

宽带减反射膜的一种简便设计方法

齐 钰

(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提 要

本文根据等效界面和等效光纳概念,推导出宽带减反射膜的减反射限定公式。研究表明,按限定公式确定的折射率参数可有效地进行规整膜厚的三层宽带减反射设计。

关键词: 宽带减反射膜。

一、引 言

随着计算机技术的发展,光学薄膜自动设计方法和程序日臻完善。为各种膜系的最优化设计提供了重要的先决条件。然而,对于层数不多的宽带减反射膜,薄膜工作者往往考虑条件的限制,不去求助于自动设计程序而用简单的计算方法自行设计膜系参数,指导工艺实践。因此,对于应用最多,最广的宽带减反射膜若能有一个简便可行的设计方法,将给薄膜工作者带来许多方便。

众所周知,规整膜厚的 $\lambda/4$ 三层宽带减反射膜其消反射条件是膜系设计给定初始条件的重要依据。对于 $G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)A$ 三层宽带减反射膜系, Cox 等人给出的消反射条件是:

$$\begin{cases} n_3 = n_1 \sqrt{n_g/n_0}, \\ 2n_1d_1 = 2n_3d_3 = n_2d_2 = \frac{1}{2}\lambda_0. \end{cases} \quad (1)$$

此时反射光谱曲线在 λ_0 处 $R=0$,其曲线形状与中间层折射率 n_2 有关^[1]。他还指出,当 $n_0=1$ 时,折射率 n_2 取2.0~2.4间任何值,都会得到好的结果^[2]。

但计算结果表明,上述的“好结果”仅仅是指在 λ_0 处 $R=0$ 或具有一定带宽的低反射,而绝大多数结果并非是我们所期待的剩余反射 $\Delta R < 0.5\%$ 、减反射带宽 $\Delta\lambda > 2500 \text{ \AA}$ 的“U”型膜,和 $\Delta R < 0.5\%$ 、 $\Delta\lambda > 2600 \text{ \AA}$ 的“W”型膜,而且在 n_g , n_0 和 n_1 确定后,也仅当 n_2 为某一确定值的很小范围时,方可取得上述“U”或“W”型光谱特性。对于入射介质 $n_0 > 1$ 的情况,由于 n_1 和 n_0 的折射率梯度变小,容易实现宽带减反射,但其光谱反射也与 n_1 、 n_2 和 n_3 的选择密切相关。因此说, Cox 等人的消反射条件对三层宽带减反射膜尚不充分,有必要以补充和限定。

二、宽带减反射膜减反射条件的限定

根据 H. A. Macleod 理论^[3], 对于一个如图 1. 结构的多层膜, 若在膜系中引入光学导纳

收稿日期: 1986年10月22日; 收到修改稿日期: 1986年12月17日

Y , 则所求膜系反射率问题就变成仅仅是求在光纳为 η_0 的入射介质和光纳为 Y 的膜系之间的单一界面反射率。那么其反射率便可借助于膜系的特征矩阵导纳公式求解。

在折射率为 n_g 基底上涂镀 k 层折射率为 n_r 的薄膜后, 其膜系的特征矩阵为:

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left\{ \prod_{r=1}^k \begin{pmatrix} \cos \delta_r & \frac{i}{n_r} \sin \delta_r \\ i n_r \sin \delta_r & \cos \delta_r \end{pmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ n_g \end{bmatrix}. \quad (2)$$

这里 $\delta_r = \frac{2\pi}{\lambda} n_r d_r \cos \delta'_r$ 为每层膜的相位厚度, δ'_r 为入射角。由此得膜系的光纳:

$$Y = \frac{C}{B}. \quad (3)$$

膜系的反射率:

$$R = \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right) \left(\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y} \right)^*. \quad (4)$$

当光垂直入射和各层膜厚 $n_r d_r = \frac{1}{4} \lambda_0$ 时, 由(2)、(3)式不难导出多层膜系的光纳为:

$$\begin{cases} Y = \frac{n_1^2 \cdot n_3^2 \cdot n_5^2 \cdots n_{k-2}^2 \cdot n_k}{n_2^2 \cdot n_4^2 \cdot n_6^2 \cdots n_{k-1}^2 \cdot n_g} & (k \text{ 为奇数}), \\ Y = \frac{n_1^2 \cdot n_3^2 \cdot n_5^2 \cdots n_{k-1}^2 \cdot n_g}{n_2^2 \cdot n_4^2 \cdot n_6^2 \cdots n_{k-2}^2 \cdot n_k} & (k \text{ 为偶数}). \end{cases} \quad (5)$$

对于 $G\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}\right)A$ 膜系, 由于中间层是 λ_0 半波厚度的虚设层, 故其等效光纳与 $G\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{4}\right)A$ 双层膜相等, 并由(5)式有

$$Y = \frac{n_1^2 \cdot n_g}{n_3}. \quad (6)$$

那么该膜系在 λ_0 处反射为零的条件应是 $Y = \frac{n_1^2 \cdot n_g}{n_3} = n_0$, 即有

$$n_3 = n_1 \sqrt{n_g/n_0}. \quad (7)$$

(7)式即为 Cox 等人给出的消反射条件。

根据等效光纳概念, 匹配的三层膜由于 n_2 中间层是虚设层, 在 λ_0 处 n_2 值应与 n_g 基底上涂镀 $\frac{1}{4} \lambda_0$ 厚 n_3 膜后的等效光纳 $Y = \frac{n_3^2}{n_g}$ 相等, 即 $n_2 = \frac{n_3^2}{n_g}$ 。若将(7)式代入则有:

$$n_2 = \frac{n_1^2}{n_0}. \quad (8)$$

这样便得出三层减反膜在 λ_0 处反射为零的充分必要条件是:

$$\begin{cases} n_3 = n_1 \sqrt{n_g/n_0}, \\ n_2 = n_1^2/n_0, \\ 2n_1 d_1 = 2n_3 d_3 = n_2 d_2 = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{cases} \quad (9)$$

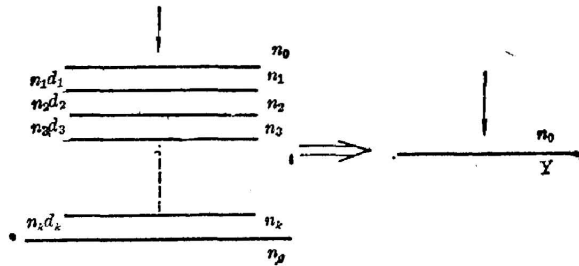


Fig. 1 Schematic of multilayer and its equivalent interface.

显然(9)式比(7)式更完整地表达了消反射时各层膜参数的关系。

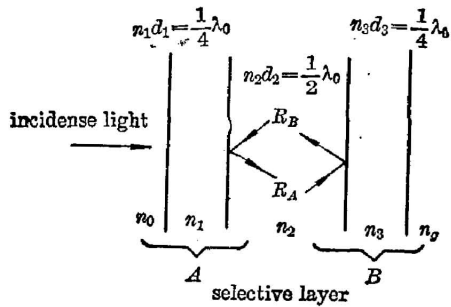


Fig. 2 Structure of three layer antireflection coatings, equivalent to an interference filter

对于 $G\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}\right)$ A 膜系, 如果设计时允许在 λ_0 处有 $R=0.3\%$, 那么原消反射时的折射率参数即发生变化。一般是给定 n_g 、 n_0 和 n_1 后改变 n_3 和 n_2 。

对上述膜系由于 $R_{A_0} > 0$, 所以膜系光纳 $Y = \frac{n_1^2 \cdot n_g}{n_0^2} > n_0$, 即 $n_3 < n_1 \sqrt{n_g/n_0}$ 。

由公式(4)可导出当 $Y > n_0$ 时, 有 $Y = \frac{n_0(1+\sqrt{R})}{1-\sqrt{R}}$, 将 $R=0.3\%$ 代入并比较(6)式可得到:

$$n_3 = 0.95n_1 \sqrt{n_g/n_0} \quad (10)$$

(10)式给出了在 λ_0 处反射率为 0.3% 时折射率参数 n_3 同 n_g 、 n_1 和 n_0 的关系。

下面的问题是怎样选择 n_2 值。对于图 2 结构, 当间隔层与两个反射镜的界面反射 $R_A = R_B$ 时, 则膜系在 λ_0 处消反射。此时, 两反射镜的等效光纳相等, 即 $\frac{n_1^2}{n_0} = \frac{n_3^2}{n_g}$ 。

如果保持在 λ_0 处 $R=0.3\%$, 比较(7)式和(10)式可知 n_3 值相应减小, 由于 n_3 值变小致使反射镜 B 反射率增大 ΔR_B 。为保持膜系的宽波段低反射特性, 就必须设法使反射镜 A 的反射率增大 ΔR_A , 且 $\Delta R_A < \Delta R_B$ 。

对于反射镜 A 的等效光纳 $Y = \frac{n_1^2}{n_0}$, 反射率 $R_A = \left(\frac{n_0 \cdot n_2 - n_1^2}{n_0 \cdot n_2 + n_1^2}\right)^2$, 若 n_0 和 n_1 不变, 对上式求导数可得如下形式: $\Delta R_A = M \cdot \Delta n_2 (n_0 \cdot n_2 - n_1^2)$ 。

$$\text{若 } \Delta R_A > 0, \text{ 则有合理解 } \begin{cases} \Delta n_2 > 0, \\ n_2 > \frac{n_1^2}{n_0} \end{cases}$$

故可写成 $n_2 = k \cdot \frac{n_1^2}{n_0}$, ($k > 1$)。

这个公式中的 k 值已难于用特定的波长 λ_0 的简便计算求得, 我们采用统计归纳法求得 k 值的近似值为 $k=1.08$, 此时 $n_0=1$ 。这样有 $n_2=1.08 \cdot n_1^2$ 。

由上述推导给出“W”型三层宽带减反膜在入射介质 $n_0=1$ 时的减反射限定条件:

$$\begin{cases} n_3 = 0.95 \cdot n_1 \sqrt{n_g}, \\ n_2 = 1.08 \cdot n_1^2, \\ 2n_1d_1 = 2n_3d_3 = n_2d_2 = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{cases} \quad (11)$$

(11)式是对消反射条件(6)式的推广和限定, 定量的给出在 $n_0=1$ 时 n_3 、 n_2 、 n_1 和 n_g 间

作为宽带减反膜的设计, 必须同时权衡低反射带宽和带宽内的最大、最小反射率。因此, 为获得良好的宽带低反射特性, 需要对公式(9)的消反射条件予以补充和限定。

在下面有关“限定”讨论中, 是将 S. D. Smith 的有效界面设计滤光片分析方法应用于三层宽带减反膜的设计^[3], 其结构示于图 2。

对于 $G\left(\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4}\right)$ A 膜系, 如果设计时允许在 λ_0 处有 $R=0.3\%$, 那么原消反射时的折射率参数即发生变化。一般是给定 n_g 、 n_0 和 n_1 后改变 n_3 和 n_2 。

对上述膜系由于 $R_{A_0} > 0$, 所以膜系光纳 $Y = \frac{n_1^2 \cdot n_g}{n_0^2} > n_0$, 即 $n_3 < n_1 \sqrt{n_g/n_0}$ 。

由公式(4)可导出当 $Y > n_0$ 时, 有 $Y = \frac{n_0(1+\sqrt{R})}{1-\sqrt{R}}$, 将 $R=0.3\%$ 代入并比较(6)式可得到:

$$n_3 = 0.95n_1 \sqrt{n_g/n_0} \quad (10)$$

(10)式给出了在 λ_0 处反射率为 0.3% 时折射率参数 n_3 同 n_g 、 n_1 和 n_0 的关系。

下面的问题是怎样选择 n_2 值。对于图 2 结构, 当间隔层与两个反射镜的界面反射 $R_A = R_B$ 时, 则膜系在 λ_0 处消反射。此时, 两反射镜的等效光纳相等, 即 $\frac{n_1^2}{n_0} = \frac{n_3^2}{n_g}$ 。

如果保持在 λ_0 处 $R=0.3\%$, 比较(7)式和(10)式可知 n_3 值相应减小, 由于 n_3 值变小致使反射镜 B 反射率增大 ΔR_B 。为保持膜系的宽波段低反射特性, 就必须设法使反射镜 A 的反射率增大 ΔR_A , 且 $\Delta R_A < \Delta R_B$ 。

对于反射镜 A 的等效光纳 $Y = \frac{n_1^2}{n_0}$, 反射率 $R_A = \left(\frac{n_0 \cdot n_2 - n_1^2}{n_0 \cdot n_2 + n_1^2}\right)^2$, 若 n_0 和 n_1 不变, 对上式求导数可得如下形式: $\Delta R_A = M \cdot \Delta n_2 (n_0 \cdot n_2 - n_1^2)$ 。

$$\text{若 } \Delta R_A > 0, \text{ 则有合理解 } \begin{cases} \Delta n_2 > 0, \\ n_2 > \frac{n_1^2}{n_0} \end{cases}$$

故可写成 $n_2 = k \cdot \frac{n_1^2}{n_0}$, ($k > 1$)。

这个公式中的 k 值已难于用特定的波长 λ_0 的简便计算求得, 我们采用统计归纳法求得 k 值的近似值为 $k=1.08$, 此时 $n_0=1$ 。这样有 $n_2=1.08 \cdot n_1^2$ 。

由上述推导给出“W”型三层宽带减反膜在入射介质 $n_0=1$ 时的减反射限定条件:

$$\begin{cases} n_3 = 0.95 \cdot n_1 \sqrt{n_g}, \\ n_2 = 1.08 \cdot n_1^2, \\ 2n_1d_1 = 2n_3d_3 = n_2d_2 = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{cases} \quad (11)$$

(11)式是对消反射条件(6)式的推广和限定, 定量的给出在 $n_0=1$ 时 n_3 、 n_2 、 n_1 和 n_g 间

的相互关系。

同理,对于 $G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)$ A 膜系,为取得宽波段低反射特性的“U”型膜,在给定 λ_0 处 $R=0.1\%$ 条件下,可有如下 $n_0=1$ 时的减反射限定条件:

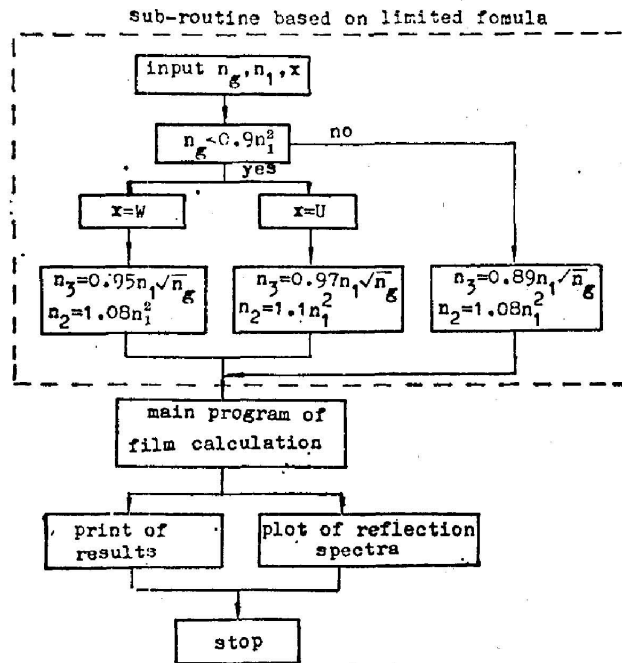
$$\begin{cases} n_3 = 0.97 \cdot n_1 \sqrt{n_g}, \\ n_2 = 1.1n_1^2, \\ 2n_1d_1 = 2n_3d_3 = n_2d_2 = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{cases} \quad (12)$$

对于 $G\left(\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)$ A 膜系在 $n_0=1$ 时的减反射限定条件:

$$\begin{cases} n_3 = 0.89n_1 \sqrt{n_g}, \\ n_2 = 1.08 \cdot n_1^2, \\ n_g \geq 0.9n_1^2, \\ 2n_1d_1 = n_2d_2 = n_3d_3 = \frac{1}{2} \lambda_0. \end{cases} \quad (13)$$

至此给出了入射介质 $n_0=1$ 情况下三层宽带减反射取得宽波段低反射的限定条件。对 $n_0>1$ 时的限定条件将另文讨论。

将公式(11)、(12)、(13)作为子程序,编入通用膜系计算的主程序,即构成一个简单的宽带减反膜膜系设计程序。只要给定 n_g 和 n_1 后,即可自动计算出所需参数 n_3 和 n_2 值,并计算出光谱透过或反射率,打印并绘出光谱曲线。其设计程序框图如下:



三、设计实例

表 1 给出按限定条件对不同基底和不同类型宽带减反膜设计的结构参数和结果。图 3 中的 A、B、C、D、E、F 分别是表 1 中膜系 7、8、2、6、11 和 13 对应的由 PC-1500 袖珍计算机计算并绘出的光谱反射曲线。

Table 1 Films of all wide-band anti-reflection coating by anti-reflectance limited condition

structure		parameter	reflective index and spectral reflection parameters of film ($n_0=1$)					
			n_2	n_3	n_4	n_1	ΔR_{\max}	bandwidth with $\Delta R < 0.5\% (\text{\AA})$
$G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)A$	W-type curve of Eq. 11	1	1.46	1.58	2.06	1.38	0.29	3000
		2		1.67	2.30	1.46	0.28	3000
		3	1.52	1.62	2.06	1.38	0.25	3000
		4		1.71	2.30	1.46	0.28	3000
		5	1.62	1.67	2.06	1.38	0.26	>2700
		6		1.77	2.30	1.46	0.25	>2700
	U-type curve of Eq. 12	7	1.52	1.65	2.09	1.38	0.09	2800
		8		1.75	2.35	1.46	0.07	2800
		9	1.67	1.73	2.09	1.38	0.09	>2500
		10		1.83	2.35	1.46	0.07	>2500
$G\left(\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)A$	Eq. 13	11	1.67	1.55	2.01	1.35	0.19	3100
		12	1.72	1.61	2.06	1.38	0.25	3100
		13	1.80	1.65	2.06	1.38	0.16	3100

图 4 是由限定公式(11)设计计算的 K_9 基底上三层宽带减反膜的光谱反射。图 5 和图 6 是用以同图 4 相比较的三层^[4]和四层^[5]非规整膜厚的宽带减反膜之计算光谱反射。

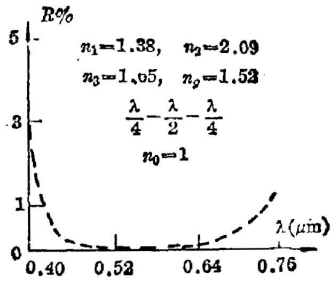
图 7 是用以同图 3 (f)相比较,由自动设计程序设计出的三层宽带减反膜。

比较上述曲线极为接近,足见该简便设计方法的优越。

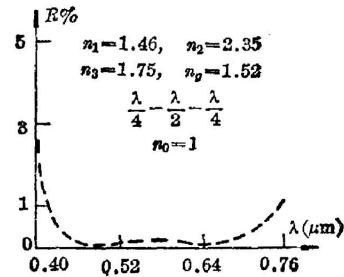
图 8 和图 9 分别为在 K_9 玻璃和 CaF_2 晶体基底上试制的三层宽带减反膜测量光谱曲线。结果表明,反射曲线同按限定条件的设计结果相当吻合。

四、结论和讨论

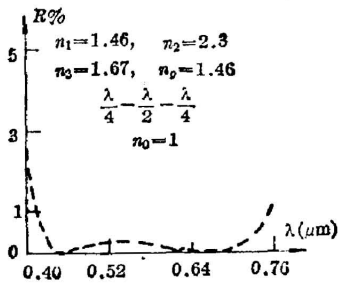
公式(9)和(11)、(12)、(13)是对 J. T. Cox 等人减反射膜消反射条件的完善和推广。利用上述限定条件给出的膜层折射率匹配关系,可以省去膜系自动设计程序,根据现有的薄膜



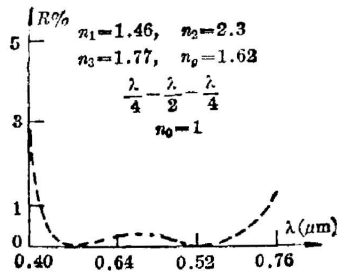
(a)



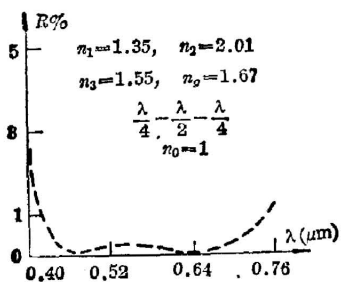
(b)



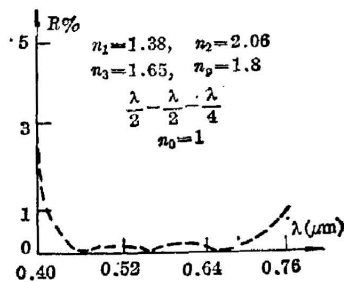
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 3 Spectral reflectance calculated for W- and U-type three-layer wide-band anti-reflection coatings, with parameters determined by anti-reflectance limited formula

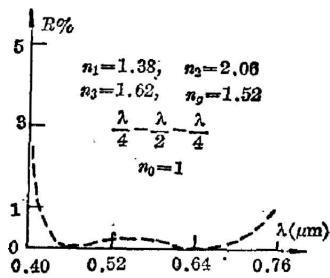


Fig. 4 Calculated spectral reflectance of three-layer wide-band antireflection coatings calculated with the limited formula (11)

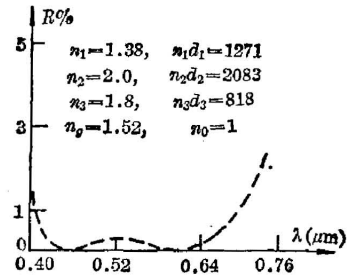


Fig. 5 Theftford applies the method of equivalent interface to design calculated spectral reflectance of irregular the layer wide-band anti-reflection coatings

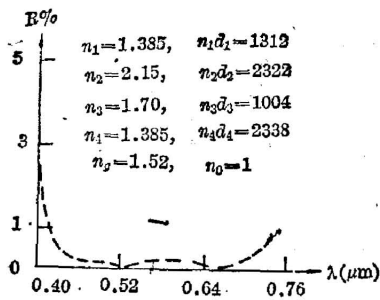


Fig. 6 Calculated spectral reflectance of irregular four-layer wideband anti-reflection and given by U. S. patent

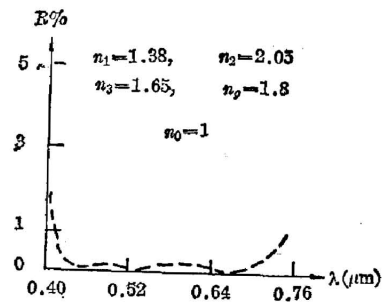


Fig. 7 Calculated spectral reflectance of three-layer wide-band antireflection coatings using auto-calculation program on $N_1=1.38$ and $N_2=2.05$

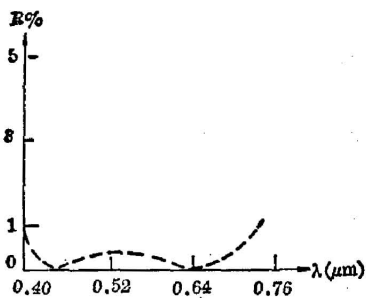


Fig. 8 Measured spectral reflectance of three-layer wide-band anti-reflection coatings on K_2O substrate using limited condition

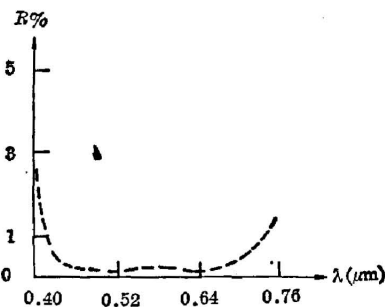


Fig. 9 Measured spectral reflectance of three-layer wide-band anti-reflection coatings on CaF_2 substrate using limited condition

材料和工艺参数,用 PC-1500 袖珍计算机就能有效地自行设计并取得理想的设计结果。完成一次设计并绘出反射曲线仅需 2 分钟。实践表明,这种设计方法简便,容易掌握,切实可行。

但限定公式还不是一组准确的数学表达式,匹配关系可以通过实践予以适当修正,使之更为准确。这主要是因为对“W”和“U”型宽带减反膜还没有一个确切的定义;这种仅对中心波长特性的推导计算尚无法对其它波长完全有效。然而,就广义而言,这个宽带减反膜限定公式的精度已足以满足薄膜工作者在实践中设计使用的需要。

参 考 文 献

- [1] J. T. Cox, G. Hass *«Physics of Thin Films»*, (Academic Press Inc. London), 1964.
- [2] J. T. Cox, G. Hass *et al.*; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1962, **52**, No. 9 (Sep), 965.
- [3] 周九林, 严树百译, H. A. 麦克芬德著; *«光学薄膜技术»*, (国防工业出版社, 1974)。
- [4] A. Theiford; *Opt. Acta*, 1969, **16**, No. 1 (Jan-Feb), 37.
- [5] 王尚铎; 私人通信。

Limit of anti-reflection condition and simple method of its design for wide-band anti-reflection coating

QI YU

(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 22 October 1986)

Abstract

The paper introduces a simple method of wide-band anti-reflection coating. We have derived the limited formula of anti-reflection for wide-band anti-reflection coating based on the concept of equivalent interface and equivalent optical derivative.

The results show that one can design wide-band anti-reflection coating efficiently by using the coating parameters determined by the limited formula of anti-reflection. Examples of design, experimental results and discussions are also presented.

Key Words: wide-band anti-reflection coating.