong 0$), 故室温时的 $H_d \cong 1.29 \times 10^5 \text{ amp/m}$ ($1.62 \times 10^3 \text{ Oe}$)。

综合上述计算, 讨论如下:

1. 从(15)和(17)两式可知, 一束线偏振光可分解为左旋和右旋圆偏振光, 相应的折射率为 n_- 和 n_+ 。入射到介质中后, $n_+ \neq n_-$ 来源于 $\pm \frac{e\mu_0\omega}{m} H_s$, 所以 H_s 是产生法拉第旋转 θ 的原因。从元激发的观点看, 介质中束缚电子绕正电中心旋转可视为具有一定频率 ω_0 的电磁性谐振子的振动。一束线偏振光可视为“左旋”和“右旋”两种光子以光波形式的波动, 进入介质后与电磁性谐振子相互作用, 耦合成“左旋”和“右旋”电磁耦合场量子 (这是新的元激发, 既具有原来谐振子的特性, 又具有原来光子的特性) 并以相应波的形式在介质中传播。当受到有效场 H_s 作用后, “左旋”和“右旋”电磁耦合场振荡便以不同波矢 (分别对应于折射率 n_- 和 n_+) 在介质中传播, 从而导致了法拉第效应。不同频率的光子会引起不同频率的电磁耦合场振荡, 从而引起了法拉第效应的色散特性。

2. 有些顺磁性介质的费尔德常数 V_s 与温度有关, 且满足 $\frac{V_s}{x} = G(1+RT)$ 。由(26)和(33)两式可知, 因 $\eta > 1$, 故一般地说, 顺磁性介质的费尔德常数 V_s 较逆磁性介质的 V 大 (在介质色散特性相似情况下)。这与实际情形是符合的^[4]。

3. 在弱磁性介质, 特别是逆磁性介质中, θ 随 $(H_s + H_d)$ 线性增加, 应力是一个不可忽略的因素^[5]。光导纤维弯曲或受到其他外应力时会引起 θ 的变化就是一个明显的实证。在磁性介质中, 因有 H_s 场等作用, 应力对 θ 的影响常被掩盖而难以检测出来。

4. 在铁磁性介质中, θ 近似与 $(H_s + \nu M)$ 成正比, 而在反铁磁性和亚铁磁性介质中, θ 近似与 $(H_s + \sum \nu_i M_i)$ 成正比, 且都随 M 趋于饱和而饱和; M 饱和后再增加 H_s , θ 将随 H_s 而增加。文献[5]所述的外延在 GGG 衬底上的 YIG 单晶薄膜, 在磁饱和后 θ 随 H_s 继续增加的现象, 除了文献[5]认为的顺磁性 GGG 的贡献外, 可能还包括了 YIG 单晶薄膜的贡献。

5. 当光沿不同晶向传播、或介质的形状不同, 或介质受应力的方向和大小不同, 其法拉

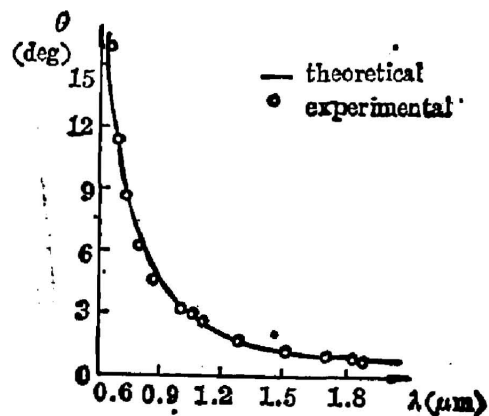


Fig. 1 Farady rotation θ vs light wave length λ

第旋转 θ 是不一样的,但这些因素对 θ 的影响十分微弱,一般难以测量出来。

6. 在铁磁性介质中, θ 随温度 T 的变化与磁化强度 M 的温度特性有关; 在反铁磁性和亚铁磁性介质中, 则与介质各次点阵磁化强度 M_i 和磁光系数 ν_i 的温度特性线性有关, 且呈 (40) 或 (42) 式的形式, 这已为实验所证实^[6]。

7. 在反铁磁性介质中, $\sum_i M_i = 0$, 但 $\sum_i \nu_i M_i$ 不一定等于零, 因此, 有可能存在较大的法拉第旋转 θ 。

8. (37) 或 (42) 式与 (26) 式比较可知, 磁性介质的比法拉第旋转 $\theta_F = \frac{\theta}{L}$ 的大小与弱磁性介质相比, 除了与介质色散特性等因素有关外, 主要取决于两者 H_i 的比。由于前者的 H_i 远比后者的大, 故前者的 θ_F 远比后者的大, 这与实际情形是一致的。

9. 正常色散区 ($-\frac{dn}{d\lambda} < 0$) 与反常色散区 ($\frac{dn}{d\lambda} > 0$) 中的法拉第旋转方向是相反的。

10. 在正常色散区, $\theta \sim \left(\frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots\right)$ 。当 H_0 和 M 为定值时, 可以写成 $\theta \cong \left(\frac{b_0}{\lambda^2} + \frac{c_0}{\lambda^4}\right)$ 的形式。我们用磁光旋转谱测试装置^[8]测得的 $(\text{BiTm})_3(\text{FeGa})_2\text{O}_{12}$ 单晶薄膜样品磁饱和情况下的 $\theta \sim \lambda$ 关系如图 1 所示。若取 $b_0 = 1.9$, $c_0 = 1.6$ 。则理论和实验结果符合得相当好。我们还测量了 GGG 单晶样品的 $\theta \sim \lambda$ 关系, 亦与理论所预言的色散特性相一致。

四、磁 双 折 射

这是指 $H_i \perp S$ 时的磁光效应, 习惯上称为磁线振双折射。为明确起见, 称逆磁性介质中的磁双折射为瓦格特 (Voigt) 效应, 磁性介质中的为科顿-穆顿 (Cotton-Motton) 效应。

设 $S_x = 1$, $S_y = S_z = 0$, $h_x = 1$, $h_y = h_z = 0$, 则方程 (8) 变为

$$\left. \begin{aligned} \alpha' P_x + i\varepsilon_0 \beta P_y &= 0, \\ H_x &= 0, \\ \frac{n}{\mu_0 c} [-\alpha P_x \mathbf{j} + (\alpha P_y - i\beta P_x) \mathbf{k}] &= H_y \mathbf{j} + H_z \mathbf{k}, \\ (\alpha' P_x + i\varepsilon_0 \beta P_y) \mathbf{i} + (\alpha' P_y - i\varepsilon_0 \beta P_x) \mathbf{j} + \alpha' P_z \mathbf{k} &= \frac{n}{c} (H_x \mathbf{j} - H_y \mathbf{k}). \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

整理得

$$\left. \begin{aligned} \alpha' P_x + i\varepsilon_0 \beta P_y &= 0, \\ (\alpha' - \varepsilon_0 n^2 \alpha) P_x &= 0, \\ i\varepsilon_0 \beta (1 - n^2) P_x + (\varepsilon_0 \alpha n^2 - \alpha') P_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

由方程 (44) 非零解条件可得 n 的四次方程式

$$(\alpha' - \varepsilon_0 n^2 \alpha) (\varepsilon_0 \alpha' \alpha n^2 - \alpha'^2 + \varepsilon_0^2 \beta^2 - \varepsilon_0^2 \beta^2 n^2) = 0. \quad (45)$$

对于 (45) 式, 可分两种情况讨论:

$$(一) \quad \alpha' - \varepsilon_0 n^2 \alpha = 0. \quad (46)$$

将 (46) 式代入 (44) 式得

$$P_x \neq 0, \quad P_x = P_y = 0.$$

代入 (6) 式得

$$E_x = \alpha P_{x0} \quad (47)$$

这是在有效场 H_x 方向的电矢量, 它是由原沿 z 向振动的光波电矢量和感生的 z 向极化波叠加形成的线偏振光。将(9)式代入(46)式得

$$n_y^2 = 1 + \frac{1}{\epsilon_0 \alpha} \quad (48)$$

值得注意的是 n_y 与有效场 H_x 无关。

$$(二) \quad \alpha'(\epsilon_0 \alpha n^2 - \alpha') + \epsilon_0^2 \beta^2 (1 - n^2) = 0 \quad (49)$$

将(49)式代入(44)式得 $\epsilon_0 \beta P_y = i \alpha' P_x$, $P_x = 0$ 由此从(6)式算得

$$\left. \begin{aligned} E_x &= 0, \\ (\epsilon_0 \alpha - \alpha') \beta E_y &= i(\alpha \alpha' - \epsilon_0 \beta^2) E_{z0} \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

这表明一束线偏振光进入介质后, 在光的传播方向(x 方向)感生出了电场分量。显然, 这是一个极化场, 它是介质中的磁矩(与有效场 H_x 有关)与光波相互作用的产物。(50)式代表在 xy 平面内的一个椭圆偏振光。将(9)式代入(49)式得

$$n_1^2 = 1 + \frac{\epsilon_0 \alpha + 1}{\epsilon_0 (\epsilon_0 \alpha + 1) \alpha - \epsilon_0^2 \beta^2} \quad (51)$$

n_1 与有效场 H_x 有关。

每单位长度一个波相对于另一个波落后的相位角称为相位延迟率, 其值 θ_0 为

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_1 - n_y) z$$

当 ω 远离 ω_0 , 即在正常色散区, θ_0 可写成

$$\theta_0 = \frac{\pi}{\lambda n} (n_1^2 - n_y^2) z \quad (52)$$

式中 $n = \frac{1}{2}(n_1 + n_y)$ 。将(48)、(51)两式代入(52)式并整理得 $\theta_0 = \frac{\pi}{\lambda n} \frac{\beta^2}{\epsilon_0 \alpha^3 + \alpha^2 - \epsilon_0 \beta^2 \alpha}$, 考虑到分母中第二项远大于其余两项, 则近似可得

$$\theta_0 = \frac{\pi}{\lambda n} \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 z \quad (53)$$

将(7)式代入(53)式, 注意到 $\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{N e^2 / m} - \frac{1}{3 \epsilon_0} \right) \gg \frac{\gamma \omega}{N e^2 / m}$,

$$\theta_0 = \frac{9 e^2 \omega^3}{2 n c^5 [3 \epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2) - N e^2]^2} \left[1 + i \cdot \frac{6 \epsilon_0 m \gamma \omega}{3 \epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2) - N e^2} \right] H_x^2 z \quad (54)$$

对于逆磁性介质, $H_x \cong (H_0 + H_1)$; 对于顺磁性介质, $H_x \cong (\eta H_0 + H_1)$; 对于铁磁性介质, $H_x \cong H_0 = \nu M$; 对于反铁磁性和亚铁磁性介质, $H_x \cong H_0 = \sum_{i=1}^l \nu_i M_i$ 。

综合计算结果, 讨论如下:

1. 当光的传播方向与介质中的有效场 H_x 方向垂直时, 入射到介质中的线偏振光会分解成一个线偏振光和一个椭圆偏振光, 而不是两个线偏振光^[6]。因此, 采用“磁双折射”或其他提法似比“磁线振双折射”更恰当一些。

2. 在弱磁性介质, 特别是逆磁性介质中, 外应力对磁双折射有明显影响。当外应力小到可以忽略不计时, 相位延迟率 θ_0 的实部和虚部均随 H_x^2 增加。 θ_0 实部随 H_x^2 增加已为实验所证实^[6]。

3. 在磁性介质中, θ_0 的实部和虚部与有效场 H_0^2 成正比, 或近似与 H_0^2 成正比, 故 θ_0 将随磁化强度 M 趋于饱和而饱和。相似地, θ_0 的温度特性亦主要取决于各种介质中 H_0^2 的温度特性。

4. 磁性介质中的 $H_0 \gg H_c$, 故它的磁双折射效应远较弱磁性介质的为大。此外, 由于 $\eta > 1$, 通常顺磁性介质的磁双折射效应亦较逆磁性介质的为大一些。

5. 磁双折射具有色散特性, 且与光波频率呈复杂关系。

五、结 束 语

应用经典电磁场理论和有效场概念, 可以分析各类介质中的磁光效应及其温度、应力和色散等特性。理论计算表明, 法拉第旋转 θ 与有效场 H_0 的大小成正比, 相位延迟率 θ_0 与 H_0^2 成正比。各类磁光介质在正常色散区的色散特性均服从科希公式。在弱磁性介质, 特别是逆磁性介质中, 外应力对法拉第旋转和磁双折射的影响是一个不可忽略的因素。由于不同介质中有效场的特点不同, 导致了不同介质中法拉第效应和磁双折射的不同温度特性。

理论表明, 在具有固有磁矩的介质中, 特别是铁磁性、亚铁磁性和反铁磁性介质中, 导致磁光效应的主要原因是电子自旋-轨道相互作用(间接交换作用), 而在逆磁性介质中, 则磁的作用, 包括外磁场的作用占据主导地位。

计算结果表明, 采用实验测定介质中各种磁光效应的途径, 可望进行分析、研究各类介质中的自旋-轨道相互作用、交换作用(间接交换作用)和其他相互作用, 以及相变、介质中磁化强度分布情况等。

参 考 文 献

- [1] Pauli, Wolfgang; *«Pauli Lectures on Physics»*, V. 2: «Optics and the Theory of Electrons», (Cambridge, Mass., MIT Pr., 1973).
中译本:《泡利物理学讲义》, 2:《光学和电子理论》, 洪铭照译, 人民教育出版社, 1981。
- [2] J. F. Dillon Jr.; *«Magnetic Properties of Materials»*, (J. Smit, McGraw-Hill, 1971), 152.
- [3] C. Leycuras and H. Le Gall; *J. Appl. Phys.*, 1984, **55**, No. 6 (Mar) 2161.
- [4] 飯田修一等;《物理定数表》, (朝倉書店, 1969)。中译本:《物理学常用数表》, (张质贤等译, 1979), 126。
- [5] H. Harms and E. Feldtkeller; *Rev. Sci. Instrum.*, 1973, **44**, 742.
- [6] P. Hansen, et al.; *Phys. Rev. B*, 1982, **25**, No. 7 (Apr), 4396.
- [7] 刘公强等;《仪器仪表学报》, 1987, **8**, No. 4
- [8] J. F. Dillon Jr.; *«Physics of Magnetic Garnets»*, (A. Paoletti, North Holland Publishing Company, 1973), 385.
- [9] 母国光, 战元龄;《光学》, (人民教育出版社), 1978年9月第一版, 496。

Magneto-optic effects of solids and their properties of stress, temperature and dispersion

LIU GENGLIANG AND WU BEI

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University)

(Received 20 March 1986; revised 21 May 1987)

Abstract

Fundamental formulas of magneto-optical effects are deduced according to classical theories concerning electro-magnetic fields. Obvious expressions of Faraday rotation θ that are applicable to various magneto-optic media are obtained by using the concepts of effective fields. It is proved that θ is proportional to the effective field H_e and has a strong dispersion nature. θ is obviously affected by the external stress in the weak magnetic media. The verdet constant V of diamagnetic media is independent of temperature T . The ratio of the verdet constant V_s of some paramagnetic media and their susceptibility χ satisfies the relation of $V_s/\chi = G(1 + RT)$. In the antiferromagnetic and ferrimagnetic media, θ is related to magnetization M_i of the various sublattices, and the temperature property of θ is dependent not only on magnetization M_i of the sublattices but also on the temperature dependence of the magneto-optic coefficients. The experimental results conform fairly to the deduced expressions. It has also been proved that, when the direction of light propagation is perpendicular to that of the effective field H_e , the linearly polarized light entering the magneto-optic medium would be resolved into an elliptical polarized light and a linearly polarized light, the real part and the imaginary part of the phase retardation ratio of this type of magnetic birefringence would be proportional to H_e^2 .

Key words: magneto-optic effects; effective fields; Faraday rotation.