第8卷 第1期
1988年1月
光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA
Vol. 8, No.1
January, 1988

非轴对称光学系统的彗差计算

赵 斌 李元康
（中国科学院上海光学精密机械研究所）

提 要

本文分析了轮胎面折射的弧矢彗差性质，导出了轮胎面本身产生的彗差的计算公式，和轮胎面对入射光束彗差的放大公式，并分别举了实例。

关键词：非轴对称光学系统；彗差计算。

一、引 言

在由柱面镜、轮胎镜等双曲率面镜组成的非轴对称光学系统中，弧矢彗差的计算有其特殊性质。它具体有两个方面的问题，一是双曲率折射面本身产生的彗差的计算，另一是入射光束已有的彗差经折射后的放大。本文讨论了这两个问题，并给出了具体的公式及实例。

二、双曲率面产生的彗差的计算

以子午面内的主光线为中心光线的一束光经折射后，弧矢光线的焦点不在主光线上了，这就是所谓弧矢彗差，在球面系统中我们已经熟知它的计算，但由于双曲率面在折射点处有子午和弧矢两个不同的半径，使得弧矢光线的折射变化了，当然，球面的计算方法就不适用了。为了解决这个问题，可以引进所谓“等效球”法。

1. “等效球”方法简介及计算公式

轮胎面是由一个球绕空间一根轴旋转形成的几何面，如果找到过胎面上空间光线入射点的这个球，则很显然，胎面和这个球在入射点处有同一的法线，即在入射点处胎面和球面相切。因为折射光线完全由入射线和法线来决定，所以此处折射线的方向完全可以根据入射线相对于球的位置来决定，也就是说可以由这个球来求出折射光线的像差，而球面折射的性质是我们所熟知的。由这种胎面和球面在入射点处的等效性，可以在入射点处除去胎面，而换上球面（其半径等于胎面的弧矢半径），通过求光束经球面折射后的弧矢像差来求实际的、经胎面折射的弧矢像差。我们称这种方法为“等效球”法。

根据上述思路及几何关系，可以推导出在“等效球”系统中（该系统的光轴平行于原光轴，且经过等效球的球心），彗差为：

收稿日期：1987年1月23日；收到修改稿日期：1987年3月9日

$$2n'U'_zK^*_s=S^*_{II}=S^*_I(j_{y*}/j^*)=S_{Is}(j_{yP}/j_s)。\tag{1}$$

在计算中，必须先在子午、弧矢平面内分别进行光线追迹。上式中下标 y、z 表示在子午、弧矢平面内、即 xoy 平面和 xoz 平面内的光线参数，下标 P 代表主光线。下面进一步讨论双曲率面弧矢彗差的计算。

2. 弧矢彗差计算公式

图 1 中，O 是轮胎面与光轴的交点，C_t 是它的回转中心，QP 是主光线，它在子午面内，H 是相应的弧矢光线与胎面的交点，即入射点，Q 是弧矢光线与子午面的交点。

所谓弧矢彗差，指的是折射后，弧矢光线 HA 和主光线 PA_1 在像面上的高度差 AA_1。当然，这可以用计算机进行空间光线追迹求出，但在应用"等效球"法的时候，我们并不需编制这种轮胎面的光线追迹程序，而是应用前述的"等效"性，来讨论、分析空间光线的折射。

因为光线入射点在等效球上，由胎面的几何性质可知，如过 C_t、H 作一垂直截面，则它与胎面的截线也就是胎面与等效球的交线，当然，在交线上的每一点，胎面和球面都是相切的。过 C_s 点作出等效球，利用球面计算的现成的程序，可以得到这个光线束经等效球折射后的彗差 K^*_s，即图 1 中的弧矢光线 HA 与主光线 PA_2 之间在像面上交点的高度差 AA_2。注意，主光线 QP 经等效球折射后不是 PA_1，而是 PA_2。这里忽略了入射点～主光线与胎面的交点和主光线与等效球的交点的微小差别，可以证明，它是关于 θ 角的二阶小量($\theta=LPC_tH$)，它引起的误差不是初级的。

折射后主光线 PA_1 和 PA_2 的夹角可以这样计算：

$$\begin{aligned}\angle A_2PA_1&=(j_{P1}-j'_{P1})-(j_{P2}-j'_{P2})\\&=(j_{P1}-j_{P2})(1-n/n')\\&=(R_t/R_s-1)(1-n/n')\theta。\end{aligned}$$

其中下标 1 表示主光线相对胎面的 λ、折射角，下标 2 表示相对于球面的 λ、折射角。

这样，轮胎面产生的彗差为：

$$\begin{aligned}K_s&=K^*_s-A_2A_1\\&=K^*-\angle A_2PA_1\times l'_z\\&=K^*-(R_t/R_s-1)\theta(1-n/n')l'_z\\&=K^*-K_{sD}。\end{aligned}$$

事实上，θ 与弧矢光线的孔径平方成正比。下面求它的近似解。

很容易想象，过 QP 的垂直平面与等效球截出的是一个圆，在 U_s 不太大的情况下，HP、θ 都是很小的，则有：$\angle QPC_s\approx\angle QPC_t=j_P$，从而截圆的半径为 $R_s\cdot\cos j_P$，进而有 $HP=h^2_s/2R_s\cos j_P$。由三角形的正弦定律，在三角形 C_tPH 内有：

$$\begin{aligned}\sin\theta/HP&=\sin(\theta+j_P)/R_t\\&=(\sin\theta\cdot\cos j_P+\sin j_P\cdot\cos\theta)/R_t\\&=\sin j_P\cdot\cos\theta/(R_t-HP\cdot\cos j_P),\end{aligned}$$

$$TAN\,\theta=HP\cdot\sin j_P/(R_t-HP\cdot\cos j_P)。$$

在角度很小时有：

$$\begin{aligned}\theta&\approx j_P\cdot HP/(R_t-HP)\approx j_P\cdot HP/R_t\\&=j_P\cdot h^2_s/2R_s\cdot R_t\cdot\cos j_P。\end{aligned}$$

由此可见：$K_{sP}\sim\theta\sim h_s^2\sim u_s^2$，属于初级彗差。

由表达式易导出：当 $R_t=R_s$ 时，即球面情况下，$K_{sD}=0$；当 $R_t\to\infty$，即柱面时，$K_{sD}=(1-n/n')(HP/R_s)\tan j_P\cdot l'_z$。当 $R_s\to\infty$，也是柱面，但母线垂直于子午面，$K_{sD}=0$。

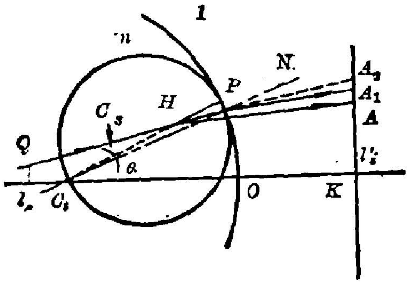

Fig. 1

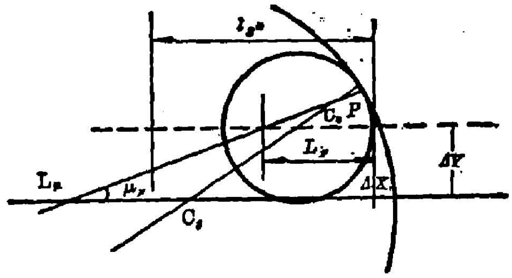

Fig. 2

下面给出一计算实例，见图 2。参数如下：

胎面的参数：$R_t=-74.36$；$R_s=-21.4$。折射率：$n=1.65954$；$n'=1.0$。子午面内主光线的参数：$L_P=88.4840$；$TAN\ U_P=0.436124$；$I_P=0.07604$。等效球球心离光轴的距离为：$\Delta y=24.7978$。等效球顶点的轴向位移：$\Delta x=-6.1644$。弧矢光线的参数：(在等效球的坐标系"*"中)$\rho_z^*=-65.126142$；$U_s=TAN\ U_s=-0.0634546$。为了计算 K_s^*，须先求出在新坐标系"*"中的 J 值：$J=1.8241$。由图中的关系，还可求出：$L_P^*=-25.3923$。另外，由空间光线追迹的实际值知：$h_s=4.32$。实际像面为：$l_z^{*\prime}=187.3468$，$l'_z=181.2$。由这些数据可以算出：

A）在"*"系统中：$K_s^*=0.1737$。

B）应用前面推导的公式求出：$HP=-0.4373$；$TAN\ \theta=-4.51585\times10^{-4}$；$K_{sD}=(R_t/R_s-1)(1-n/n')\cdot\theta\cdot l'_z=0.13357$。则：$K_s=K_s^*-K_{sD}=0.04013$。

实际结果为：$K_s=0.046405$，两者的误差为 0.006，作为分析之用，此法的精度是够的。

三、双曲率面对彗差的放大

双曲率面对彗差的放大和球面很不一样，它不仅与入射光束已有的彗差量有关，而且与弧矢光线的方向有关。后面还将看到，这种放大只与子午面内的参数有关，而与弧矢光线的孔径角无关。

图 3 中，DP 是光束的主光线，BV 是弧矢光线，l_y、l_z、l'_y、l'_z 分别为像散光束的物、像距，l'_{zt} 是在子午面内，当物距为 l_z 时所对应的像距。

设 B 为入射光束的实际弧矢焦点，已存在彗差 K_{s0}，并且弧矢光线在子午面内的投影的角度 $u\neq u_P$。下面我们将看到，由于子午、弧矢曲率不等，彗差的放大与球面不同。

将 B 点与光束的子午物点 D 相联，则光线 DB 折射后经过 D' 点。如果弧矢光线投影的方向就是 DB，则折射后弧矢光束焦点偏离主光线为 $B'A'$，并由图 3 中可导出：

$$B'A'=BA\cdot\cos u_P\cdot\left(\frac{-l_y}{l_z-l_y}\right)\cdot\left(\frac{\cos j'_P}{\cos j_P}\right)\cdot\left(\frac{l'_y-l'_z}{l'_y}\right)\Big/\cos u'_P。$$

但是，如果弧矢光线投影的方向为 DV，它与 DB 线的夹角为 ΔU，则因为 DV 线折射后

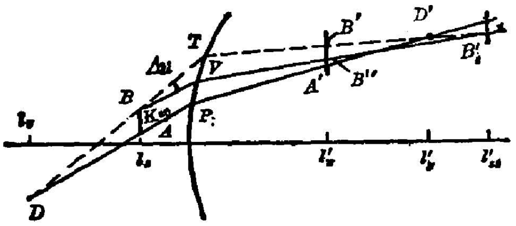

Fig. 3

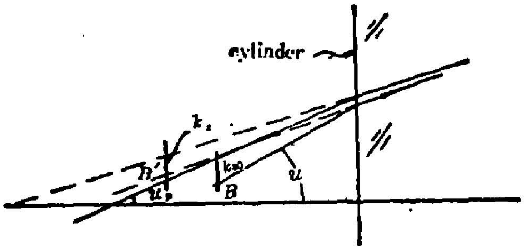

Fig. 4

通过B点的子午像点B'_t，所以由此产生的弧矢像点移动为$B'B''$：

$$B'B''=\Delta u\cdot(-l_s)\left(\frac{\cos j'_P}{\cos j_P}\right)\left(\frac{l'_{zt}-l'_z}{l'_{zt}}\right)\Big/\cos u'_P。$$

其中 $\Delta u=u-[u_P+BA\cdot\cos u_P/(l_s-l_y)]$。这样，转面后的彗差就是：

$$K_s=B''A'=B'A'+B'B''。$$

讨论一下上式的性质：

1．当入射弧矢光焦点落在主光线上时，即入射光无彗差，$K_{s0}=BA=0$，则有：

$$K_s=(u-u_P)(\cos j'_P/\cos j_P\cdot\cos u'_P)(l'_z-l'_{zt})l_s/l'_{zt}。$$

这是由于双曲率面的性质，从一点发出的不同方向的光束，经折射后并不聚焦于一点，而是形成一焦线，不同的方向对应于焦线上不同的位置，如果规定了这些光线中的一根为主光线，则其它光线的弧矢焦点与主光线的偏离也是一种弧矢彗差。而球面情况时是不存在这一项的，各个方向的光线弧矢焦点都在一起，当然，这是未考虑球差的影响。这就是胎面不同于球面的特性之一。

2．当双曲率面退化为球面时，即 $R_t=R_s$，有 $B'B''=0$，且：

$$K_s=BA\cdot\cos u_P/\cos u'_P\cdot l_y\cdot\cos j'_P/(l'_y\cdot\cos j_P)\cdot(l'_y-l'_z)/(l_y-l_s)$$

$$K_s\cdot\cos u'_P=BA\cdot\cos u_P\cdot u'_t/u_t\cdot(l'_y-l'_z)/(l_y-l_s)$$

$$=BA\cdot\cos u_P\cdot\beta_t=K_{s0}\cdot\cos u_P\cdot\beta_t。$$

上式中，β_t是沿主光线子午近轴光线追迹的横向放大率，而u_t、u'_t是沿主光线的第一近轴光与主光线的夹角，$BA\cdot\cos u_P$和$K_s\cos u'_P$表示在垂直于主光线方向的分量。此式的意义是明显的。

下面再给出一个实例：一个带彗差的像散波通过一个柱面折射面。数据如下：

柱面的母线在子午面内，即$R_t=\infty$；柱面的半径：$R_s=-87.0$；主光线的方向为：$TANU_P=-0.886626$；弧矢光线投影的方向：$TANU=-0.887567$；入射线彗差：$K_{s0}=0.033427$。子午物、像距：$l_y=-567.333$，$l'_y=-957.375$。弧矢物、像距：$l_s=-33.9404$，$l'_z=-44.799$。又：$l'_{zt}=-56.46563$。代入上面的公式中得：$B'A'=0.0334514$，$B'B''=-4.80719\times10^{-3}$。应用上节所述的"等效球"法算出本面产生的彗差为：$\overline{K}_s=K^*_s-K_{sD}=-0.009+0.01341=0.00441$。则总彗差为：

$$K_s=B'A'+B'B''+\overline{K}_s=0.02423。$$

用计算机作空间光线追迹所得结果为：$K_s=0.0226678$。可见，这种方法的精度作为定性分析及初步的定量估计是合适的。

四、结 束 语

上面讨论了双曲率面的彗差计算方法，公式比较繁，直接计算不是很方便；但可以根据计算的原则编制相应的程序，这样就可以研究非轴对称系统的彗差性质及分布情况，并用以指导系统的设计。

Calculation of coma of unsymmetric optical system

ZAO BING AND LI YUANKANG
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academic Sinica)

(Received 23 January 1987; revised 9 March 1987)

Abstract

In this paper, we studied the characteristics of the coma of a toroid surface. A formula for calculating the coma produced by itself is derived. Another formula for calculating the coma which accompanies the input light beam and is amplified by the toroid is also derived. Some examples are discused.

Ker words: unsymmtric optical system; calculation of coma.