

# 计算模拟法改善激光波面\*

李永平 董辉 姚焜  
(中国科技大学物理系)

## 提 要

计算模拟方法设计位相元件可将基模高斯光束均匀化,将椭圆波面校正为圆对称波面。本文推导了理论模拟结果和实验参数的关系。计算模拟给出的实验装置较为简单,能量转换效率高。  
关键词: 自洽叠代,椭圆波面,圆对称波面。

## 一、引 言

在光学信息处理、金属强化和利用高强度激光引发核聚变等研究中,对光束口径、横截面强度分布要求很严,需要均匀的光强分布;半导体激光器小巧轻便、效率高,近年来在光电技术领域中应用越来越广泛,但其光束强度分布为椭圆形,需要改变其为圆对称形。到目前为止已有一些实用方法来解决上述两种问题<sup>[1~4]</sup>,例如声光整形法,几何光学法和全息波带法等。本文采用自洽叠代的计算方法对上述两种问题进行了计算机模拟,设计出解决这类问题的位相元件。计算机模拟的结果说明使用这种位相元件可使实验装置简化,并且具有较高的能量转换效率。

## 二、原理和计算方法

根据光波在介质中传播的基本规律,对于传播过程中的两个波前  $A$  和  $B$ ,可以在波前  $A$  处插入位相片  $P_1$ ,经过  $P_1$  的位相延迟,产生的新的波前会有振幅为  $A'$  的分布,此时传播到  $B$  处的波前变为  $B'$ ,只要位相片  $P_1$  的位相延迟合适,波前  $B'$  就可以具有按要求的振幅分布也就可以得到所要求的光强分布。此时若要求  $B'$  位相有一定的分布还可以在  $B'$  处插入另一个位相片  $P_2$ ,经过适当的位相延迟出射波  $B$  就具有了按要求的振幅和位相分布。设  $P_1, P_2$  对应的位相分布为  $\phi_{P_1}(x, y)$  和  $\phi_{P_2}(x, y)$ ,波前  $A$  为  $V_A = A(x, y)e^{i\phi_A(x, y)}$ ,要求出射的波前  $B$  为  $V_B = B(x, y)e^{i\phi_B(x, y)}$ ,则  $A'$  和  $B'$  的分布应为

$$V_{A'} = A(x, y)e^{i\phi_A(x, y) + i\phi_{P_1}(x, y)}, \quad (1)$$

$$V_{B'} = B(x, y)e^{i\phi_B(x, y) - i\phi_{P_2}(x, y)}. \quad (2)$$

从  $A'$  到  $B'$  的过程由麦克斯韦(Maxwell)方程联系,近似地可视为标量衍射积分<sup>[5]</sup>。如果  $B'$  足够远,问题简化为夫琅和费(Fraunhofer)衍射。为了实验方便可以在  $A'$  和  $B'$  之间插

收稿日期: 1987年9月11日; 收到修改稿日期: 1987年11月9日

\* 国家自然科学基金资助。

入一个透镜,如图 1 所示。因为  $B'$  和  $A'$  分别位于透镜的前后焦面上,所以波前  $A'$  和  $B'$  之

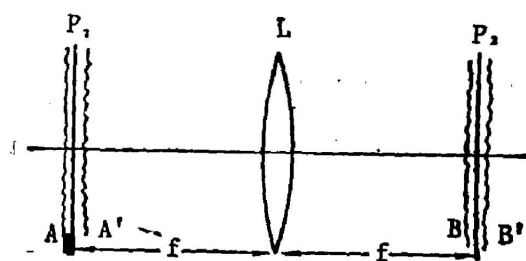


Fig. 1 Principle diagram

间为傅里叶变换关系<sup>[5]</sup>。

$$V_B(p, q) = C \iint_{-\infty}^{+\infty} V_{A'}(x, y) e^{i2\pi(xp + yq)} dx dy, \quad (3)$$

式中  $p = (x/\lambda f)$ ,  $q = (y/\lambda f)$ 。对于(3)式的积分,一般的计算仍很困难,本文采用了固体物理的电子结构计算中被广泛采用的自洽叠代法进行计算。我们先不考虑  $P_2$  位相片,仅

要求在透镜后焦面的波前光强具有一定分布。设波前  $A, B'$  的振幅分布为  $G_A, G_{B'}$ 。先给  $A$  一个任意初位相  $\phi_0$ , 求其傅里叶变换后的波前  $B'$ , 然后保留  $B'$  的位相,用  $G_{B'}$  取代其振幅进行逆傅里叶变换得到新的波前  $A$ , 保留此时位相而用  $G_A$  代替  $A$  的振幅再进行正变换,如此反复直至自洽为止。

我们自编了全部计算和作图程序<sup>[6]</sup>。为了达到计算机模拟实验以获取最佳参数的目的,同时也为了选取合适参数以使自洽次数较少来节省运算时间。原函数和频谱函数全部采用无量纲值。因此需要把离散型无量纲的运算和实际物理参数逐一对应,这将在本文第四部分做推导。

### 三、计算模拟结果

我们就单模高斯光束均匀化问题和椭圆半导体激光变圆对称高斯光束的问题分别作了计算。计算中模拟了许多激光束的半宽、长短轴和所要求的光强矩形分布的宽度和光强圆对称分布半径。计算表明,对大多数参数组合,最后都可以收敛,即可以有相应的  $P_1$  片对应。证明了该方法具有较强的适应性。可以按需要给出数据。简单的  $P_1$  位相片即可改变光场分布。这里我们选取几个典型结果作一说明。图 2 和图 3 是对高斯光束均匀化的自洽计算结果。设基模高斯光束半宽为  $w$ , 矩形光强的宽度为  $w'$ , 图 2 是  $w = w' = 8$  自洽 8 次后的结果。图 2(a) 和图 2(b) 对应了自洽以后的入射波前和出射波前在  $x$  方向的振幅分布。图 2(c) 是自洽后  $P_1$  片在  $x$  方向的位相分布。

从图 2 中可以看出它的位相分布呈阶梯形。这个结果和文献 [3] 中使用的二元位相光栅是一致的。从图 2(a) 和图 2(b) 看,它对高斯波面均匀化的结果并不理想。主极大旁的边带成分较大,矩形分布也不好,斜率较大。可以认为,二元位相光栅法是这种方法的初等结果。

经过调节无量纲参数  $w$  和  $w'$  并适当增加自洽次数,我们选取了  $w = 8, w' = 11$ , 叠代 20 次进行计算。结果示于图 3, 图 3 中(a)、(b)、(c) 三图代表含义同图 2。还需说明,我们给出的图形是粗糙的,精度主要表现在计算数据上。

由图 3 看出此时高斯入射波面光强分布函数和矩形出射波面光强分布函数的旁带已压得很低,矩形波面已趋于理想矩形。我们还在同样参数下作了 40 次计算,这时图 3(b) 顶部的小台阶就完全消失。不过过分增加自洽次数是不经济的。在实验测量中,示波器显示

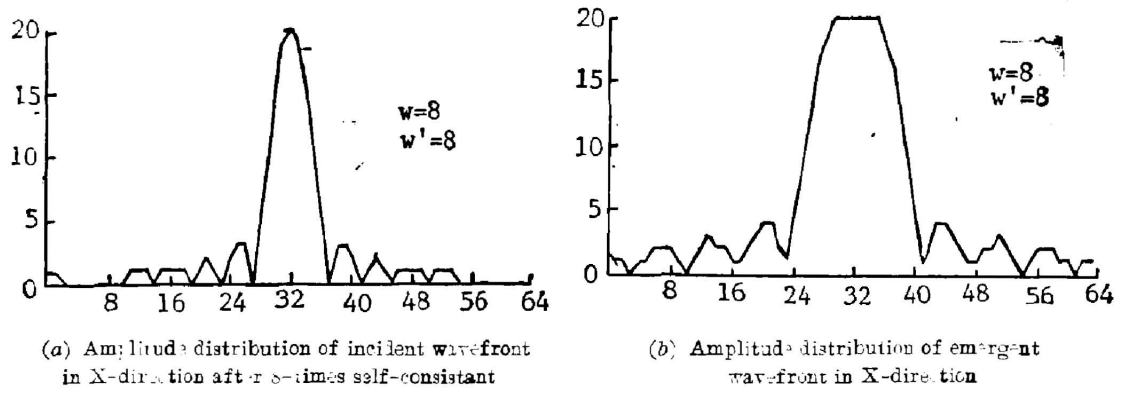


Fig. 2

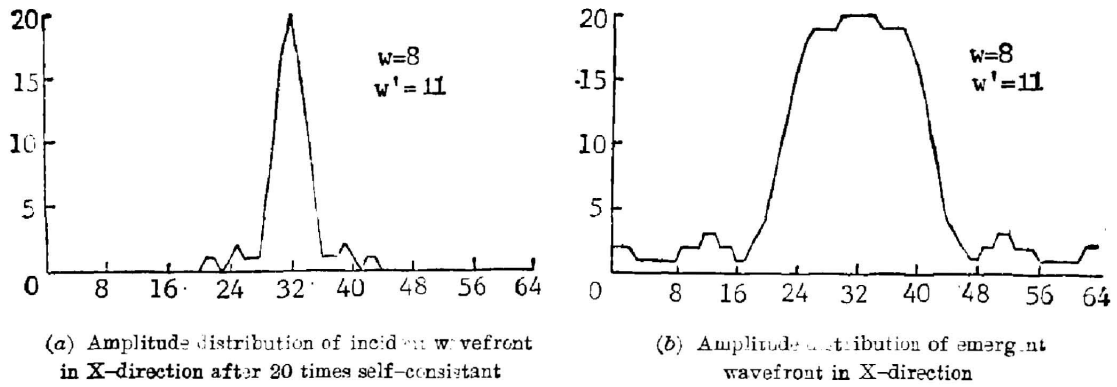
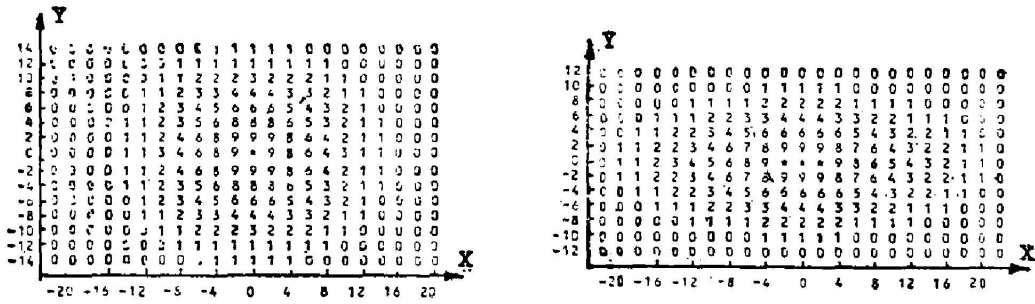


Fig. 3

的是强度即振幅平方。这是旁带和顶部小台阶相对于主极大很小，一般是看不出来的。这就是为什么 8 次叠代结果的位相光栅在实验上已接近矩形的原因<sup>[6]</sup>。对无量纲振幅的归一化处理后发现能量转换效率接近 95%。

图 4 表现了对半导体激光椭圆波面的改变过程。这时一维作图无法说明。我们取数据的一位有效数字打印了二维示意图。图 4(a)是自洽 40 次后的椭圆波面,图 4(b)是 40 次后的圆对称高斯波面,图 4(c)给出了  $P_1$  位相片在  $x$  轴方向的位相分布。椭圆参数为:长轴  $a=12$ ,短轴  $b=6$ ,高斯圆波面半宽  $w'=8$ 。



(a) Elliptical wavefront after self-consistent  $a=12; b=6; w'=8$ . [same as Fig. 4(b) and 4(c)]

(b) Circular symmetric wavefront after selfconsistent.

(c) Phase distribution of  $P_1$  in X-direction

Fig. 4

### 四、实验物理参数

如前所述,我们的计算结果是离散且无量纲的。现在我们根据傅里叶光学的理论推导其对应的物理参数。

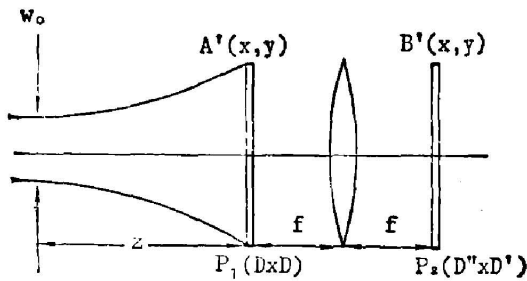


Fig. 5 Diagram of experimental equipment

#### 1. 光强分布高斯形变矩形

实验装置如图 1 所示。一个沿  $z$  方向传播的基模高斯光束一般形式为<sup>[7]</sup>

$$\psi(x, y, z) = \frac{c}{w_0 F} \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2 F^2}\right) \times \exp\left\{-i\left[k\left(z + \frac{r^2}{2zF^2}\right) - \text{tg}^{-1}\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)\right]\right\}, \quad (4)$$

其中,  $F = [1 + (\lambda z / \sigma w_0)^2]^{1/2}$ ,  $\sigma$  为常数因子,  $w_0$  为束腰半径,  $\lambda$  为波长,  $(x, y, z)$  为场点坐标, 原点  $(0, 0, 0)$  取在束腰中心。 $w_0$  是和腔的几何参数有关。由于位相元件垂直于  $z$  轴放置, 故对同一波前  $z$  为常数。设用于计算的归一化取样函数为

$$\phi(I, J) = \exp\left\{-\left[\left(I - \frac{N}{2}\right)^2 + \left(J - \frac{N}{2}\right)^2\right] / w^2\right\}, \quad (5)$$

$N$  为抽样点总数, 取  $N = 64$ ,  $(I = J = 1, 2, \dots, N)$ , 波面中心在  $I = (N/2)$ ,  $J = (N/2)$  处。比较 (4)、(5) 两式可得抽样点  $(I, J)$  与空间位置  $(x, y)$  的关系。

$$I = \frac{N}{2} + \frac{wx}{w_0 F}, \quad J = \frac{N}{2} + \frac{wy}{w_0 F}. \quad (6)$$

$(I, J)$  为原空间的抽样点序号, 设频谱空间的计算抽样点为  $(I', J')$ ,  $(I' = J' = 1, 2, \dots, N)$ , 频谱空间坐标为  $(p, q)$ , 其中  $p = (x'/\lambda f)$ ,  $q = (y'/\lambda f)$ 。原空间抽样间隔  $\Delta I = \Delta J = 1$ , 对应  $\Delta x = \Delta y = (w_0 F / w)$ 。根据傅里叶变换的定标性质<sup>[5]</sup>并在频谱面上取样点数也为  $N$ 。所以在频谱面上取样间隔  $\Delta p = \Delta q = (w / w_0 F N)$ 。而  $\Delta p = (\Delta x' / \lambda f)$ ,  $\Delta q = (\Delta y' / \lambda f)$ , 可以得到下列关系

$$I' = \frac{N}{2} + \frac{N w_0 F}{w \lambda f} x', \quad J' = \frac{N}{2} + \frac{N w_0 F}{w \lambda f} y'. \quad (7)$$

设原波前  $A$  的大小为  $D \times D$ , 这也就是  $P_1$  片的尺寸。设要求的输出波前即  $B'$  的大小为  $D' \times D'$ , 由于  $D = N \Delta x$ ,  $D' = N \Delta x'$ , 因而有

$$D = N w_0 F / w, \quad D' = w \lambda f / w_0 F. \quad (8)$$

另设矩形波前实际宽度为  $w'_0$ , 它是有量纲的, 用于计算的无量纲宽度是  $w'$ , 有

$$w' = \frac{N w_0 F}{\lambda w f} w'_0. \quad (9)$$

(8) 和 (9) 代表了理论计算和实验参数的完全对应关系。 $\lambda$ 、 $z$ 、 $w_0$ 、 $w'_0$  是由物理要求确定的, 剩下的参量  $w$ 、 $D$ 、 $w'$ 、 $D'$ 、 $f$  可调, 可以从 5 个可调量中任选 2 个参数, 剩下 3 个则由 (8)、(9) 确定。至此实验设计的问题全部得到解决。这种方法可以使实验一次成功。

## 2. 光强分布椭圆形变圆对称高斯形

完全参照前一部分推导, 设椭圆的长短半轴为  $a_0$ 、 $b_0$ , 无量纲参数取  $a$  和  $b$ , 于是可得对应关系

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{N}{2} + \frac{a}{a_0} x, & J &= \frac{N}{2} + \frac{b}{b_0} x, \\ I' &= \frac{N}{2} + \frac{a_0 N}{a \lambda f} x', & J' &= \frac{N}{2} + \frac{b_0 N}{b \lambda f} y'. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

设入射波面和输出波面尺寸分别为  $D \times D$  和  $D' \times D'$ , 可推得

$$D = \sigma N, \quad D' = \frac{\lambda f}{\sigma} \quad w' = \frac{\sigma N}{\lambda f} w'_0, \quad (11)$$

其中  $\sigma = (a_0/a) = (b_0/b)$ ,  $w'$  仍然是无量纲半宽,  $w'_0$  是要求的圆对称高斯波实际半宽。对于确定的物理实验,  $a_0$ 、 $b_0$ 、 $w'_0$ 、 $\lambda$  是确定的, 而由 (11) 式知改变  $\sigma$ 、 $w'$  和改变  $D$ 、 $D'$  等价,  $f$  可以通过选取不同焦距的透镜来改变, 因此我们可以选取适当的  $\sigma$  和  $w'$  来决定  $f$ 。

## 五、讨 论

W. H. Lee<sup>[1]</sup>曾报道过一维计算将高斯光束均匀化的结果。我们认为,该计算有其不尽理想之处。一维方法是认为高斯光束具有圆对称性,但是如采用傅里叶变换,其圆对称的积分元  $r \sin \theta dr$  在积分以后将不再成为傅里叶变换的形式,而是傅里叶-贝塞尔积分变换<sup>[5]</sup>。但我们的二维计算也有不足之处。因为我们选取的直角坐标,波面皆是方阵。因而在不同轴方向的分布无论是振幅还是相位都存在微小差别。但在作图时两个轴方向的差别显示不出来。

$P_2$  位相片的作用是为了对输出波面进行位相补偿。比如高斯波面变为矩形光强分布后其振幅均匀但位相不均匀,经过  $P_2$  片补偿后位相也变成均匀的,可以用于一些特殊场合。这种校正很简单只需把自洽反变换的位相数据保留下来,  $P_2$  片就做成了。

本方法不仅可以处理高斯光束和椭圆光束,原则上讲可以实现任意波面间的变换。我们对双模变单模也进行了计算。由于用计算机模拟快速准确,因此该方法有一定实用性。

位相元件的制造需要用灰度绘图仪将数据变为不同灰度,然后照相漂白处理<sup>[8]</sup>,还可以采用电子束曝光方法。

感谢羊国光、张静娟同志有益的讨论和建议。

### 参 考 文 献

- [1] W. H. Lee; *Opt. Commun.*, 1981, **36**, No. 6, (Mar.), 469~471.
- [2] C. S. Ih. et al; 《物理学报》, 1986, **35**, No. 2, (Feb), 220~226.
- [3] 梁向春, 陈泽等; 《光学学报》, 1985, **5**, No. 8, (Aug), 761~764.
- [4] P. W. Rhodes; *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 20, (Oct.), 3545~3553.
- [5] J. W. Goodman; 《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 1979年), 33~84, 88~110, 10, **12**.
- [6] E. O. Brigham; 《快速富里叶变换》, (上海科技出版社, 1979年), 165~183.
- [7] 周炳琨等; 《激光原理》, (国防出版社, 1980年), 348~359.
- [8] 虞祖良; 《计算机全息图》, (清华大学出版社, 1984年), 31~45.

## Computer simulation method to change the wavefront of lasers\*

LI YONGPING, DONG HUI AND YAO KUN

*(Department of Physics, China University of Science and Technology, Hefei)*

(Received 11 September 1987; revised 9 November 1987)

### Abstract

Using the phase plate calculated and designed by two-discrete FFT with dimensionless parameters and computer simulation, the fundamental mode Gaussian beam can be converted into rectangular shape and the elliptical wavefront can change into circular symmetrical shape. The relation between theoretical simulation and experimental parameters were derived. Results of simulation show that the experimental equipment is simple by using the data obtained in our method and efficiency of energy transform is high.

**Key words:** self-consistent; iteration; elliptical wavefront; circular symmetrical wavefront.

---

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China.