第7卷 第8期
1987年8月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 7, No. 8
August, 1987

一种新的调频条纹分析算法

母国光　梁俊忠　王君庆　方志良
(南开大学现代光学研究所)

提　要

本文提出一种无需滤波处理的调频条纹分析算法，该算法与傅里叶技术相比具有省时、便于进行快速、实时位相测量等优点。

关键词：调频条纹，实时计算。

一、引　言

干涉术是研究许多问题的重要手段，如何分析干涉图是人们一直潜心研究的课题，电子学、电子计算机技术的应用使条纹分析有了新的突破，条纹自动分析使得位相测量开始向快速、实时、高精度发展。通常人们着眼于分析直接反映空间位相分布的等值线条纹(contour fringes)，条纹图像处理技术[1]由计算机进行条纹加强、识别，但由于等值线条纹分析存在2π不确定性和极值位置不易确定等局限，一般测量精度较低。移相干涉术[2]用一组有不同相对相移的等值线干涉图来计算位相分布，虽然改善了测量精度，但实验条件很难满足。72年Ichioka等[3]首次提出在测量位相里引入一变化幅度较大的线性因子，获得所谓的调频条纹，作为条纹的调频因子记录下并通过电子学滤波处理求出待测位相，近来Takeda等报道了调频条纹的数字滤波分析[4]，调频条纹分析的优点是实验简单、处理容易，但由于滤波处理计算量很大，对大数据量处理费时很多，难于实现快速、实时处理。本文提出一种无需滤波处理的调频条纹分析算法，利用条纹的调频特性，确定调频条纹的极值位置，经预处理消除消去引入的线性位相因子，求得待测位相。这种算法省去了耗时的滤波过程，计算量大大降低，便于进行快速、实时处理。

二、理论分析

调频条纹的照度分布$r(x)$为[3]

$$r(x)=a(x)=a(x)+b(x)\cos[kx\sin\theta+\varphi(x)], \tag{1}$$

定义(1)式中$\varphi(x)=0$的条纹为参考条纹

$$r(x)=a(x)+b(x)\cos[kx\sin\theta], \tag{2}$$

式中$kx\sin\theta$为引入的线性因子，一般$kx\sin\theta$比$\varphi(x)$变化快得多，$a(x)$，$b(x)$比$\cos[kx\sin\theta]$变化慢得多，可以认为局部区域$a(x)$，$b(x)$为常数，照度分布$r(x)$接近于理想正弦分布，其周期为$\Delta(2\pi/k\sin\theta)$。调频条纹比参考条纹多了一项测量位相$\varphi(x)$，但$\varphi(x)$一般比

收稿日期：1986年10月14日

$kx\sin\theta$ 变化小得多，局部区域仍可视为正弦分布，由 $\varphi(x)$ 调节局部区域正弦分布的周期。假设全空间所有相邻极大(极小)光强之间调相量限定为

$$\{\delta\varphi\}_{\max}=\pm m2\pi,\quad 0<m<1 \tag{3}$$

调频条纹的周期 T 满足

$$(1-m)\Delta\leqslant T\leqslant(1+m)\Delta, \tag{4}$$

若 $m\leqslant(1/2)$，有 $(\Delta/2)\leqslant T\leqslant(3\Delta/2)$，这说明在长度 Δ 范围内，调频条纹必有且仅有一个极值(极大或极小)，或一极值对(一个极大和一个极小)。由此可知，调频条纹由一个极大(极小)起，在长度 Δ 范围内必有且仅有一个极小(极大)。这样，若以参考条纹的周期 Δ 为判据可以很容易确定调频条纹的极值位置，确定 $I_{\max}$, $I_{\min}$ 后，对局部区域有

$$2a=I_{\max}+I_{\min},\quad 2b=I_{\max}-I_{\min}。 \tag{5}$$

预处理消去 $a(x)$、$b(x)$ 的影响，

$$\begin{aligned}i'(x)&=[i(x)-a(x)]/b(x)=[i(x)+i(x)-2b]/2a\\&=\cos[kx\sin\theta-\varphi(x)],\end{aligned} \tag{6}$$

得理想调频条纹 $i'(x)$。定义 $\Phi(x)=kx\sin\theta-\varphi(x)$，并取 $i'(x)$ 的反函数得

$$\alpha(x)=\cos^{-1}[i'(x)]=\cos^{-1}[\cos\Phi(x)], \tag{7}$$

$$\because\quad d\alpha=-\frac{\sin\Phi}{|\sin\Phi|}d\Phi,$$

$$\therefore\quad d\Phi=\begin{cases}-d\alpha, & \Phi\in(\pi,\ 2\pi),\\ d\alpha, & \Phi\in(0,\ \pi),\end{cases} \tag{8}$$

因此，在线性因子 $kx\sin\theta$ 增加的方向上，由极大到下一个极小有 $d\Phi=d\alpha$，由极小到下一个极大有 $d\Phi=-d\alpha$。

若以 Δ 为判据：由极大(极小)找下一个极小(极大)，对此极值对间数据预处理消除 $a(x)$, $b(x)$ 的影响，根据(7)式求出 $\alpha(x)$，由 $\alpha(x)$ 结合(8)式便可求出总位相 $\Phi(x)$，消去已知线性位相因子

$$\varphi(x)=kx\sin\theta-\Phi(x), \tag{9}$$

得待求空间位相 $\varphi(x)$。我们把这种无需滤波的调频条纹分析算法称为直接求解算法。

对照传统的等值线条纹直接求解方法：确定条纹极值位置，估算条纹级次，插值计算全空间位相分布，调频条纹直接求解算法有本质的改进，具有 $a(x)$、$b(x)$ 影响较小，极值判断准确，计算无 2π 不确定性等优点，可以预计测量精度提高很多。

调频条纹直接求解算法用预处理代替了傅里叶滤波分析，在计算过程中若不考虑每周期计算 $2a$、$2b$，由(6)式知每点仅需三次加法，一次除法运算。考虑到傅里叶技术不连续位相的修正，与直接求解算法中的极值位置寻找时的逻辑判断相抵，以及傅里叶技术计算 Φ

$$\Phi(x)=\mathrm{Im}\{\ln r'(x)\}=\tan^{-1}(\mathrm{Im}\{r'(x)\}/\mathrm{Re}\{r'(x)\}), \tag{10}$$

式中 Im{ } 和 Re{ } 分别表示取复数的虚部和实部，反正切函数宗量需进行一次除法运算，直接求解算法刚好省去了整个滤波处理过程。假设处理数据为 N。用基 2 快速傅里叶变换实现一次变换需要 A 次乘法、B 次加法运算[5]

$$A=N\log_2 N,\quad B=(3N/2)\log_2 N。 \tag{11}$$

考虑到一次滤波需实现一对正逆交换，并假设 $N=1024$，每点滤波处理需进行 20 次乘法、

30 次加法运算，远比预处理计算量大，因此大数据量处理费时很多。傅里叶技术的优点是实验简单、处理容易，配以大型计算机实现快速处理是不可能的，本文介绍的直接求解算法省去了耗时的滤波过程，计算量降低一个数量级，而且具有处理数据个数任意，每点位相计算仅与附近一个周期内数据有关等特点，为微机实现快速调频条纹分析提供了方便。

三、实验位相测量

为了验证调频条纹直接求解算法，我们对一块透明玻璃物不均匀性进行了测量。实验中用 He-Ne 激光器作为光源，泰曼干涉仪作为干涉装置，干涉图用胶片记录，显微密度计数据采集。为了克服胶片非线性的影响，采用预曝光方法把曝光量偏置到 $H\text{-}D$ 曲线线性区，对照度为 $r(x)$ 的干涉图，胶片记录的光密度

$$D(x)=D_0+\gamma\log[E_0+r(x)], \tag{12}$$

其中 γ 为 $H\text{-}D$ 曲线线性区斜率，E_0 为预置曝光量，而且 D_0、γ、E_0 皆为常数。由 $D(x)$ 可得相对照度分布

$$r(x)=10^{[D(x)/2]}, \tag{13}$$

为了降低噪声，我们选用颗粒度较低、γ 值较大，而且线性区较宽的天津缩微 2 全色负片记录干涉图，图 1 为其标准处理条件下的 $H\text{-}D$ 曲线。

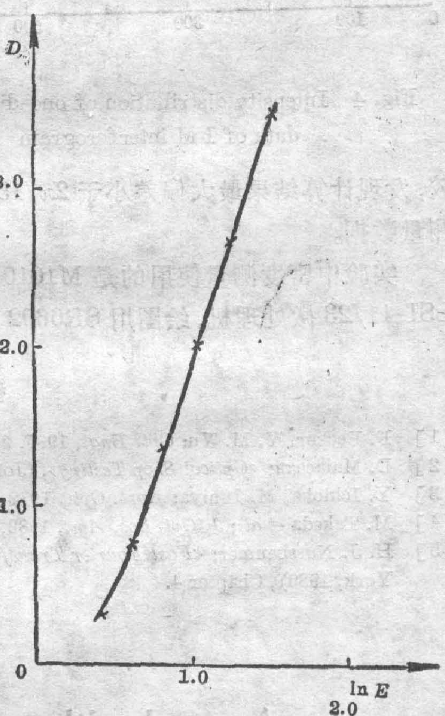

Fig. 1　$H\text{-}D$ curve of Tianjin Suwei films

对一块透明玻璃物，图 2 为其等值线干涉图，图 3 为所谓的调频条纹。其上半部为无物参考条纹，下半部为调频条纹。不失一般性我们演示一下单行位相测量。实验中对参考条纹和调频条纹平行各扫描一行，由参考条纹数据计算出 Δ，图 4 为调频条纹的一行数据，应用直接求解法求出图 4 区域位相分布，计算结果如图 5 所示。参考点 $\varphi(300)$ 由傅里叶技术求出，调频条纹取样间距 30 μm。

由图 5 的计算结果可以看出，直接求解算法调频条纹分析无 2π 不确定性，能测量小于 $2\pi/15$ 的位相细节，因此比等值线条纹直接求解算法优越得多。直接求解算法省去了耗时的滤波过程，但由于无窄带滤波作用，位相计算结果不平滑，通过与傅里叶技术测量结果比

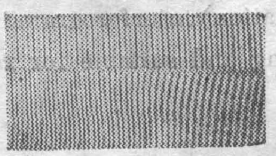

Fig. 2　Conventional contour fringes showing the thickness of a piece of glass

Fig. 3　FM fringes

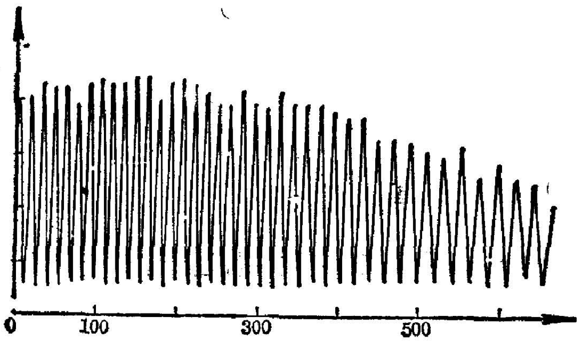

Fig. 4 Intensity distribution of one-dimensional data of FM interferogram

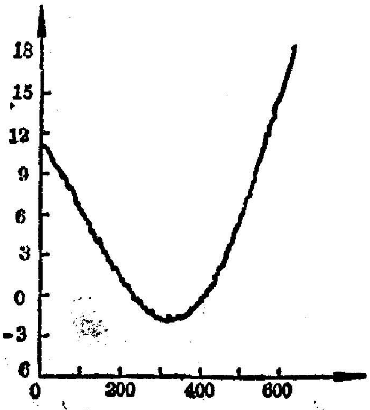

Fig. 5 Measurement phase distribution obtained by calculation

较,发现计算结果最大偏差小于 $2\pi/15$, 所以测量精度高达 $\lambda/15$, 因此仍能获得十分满意的测量数据。

实验中密度测量使用的是 M1010 型 Perkin-Elmer 显微密度计,数据处理用的是一台 LSI-11/23 微处理机,绘图用 SR6602 智能绘图仪。

参 考 文 献

[1] F. Becker, Y. M. Yu; *Opt. Eng.*, 1985, **24**, No. 3 (May), 429~434.
[2] D. Malacara; «*Optical Shop Testing*», (John Wiley & Sons Inc., 1978), Chapter 13.
[3] Y. Ichioka, M. Inniya; *Appl. Opt.*, 1972, **11**, No. 7 (Jul), 1507~1514.
[4] M. Takeda *et al.*; *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**, No. 1 (Jan), 156~160.
[5] H. J. Nussbaumer; «*Fast Fourier Transform and Convolution*», (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1980), Chapter 4.

A new algorithm of analysing FM interferogram

MU GUOGUANG, LIANG JUNZHONG, WANG JUNQING AND FANG ZHILIANG
(*Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin*)

(Received 14 October 1986)

Abstract

A new algorithm of analysing FM (frequency modulation) interferogram is described. Compared with the Fourier method, it is time saving and suitable for real-time calculation.

Key Words: FM interferogram; real-time calculation.