

# 制作锂玻璃自聚焦透镜的 离子交换工艺的研究

易佑民 黄伟同 高永椿  
(安徽大学物理系)

## 提 要

本文分析了用一次离子交换工艺制备的自聚焦透镜的径向折射率分布规律, 计算了所能获得的最佳分布及工艺条件。并提出在熔盐中加  $\text{Li}^+$  及分阶段离子交换的新方法。计算表明, 用改进后的新工艺制备的自聚焦透镜, 其折射率分布可以得到明显的改善。

关键词: 自聚焦透镜; 离子交换。

## 一、引 言

离子交换法是制备自聚焦透镜的一种重要方法。1985年我室黄伟同等用  $\text{Li}^+$  玻璃棒在  $\text{NaNO}_3$  熔盐中进行离子交换, 制成了第一根  $\text{Li}$  玻璃自聚焦透镜。为了提高自聚焦透镜的性能, 本文从理论上分析透镜内  $\text{Li}^+$  浓度分布在离子交换过程中的变化情况, 计算了一次离子交换所能获得的最佳折射率分布及控制条件。但是, 在接近透镜表面处, 此种分布与理想折射率分布相比依然偏离较大。根据  $\text{Li}$  玻璃特点, 进一步从理论上研究了在盐浴中加  $\text{Li}^+$  及分阶段离子交换的方法。严格的计算表明, 用改进的新工艺制备自聚焦透镜, 其径向折射率分布可以得到明显的改善, 有可能优于抛物型分布而更接近于理想分布。

## 二、自聚焦透镜折射率分布的选择

在柱坐标系中, 光线通过折射率呈轴对称分布的非均匀介质时, 其轨迹可由下式计算<sup>[1]</sup>

$$Z(r) = \int_{r_0}^r \frac{\gamma dr}{\left\{ \left[ \frac{N(r)}{n_0} \right]^2 + \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right] (x_0 M_0 - y_0 L_0)^2 - \gamma^2 \right\}^{1/2}}, \quad (1)$$

式中  $N(r)$  为折射率分布,  $n_0$  为入射位置  $r_0$  处的折射率。  $x_0, y_0$  为输入端的入射点。  $M_0, L_0$  和  $\gamma$  为输入端射线的方向余弦。对于子午光线  $N_A^2(r)$  和旋螺光线  $N_B^2(r)$ , 可得到零色散的理想折射率分布分别为

$$N_A^2(r) = N_0^2 \operatorname{sech}^2(ar) = N_0^2 \left[ 1 - (ar)^2 + \frac{2}{3}(ar)^4 - \frac{17}{45}(ar)^6 + \dots \right], \quad (2)$$

$$N_B^2(r) = \frac{N_0^2}{1 + (ar)^2} = N_0^2 [1 - (ar)^2 + (ar)^4 - (ar)^6 + \dots]. \quad (3)$$

可见, 要获得一种既能使子午线, 又能使螺旋光线同时具有零色散的折射率分布是不可能的。通常取 (2)、(3) 两式展开式中完全相同的前两项

$$N_c^2(r) = N_0^2[1 - (\alpha r)^2], \quad (4)$$

称之为抛物型分布, 认为它是兼顾两者的一种较佳的折射率分布。

应该指出, 在  $N_0$  和  $\alpha$  相同的情况下, 双曲正割型分布  $N_A(r)$  低于  $N_B(r)$ , 而抛物型分布  $N_C(r)$  又低于  $N_A(r)$ , 因而对  $N_B(r)$  偏离就更大, 当  $N_0 = 1.5626$ ,  $\alpha = 0.1786$  时, 抛物型分布对两种理想分布的相对偏差在  $0.6r_0$  ( $r_0$  为透镜半径) 处分别为  $-0.004\%$  和  $-0.006\%$  在  $0.8r_0$  处分别为  $-0.014\%$  和  $-0.021\%$ , 而在  $r_0$  处则分别高达  $-0.034\%$  和  $-0.051\%$ , (参见图 3)。因此, 抛物型分布  $N_C(r)$  并不是对于午光线和螺旋光线同时兼顾的最佳折射率分布。某种介于  $N_A(r)$  和  $N_B(r)$  之间的分布可以比它性能更优越。

### 三、浓度分布与折射率分布的获得

$\text{Li}^+$  玻璃棒在  $\text{NaNO}_3$  熔盐中进行离子交换时, 实际交换的是玻璃中的  $\text{Li}^+$  和熔盐中的  $\text{Na}^{+[2]}$ 。玻璃中  $\text{Li}^+$  浓度  $C$  的径向扩散方程和离子交换过程中的边界条件及初始条件为

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rD \frac{\partial C}{\partial r} \right), \\ C &= 0, \quad (r=r_0, t>0) \\ C &= C_0, \quad (0 \leq r < r_0, t=0) \end{aligned} \quad (5)$$

在 (5) 式中  $D$  为扩散系数, 实际上为一常数<sup>[3]</sup>。则  $\text{Li}^+$  浓度分布  $C(r)$  为

$$C(r) = C_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \exp(-\beta_n^2 T)}{\beta_n J_1(\beta_n)} J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_0}\right) = C_0 B_0 \left(1 + \frac{A_0}{r_0^2} r^2 + \frac{A_2}{r_0^4} r^4 + \dots\right), \quad (6)$$

式中  $\beta_n$  为零阶贝塞尔 (Bessel) 函数的第  $n$  个根,  $J_0$ 、 $J_1$  分别为零阶、一阶贝塞尔函数,  $T = (Dt/r_0^2)$  为折合时间。系数  $B_K$ 、 $A_K$  分别为

$$\begin{aligned} B_K &= \frac{(-1)^K}{(K!)^2 2^{2K-1}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n^{2K-1} \exp(-\beta_n^2 T)}{J_1(\beta_n)}, \\ A_K &= \frac{B_K}{B_0}. \end{aligned}$$

由于 (6) 式中包含的两个级数, 收敛速度较慢, 若仅取前  $n$  项求和, 则在  $(r/r_0)$  较大处将引起明显的误差。用计算机分别对  $n$  和  $K$  求和得到以折合时间  $T$  为参数的  $\text{Li}^+$  相对浓度  $(C(r)/C_0)$  与相对半径  $(r/r_0)$  的分布曲线, 如图 1 所示。

$\text{Li}^+$  玻璃的折射率与它所含各组分的分子数比例及各组分的折射率  $N_i$  有关<sup>[4]</sup>。经离子交换后所得透镜的折射率分布  $N(r)$  与  $\text{Li}^+$  浓度分布的关系为

$$\begin{aligned} N(r) &= \sum_i N_i \alpha_{i0} + \sum_i N_i \Delta \alpha_i = N_I + (N_{\text{Li}} - N_{\text{Na}}) \frac{C(r) - C_0}{2m} \\ &\approx N_I + \frac{N_I - N_E}{C_0} [C(r) - C_0] = N_E + (N_I - N_E) \frac{C(r)}{C_0}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $N_I$  是交换前 Li 玻璃的初始折射率,  $N_E$  是该种 Li 玻璃中所有  $\text{Li}^+$  都被  $\text{Na}^+$  取代后所具有的折射率,  $m$  是单位体积内各组分的分子总数,  $\alpha_{i0}$  是各组分在离子交换前所占分子数的比例。

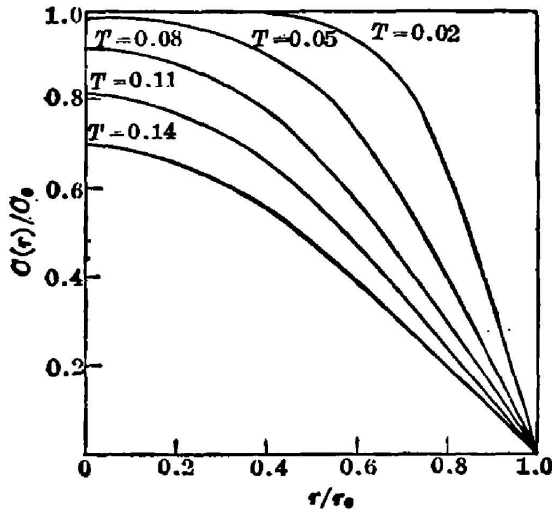


Fig. 1 Relationship between  $C(r)/C_0$  and normalized radius according to different values of  $T$

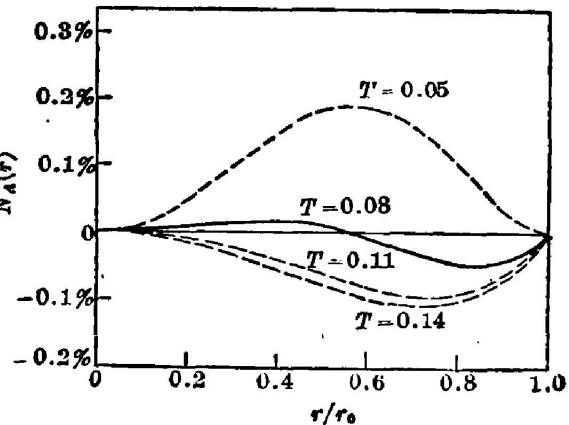


Fig. 2 Relationship between  $\frac{N(r) - N_A(r)}{N_A(r)}$  and normalized radius according to different values of  $T$

将(6)式代入(7)式,通过数值计算,得到  $N_I=1.567$ ,  $N_E=1.538$  的 Li 玻璃在各  $T$  值时的  $N(r)$  与双曲正割型分布  $N_A(r)$  的相对偏差由图 2 给出。

由图 1、图 2 可见,当  $T \leq 0.05$  时,透镜中心的  $\text{Li}^+$  尚未被  $\text{Na}^+$  充分交换,透镜有较大的  $\Delta N$  值,但此时的折射率分布  $N(r)$  与理想分布  $N_A(r)$  (亦即与  $N_E(r)$  分布)有相当大的正偏差,因而是不可取的;当  $T > 0.11$  时,透镜中心已有较多的  $\text{Li}^+$  被交换,透镜的  $\Delta N$  值将明显的减小。由于 Li 玻璃的  $N_I$  与  $N_E$  差值本来就小,  $\Delta N$  的进一步减小将使自聚焦透镜的应用受到影响,此时的折射率分布与理想分布也有相当大的负偏差,因而同样是不可取的;仅当  $T$  值在 0.08 附近时,透镜既可保持不太小的  $\Delta N$  值,又可有相对较好的折射率分布。仔细计算的结果表明,一次离子交换的最佳条件是  $T=0.085$ ,此时折射率分布在  $0.5r_0$  以内与两种理想分布的相对偏差均小于 0.01%。

必须指出,一次离子交换所能获得的这种“最佳”分布,当  $r > 0.5r_0$  后与理想分布的偏差即迅速增大,因而接近透镜表面处的光学性能将明显变差。即使在接近透镜中心的区域,  $N(r)$  与理想分布符合的精度也不很高(相对偏差在 0.01% 的量级)。因此,可以说用一次离子交换工艺很难获得高质量的自聚焦透镜棒。

#### 四、离子交换工艺的改进

为制备高质量的 Li 玻璃自聚焦透镜,即不仅要扩大折射率分布与理想分布相符合的区域,而且要提高这种符合的精度,为此,我们进一步研究了在熔盐中加  $\text{Li}^+$  和分阶段离子交换的方法。其工艺过程是:在熔盐中加入一定比例的  $\text{LiNO}_3$ ,使其中  $\text{Li}^+$  浓度为  $k_1C_0$ ,进行折合时间为  $T_1$  的第一阶段离子交换;然后更换熔盐,使  $\text{Li}^+$  浓度降为  $k_2C_0$ ,进行折合时间为  $T_2$  的第二阶段离子交换,这样就可以严格控制透镜内的  $\text{Li}^+$  浓度分布,从而改善折射率分布。

以三次离子交换为例,依扩散方程(5)及相应定解条件,可得浓度分布为

$$\frac{C(r)}{C_0} = k_3 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\{(k_2-k_3)+[(k_1-k_2)+(1-k_1)\exp(-\beta_n^2 T_1)]\}\exp(-\beta_n^2 T_2)\exp(-\beta_n^2 T_3)}{\beta_n J_1(\beta_n)} \times J_0\left(\beta_n \frac{r}{r_0}\right) - (k_3+B_0) \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2k}\right],$$

$$B_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{(k_2-k_3)+[(k_1-k_2)+(1-k_1)\exp(-\beta_n^2 T_1)]\}\exp(-\beta_n^2 T_2)\exp(-\beta_n^2 T_3)}{\beta_n J_1(\beta_n)},$$

$$A_K = \frac{(-1)^K}{(k_3+B_0)(K!)^2 2^{2K-1}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{(k_2-k_3)+[(k_1-k_2)+(1-k_1)\exp(-\beta_n^2 T_1)]\}\exp(-\beta_n^2 T_2)\exp(-\beta_n^2 T_3)\beta_n^{2K-1}}{J_1(\beta_n)}.$$

(8)

将(8)式代入(7)式,即可得到相应的折射率分布。

对于  $N_I=1.567$ ,  $N_E=1.538$  的 Li 玻璃棒,我们利用计算机进行了数值计算,所得

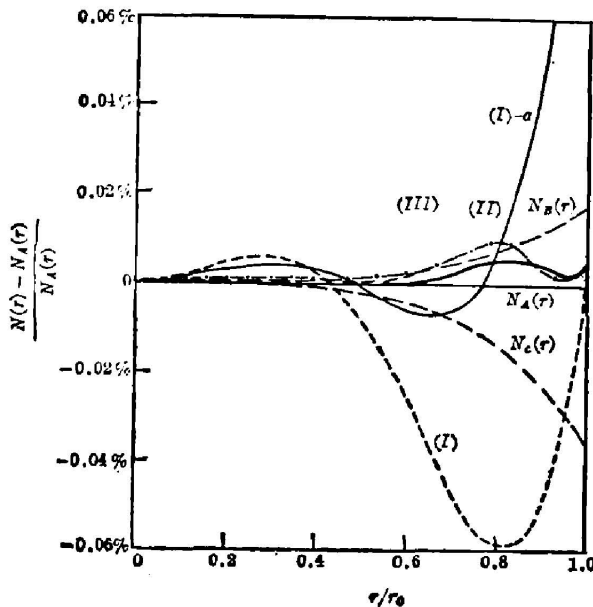


Fig. 3  $\frac{N(r) - N_A(r)}{N_A(r)}$  obtained with modified technique

各折射率分布与相应双曲正割型分布  $N_A(r)$  的相对偏差在图 3 中给出\*。

在图 3 曲线(I)为一次离子交换工艺所能获得的最佳折射率分布 ( $T=0.085$ ); 曲线(I)-a 为熔盐中加  $\text{Li}^+$  的一次离子交换工艺所能获得的最佳折射率分布, 工艺条件为  $T_1=0.095$ ,  $k_1=0.07$ ; 曲线(II)为二次离子交换工艺所能获得的最佳折射率分布, 工艺条件为  $T_1=0.095$ ,  $T_2=0.01$ ,  $k_1=0.098$ ,  $k_2=0.003$ ; 曲线(III)为三次离子交换工艺所能获得的最佳折射率分布, 工艺条件为  $T_1=0.098$ ,  $T_2=0.035$ ,  $T_3=0.067$ ,  $k_1=0.194$ ,  $k_2=0.056$ ,  $k_3=0.003$ 。

由图 3 可见, 曲线(I)-a, 与理想分布  $N_A(r)$  及  $N_B(r)$  的相对偏差在  $r \leq 0.8 r_0$  的范围内均小于 0.01%, 与曲线

(I)相比, 此分布与理想分布符合的范围有了明显的扩大。但当  $r > 0.8 r_0$  时, 折射率仍不理想, 并且, 即使在  $r \leq 0.8 r_0$  的范围内, 此种分布与理想分布的符合仍停留在相对偏差为 0.01% 的水平上。

分布(II)与理想分布  $N_A(r)$  的相对偏差在  $r \leq 0.5 r_0$  范围内均小于 0.001%, 在整个截面内均小于 0.01%; 它与理想分布  $N_B(r)$  的相对偏差在  $r \leq 0.85 r_0$  范围内均小于 0.003%, 在  $r > 0.9 r_0$  以外虽稍有增加, 但亦未超过 0.013%。可见分布(II)不仅扩大了与理想分布

\* 为便于比较,  $N_B(r)$  和抛物型分布  $N_C(r)$  与双曲正割型分布  $N_A(r)$  的相对偏差亦在图 3 中一并结出。

符合的范围,同时符合的水平亦有明显的提高。注意分布曲线(III)的相当大的部分是落在  $N_A(r)$  与  $N_B(r)$  之间,这种分布显然优于抛物型分布  $N_O(r)$ 。

分布(III)与理想分布  $N_A(r)$ 、 $N_B(r)$  的相对偏差在  $r \leq 0.55 r_0$  范围内均小于 0.001%, 在  $r \leq 0.9 r_0$  范围内均小于 0.005%, 在整个截面范围内均小于 0.01%。可见这种分布比分布(II)又有了明显的改善。并且在几乎整个截面范围内分布曲线均落在  $N_A(r)$  和  $N_B(r)$  之间,可见此分布更加明显地优于抛物型分布  $N_O(r)$ 。

## 五、结 论

用改进的工艺制备自聚焦透镜棒,折射率分布将会得到明显的改进,从而提高透镜的分辨本领并降低像差,获得高质量的自聚焦透镜。

## 参 考 文 献

- [1] 大越孝敬;《光学纤维基础》,(人民邮电出版社,北京,1980)第3章。
- [2] A. David Person; *Appl. Phys. Lett.*, 1969, 15, No. 2 (Jul), 76~77.
- [3] L. Kitano *et al*; *Appl. Opt.*, 1982, 21, No. 6 (Mar), 1017~1020.
- [4] 干福熹;《光学玻璃》,上册(科学出版社,北京,1982)第4,6章。

## Ion exchange technique for Li glass selfoc lens manufacturing

YI YOUMIN, HUANG WEITONG AND GAO YONGCHUN  
(Laboratory of Optical Fiber, Anhui University, Hefei)

(Received 27 January 1987; revised 6 April 1987)

### Abstract

In this paper, the law of radial index distribution in the lithium glass selfoc lens manufactured by one-step ion exchange technique has been analyzed. The optical distribution obtained with this method and its technical conditions have been derived. A new way of using molten salt with some  $\text{Li}^+$  and exchanging ions in more than one step has been proposed. Calculation shows that the selfoc lens manufactured with this new method has a greatly improved index distribution.

**Key words:** selfoc lens; ion-exchange.