

不用狭缝的两步彩虹全息

国承山 周衍勋 冯郁芬
(陕西师范大学物理系)

提 要

本文提出了一种新的两步彩虹全息记录方法。这种方法不需要在主全息图前放置狭缝;所需要的限制狭缝通过适当改变主全息图再现光的方向来合成。文中给出了详细的理论分析和有关实验结果。
关键词: 全息术;彩虹全息术。

一、引 言

本文将合成狭缝的概念引入到两步彩虹全息中^[1~9],提出一种新的两步彩虹全息记录方法,即不用狭缝的两步彩虹全息。该法不需要在主全息图前放置狭缝,而是在记录过程中,通过稍微改变主全息图再现光的方向来合成一个定位于主全息图所在平面的合成狭缝。由于这种方法去掉了记录光路中的限制狭缝,可以减小散斑噪声对全息像的影响;因此,用这种方法有可能更好地发挥两步彩虹的某些优点,获得较好的彩虹全息图。

二、理 论 分 析

图1(a)所示为记录主全息图 H_1 的光路示意图。假设被记录物体 O 散射的激光在全息干板 H_1 上的振幅分布为 $O(x_1, y_1)$;为分析简明起见,取参考光 R_1 为准直平行光,它在干板 H_1 上的振幅分布设为

$$R_1(x_1, y_1) = \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda} x_1 \sin \theta_R \right], \quad (1)$$

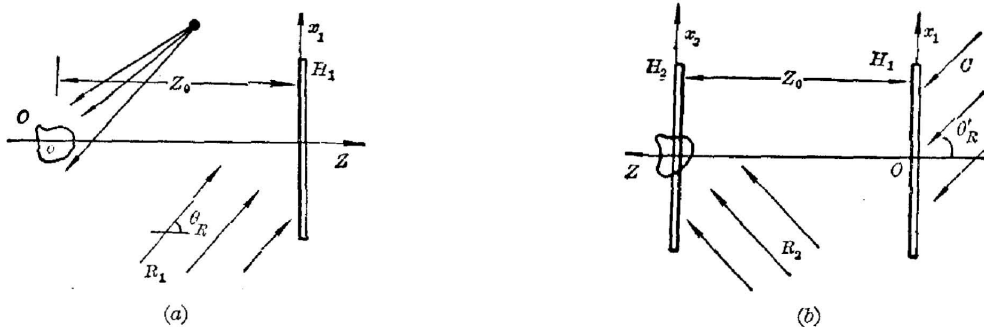


Fig. 1 Recording configuration of two-step rainbow holography with no slit

在线性记录条件下, 处理后的主全息图 H_1 的振幅透射率可写为

$$T(x_1, y_1) = \beta_0 + \beta\tau_1 [1 + |O(x_1, y_1)|^2 + R_1 O^*(x_1, y_1) + R_1^* O(x_1, y_1)], \quad (2)$$

其中 β_0 和 β 都是常数, τ_1 为曝光时间, * 表示复共轭。

图 1(b) 所示为第二步记录过程的示意图。将另一全息干板 H_2 置于主全息图 H_1 前 Z_0 处, 照明 H_2 的参考光一般地设为 $R_2(x_2, y_2)$ 。用与 R_1 共轭但角度有微小偏离 α 的再现光 $O(x_1, y_1)$ 照明 H_1 ,

$$O(x_1, y_1) = \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda} x_1 \sin(\theta_R - \alpha)\right], \quad (3)$$

则主全息图的再现波沿 z 轴传播的部分为

$$\begin{aligned} O_3(x_1, y_1) &= \beta\tau_1 R_1(x_1, y_1) O^*(x_1, y_1) O(x_1, y_1) \\ &= \beta\tau_1 O^*(x_1, y_1) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} \alpha x_1 \cos\theta_R\right), \end{aligned} \quad (4)$$

这里利用了 α 是一微小变量的假设, 后面将证明这一假设是正确的。

在全息干板 H_2 上, 物波的振幅分布就是 $O_3(x_1, y_1)$ 的非涅耳衍射

$$\begin{aligned} O_3(x_2, y_2, \alpha) &= \beta\tau_1 \frac{\exp(jKZ_0)}{j\lambda Z_0} \iint O^*(x_1, y_1) \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} \alpha x_1 \cos\theta_R\right) \\ &\quad \cdot \exp\left\{j\frac{\pi}{\lambda Z_0} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1, \end{aligned} \quad (5)$$

干板上的总光强分布则为

$$\Phi = |R_2|^2 + |O_3(x_2, y_2, \alpha)|^2 + R_2 O_3^*(x_2, y_2, \alpha) + R_2^* O_3(x_2, y_2, \alpha). \quad (6)$$

如果采用多次曝光的方式记录全息图 H_2 , 并在每两次曝光之间, 微小改变再现光 $O(x_1, y_1)$ 的入射方向 α_0 , 经过 $n+1$ 次曝光, 使 $O(x_1, y_1)$ 的方向分 n 次从 $\theta_R - \frac{n}{2} \alpha_0$ 变到 $\theta_R + \frac{n}{2} \alpha_0$, 每一次曝光时间均为 τ_0 , 则在进行第 i 次曝光时, 全息干板 H_2 上的强度分布变为

$$\Phi_i = |R_2|^2 + |O_3(x_2, y_2, \alpha_i)|^2 + R_2 O_3^*(x_2, y_2, \alpha_i) + R_2^* O_3(x_2, y_2, \alpha_i), \quad (7)$$

在整个曝光过程中记录的总曝光量则可写为

$$\begin{aligned} H &= \tau_0 \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} [|R_2|^2 + |O_3(x_2, y_2, m\alpha_0)|^2 + R_2 O_3^*(x_2, y_2, m\alpha_0) \\ &\quad + R_2^* O_3(x_2, y_2, m\alpha_0)], \end{aligned} \quad (8)$$

控制总曝光时间 $t_0 = (n+1)\tau_0$, 使全息干板 H_2 工作在线性区域内; 处理后的 H_2 用与原参考光 R_2 共轭的光再现。考虑(8)式中我们感兴趣的第三项重现波 $T_3(x_2, y_2)$, 该项可写为

$$\begin{aligned} T_3(x_2, y_2) &= R_2^* \beta' \tau_0 \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} R_2 O_3^*(x_2, y_2, m\alpha_0) \\ &= \beta' \tau_0 \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} O_3^*(x_2, y_2, m\alpha_0), \end{aligned} \quad (9)$$

将(5)式代入(9)式, 互换求和与积分的顺序, 并利用等比级数的求和公式, (9)式可简化为

$$T_3(x_2, y_2) = A_0 \frac{\exp(-j\frac{\pi}{\lambda} Z_0)}{-j\lambda Z_0} \iint L(x_1, \alpha_0, n) O(x_1, y_1)$$

$$\times \exp \left\{ -j \frac{\pi}{\lambda Z_0} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1, \quad (10)$$

其中 $A_0 = \beta \beta' \tau_1 t_0$, 为一常数, 而

$$\begin{aligned} L(x_1, \alpha_0, n) &= \frac{1}{n+1} \sum_{m=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}} \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda} m \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right) \\ &= \frac{\exp \left(j \frac{\pi}{\lambda} n \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right) - \exp \left[-j \frac{\pi}{\lambda} (n+2) \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right]}{1 - \exp \left(-j \frac{2\pi}{\lambda} \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right)} \cdot \frac{1}{n+1} \\ &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\sin \left[\frac{\pi}{\lambda} (n+1) \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right]}{\sin \left[\frac{\pi}{\lambda} \alpha_0 x_1 \cos \theta_R \right]}. \end{aligned} \quad (11)$$

该项再现波在再次传播到图 1(b) 中 H_1 所在平面处时, 其再现光场就成为

$$\begin{aligned} T_2(x_1, y_1) &= A_0 \frac{1}{(\lambda Z_0)^2} \iiint L(x'_1, \alpha_0, n) O(x'_1, y'_1) \exp \left\{ -j \frac{\pi}{\lambda Z_0} [(x_2 - x'_1)^2 \right. \\ &\quad \left. + (y_2 - y'_1)^2] \right\} \cdot \exp \left\{ j \frac{\pi}{\lambda Z_0} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \right\} dx'_1 dy'_1 dx_2 dy_2 \\ &= \frac{A_0}{(\lambda Z_0)^2} \iint L(x'_1, \alpha_0, n) O(x'_1, y'_1) \exp \left\{ -j \frac{\pi}{\lambda Z_0} [x_1^2 - x'^2 + y_1^2 - y'^2] \right\} \\ &\quad \cdot \iint \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda Z_0} [(x_1 - x'_1)x_2 + (y_1 - y'_1)y_2] \right\} dx_2 dy_2 dx'_1 dy'_1 \\ &= A_0 L(x_1, \alpha_0, n) O(x_1, y_1), \end{aligned} \quad (12)$$

在上面的整个推导过程中, 我们忽略了全息图孔径产生的影响。

显然, 上述方式记录的全息图 H_2 当用共轭光再现时, 其共轭像项传播到原 H_1 所在平面上的复振幅分布是原物波光场和一个调制因子 $L(x_1, \alpha_0, n)$ 之积。由 (11) 式可见, 该调制因子具有多光束干涉场的形式, 其图形如图 2 所示。由 (11) 式可知, 图形中各相邻主极大的距离为

$$\Delta = \frac{\lambda}{\alpha_0 \cos \theta_R}. \quad (13)$$

如果我们取最靠近主极大的两个极小之间的距离为主极大的宽度 W , 则

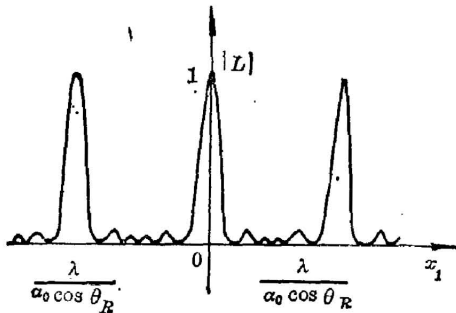


Fig. 2 Figure of modulation factor L

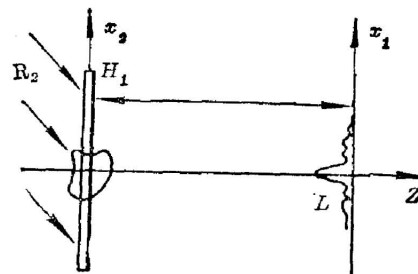


Fig. 3 Position of synthesized slit

$$W = \frac{2\lambda}{\alpha_0(n+1)\cos\theta_R}, \quad (14)$$

可见,主极大间的距离 Δ 和主极大本身的宽度 W 是单次改变量 α_0 和总改变次数的函数。如果我们选取适当的 α_0 和 n , 使得只有零级主极大在 y 轴上而其它主极大都在全息图 H_1 的再现光照范围之外, 并且使零级主极大的宽度满足白光再现的要求, 上述调制因子 L 就可起到一个限制狭缝的作用, 称之为合成狭缝。其位置如图 3 所示。

上述结果可很容易地推广到时间平均曝光的情况。在整个曝光过程中, 连续均匀地使再现光 $C(x_1, y_1)$ 的入射方向从 $\theta_R - \frac{\varepsilon_0}{2}$ 变到 $\theta_R + \frac{\varepsilon_0}{2}$, 这就相当于 $n \rightarrow \infty$, $\alpha_0 \rightarrow 0$ 及 $(n+1)\alpha_0 \rightarrow \varepsilon_0$ 的情况。对(11)式求极限就可得到时间平均曝光时调制因子的形式

$$L = \text{sinc} \left[\frac{\varepsilon_0 x_1 \cos \theta_R}{\lambda} \right], \quad (15)$$

该调制因子就是众所周知的 sinc 函数。它只有一个主极大, 它的中心峰的宽度为

$$W = \frac{2\lambda}{\varepsilon_0 \cos \theta_R}, \quad (16)$$

显然, 这时只需选取适当的总角移量 ε_0 就可得到所需宽度的合成狭缝。

对于参考光 R_1 和再现光 C 为球面波的情况, 上述分析方法显然也是适用的。

三、实验结果

我们用上述方法记录彩虹全息的光路如图 4 所示。主全息图 H_1 是用通常方法记录的非涅耳全息图; 在记录该全息图时, 我们使物到 H_1 的距离保持为 240 mm, 参考光采用准直平行光, 且与 z 轴的夹角为 45° 。在用图 4 所示光路记录彩虹全息图 H_2 时, H_1 的再现光用原参考光的共轭光; 干板 H_2 放在共轭像所在位置; 曝光过程中通过沿垂直光轴方向移动准直透镜 L_0 来达到所需要的角移量。由于实验设备的限制, 实验中我们仅采用了多次曝光的形式, 曝光次数为 31 次, 总曝光量控制在干板的线性区域内。每次角度改变量约为 2.78×10^{-5} 弧度, 采用的激光波长为 6328 \AA 。由(14)式算得合成狭缝的宽度约为 2 mm。由(13)式可算得相邻主极大的间距约为 32 mm, 由于我们所用照明光束的直径为 62 mm, 因此, 只有零级主极大存在, 它就构成了我们想要的合成狭缝。图 5 所示是我们实际得到的合成狭缝的再现像。从照片上可见, 除了中间主极大, 其它高级主极大都没有出现。在光场范围内还可看到一些次极大, 但它们相对零级主极大大小得多, 因此, 不影响实际观察。图 6 所示是用该法得到的彩虹全息图的白光再现像。

本文的理论和实验证明, 通过在曝光过程中改变主全息图 H_1 的再现光方向可以合成一个等效狭缝, 即合成狭缝。该合成狭缝的位置在主全息图 H_1 所在平面上, 宽度由再现光

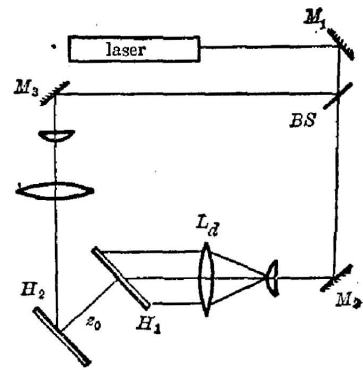


Fig. 4 Schematic diagram of the experimental arrangement

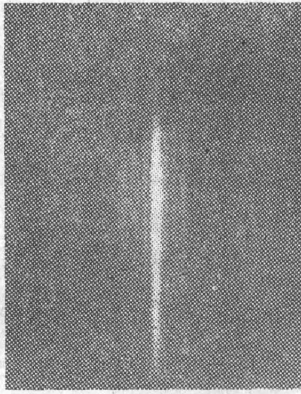


Fig. 5 Zmage of the synthesized slit



Fig. 6 White-light reconstructed image of a rainbow hologram with no slit

角度改变量确定,而狭缝的取向则与角度改变的方向垂直。由于这种新方法在记录光路中不存在限制狭缝,可以较好地减弱散斑噪声对全息像的影响,又由于两步彩虹全息在获得大视场方面较一步法有更大的灵活性,因此,这种方法是具有潜在应用价值的。

参 考 文 献

- [1] S. A. Bertor; *J. Opt. Soc. Am.*, 1969, **59**, No. 10 (Oct), 1545~1546.
- [2] E. N. Leith, *et al.*; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 20 (Oct), 3187~3188.
- [3] H. Cher, F. T. S. Yu; *Opt. Letters*, 1978, No. 2 (Apr), 85.
- [4] P. N. Tamura; *Appl. Opt.*; 1978, **17**, No. 21 (Nov), 3343.
- [5] H. Cher; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 22 (Nov), 3728~3730.
- [6] O. P. Grover and H. Var Driel; *J. Opt. Soc. Am.*, 1980, **70**, 335.
- [7] Qizhe Shar *et al.*; *Appl. Opt.*, 1983, **22**, No. 23 (Dec), 3902~3905.
- [8] 陈桂丛,单启莹;《中国激光》,1985, **12**, No. 6 (Jun), 324~329.
- [9] A. Beauregard and R. A. Lessard; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 18 (Sep), 3095~3098.

Two-step rainbow holography using no slit

GUO CHENGSHAN, ZHOU YANXUR AND FENG YUFEN
(Department of Physics, Shanxi Teachers University, Xian)

(Received 26 April 1986; revised 19 July 1986)

Abstract

A new two-step rainbow holographic process is proposed, which does not need to put a slit in front of the primary hologram. The required slit is synthesized by properly changing the incident angle of the reconstruction beam of the primary hologram. Both theoretical analysis and experimental results are presented.

Key Words: holography; rainbow holography.