

单模阶梯光纤中孤立波的弹性形变双折射及偏振色散

周国生 李学农
(山西大学物理系)

提 要

本文利用微扰计算综合考虑了弹性形变对孤立波在单模光纤中传输的影响,指出了即使是孤立波也存在着弹性形变双折射和偏振色散。

关键词: 光纤; 孤立波; 弹性形变; 传播。

为了获得色散与非线性效应相抵消的传播状态,在光纤中实现了孤立波传播。最近,孤立波激光器已经试制成功^[1]。

任何光纤,都不可避免产生弹性形变,如弯曲,双向受压,圆芯形变等。当光以非孤立波形式传播时,弹性形变引起双折射和偏振色散^[2]。当光以孤立波形式传播时,对椭圆芯光纤,同样存在上述现象^[3]。我们将讨论孤立波在弹性形变下的特性。

设无形变光纤的介电常数 ϵ 的矩阵形式为:

$$[\epsilon_1(r, \omega)] = [n^2(r, \omega)] = [f_0(r)] n_1^2(\omega), \quad (1)$$

$$[f_0(r)] = \begin{bmatrix} f_0(r) & 0 & 0 \\ 0 & f_0(r) & 0 \\ 0 & 0 & f_0(r) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$f_0(r) = \begin{cases} 1, & r/a \leq 1, \\ 1-2\Delta, & r/a > 1, \end{cases} \quad (3)$$

其中 n 是折射率, n_1 是芯区折射率, a 是光纤芯半径。

光纤发生弹性形变的介电常数为:

$$[\epsilon] = [\epsilon_1] + [\delta\epsilon], \quad (4)$$

$$[\delta\epsilon] = n_1^2(\omega) [\Delta f], \quad (5)$$

其中 $[\delta\epsilon]$ 和 $[\Delta f]$ 由弹性形变决定。在无扭曲的微弹性形变下,不会产生两个本征模之间的耦合,仅仅使传播常数 β_i 增加一微量 N_i ^[2],

$$N_i = \omega \epsilon_0 \int \mathbf{e}_i^* [\delta\epsilon] \mathbf{e}_i ds, \quad i=1, 2 \quad (6)$$

其中 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 分别表示两个线偏振模 ${}_0\text{HE}_{11}$ 和 ${}_e\text{HE}_{11}$ 。

利用文献[3]相同的推导法,可得:

$$\mathbf{E}_i = \theta(z, t) e^{i q z} \mathbf{e}_i(r), \quad i=1, 2, \quad (7)$$

$$\theta(z, t) = \theta_0 \operatorname{sech}(\gamma\tau), \quad (8)$$

$$q_i^2 = q_0^2 + k_0^2 \Delta f_i \quad (9)$$

$$\tau = t - z/v_{gi}, \quad k_0 = \frac{n_1 \omega}{c} \quad (10)$$

$$v_{gi} = v_{g0} [1 - (\Delta f_i / \bar{f}_0) (1 - k_0^2 \bar{f}_0 / 2q_0^2)] \quad (11)$$

$$1/r^2 = 1/r_0^2 + (\Delta f_i / \bar{f}_0) (1/r_0^2) s \quad (12)$$

$$s = 1 + (2\gamma_0^2 k_0^2 \bar{f}_0^2 / d_2 \theta_0^2 q_0^2) (1 - k_0^2 \bar{f}_0 / q_0^2),$$

其中 ω 为孤立波的中心频率; v_g 、 q 和 $1/r$ 分别表示群速度, 传播常数和孤立波宽度; 下标 i 对应两位线偏振模 ${}^o\text{HE}_{11}$, ${}^e\text{HE}_{11}$ 的物理量, o 对应无形变的情况; 符号上的一横, 表示平均值:

$$\bar{F}_i = (1/C) \int \mathbf{e}_i^* \cdot [F] \cdot \mathbf{e}_i ds \quad (13)$$

$$C = \int \mathbf{e}_i^* \cdot \mathbf{e}_i ds = (\pi V^2 / 2u^2) a^2 [2(\beta_i a / W)^2 (1 - Q\Delta) J_1^2(u) + J_0^2(u)] A_0^2, \quad (14)$$

$$A_0^2 = (u / \beta_i a)^2 u_0^{1/2} W^2 (2\pi a^2 n_1 \epsilon_0^{1/2} V^2 J_1^2(u))^{-1}$$

其中

$$u = (k_0^2 - \beta_i^2)^{1/2} a, \quad W = [\beta_i^2 - (1 - 2\Delta) k_0^2]^{1/2} a, \quad (15)$$

$$V = (u^2 + W^2)^{1/2}, \quad Q = \frac{u^2 W^2}{V^2} \cdot \frac{J_0(u)}{u J_1(u)},$$

这里 $[F]$ 表示一任意物理量的矩阵, J 是 Bessel 函数。由公式 (6) 可得

$$\Delta \bar{f}_i = N_i / \omega \epsilon_0 n_1^2 C, \quad (16)$$

另外有

$$\bar{f}_0 = 1 - M/C, \quad (17)$$

$$M = 2A_0^2 a^2 \Delta \pi [J_1(u) / K_1(W)]^2 \{ (\beta_i a / W)^2 (1 - Q\Delta) \cdot [-K_0^2(W) + K_1^2(W)] - [K_1^2(W) - K_0(W) K_2(W)] / 2 \},$$

其中 K 是变型 Bessel 函数。 $\bar{f}_0 \approx 1$, 因为 $M \ll C$, M/C 小于千分之几。

由公式 (11)、(12) 可见, 当 $\Delta \bar{f}_i > 0$ (或 < 0), 弹性形变将使传播常数 q_i 和孤立波宽度 $1/r$ 增加 (减小), 群速度减小 (增加)。这是因为, $K_0^2 \bar{f}_0 / q_0^2 \sim 1$, $s \sim 1$ 。

两个偏振模的各对应量之差为

$$\Delta q = q_1 - q_2 \approx \frac{k_0^2}{2q_0^2} (\Delta \bar{f}_1 - \Delta \bar{f}_2) \quad (18)$$

$$\Delta v_g = v_{g1} - v_{g2} \approx v_{g0} (\Delta \bar{f}_2 - \Delta \bar{f}_1) (1 - k_0^2 \bar{f}_0 / 2q_0^2) / \bar{f}_0, \quad (19)$$

$$\Delta \tau_g = \tau_{g1} - \tau_{g2} = -\frac{\Delta v_g}{v_{g1} v_{g2}} \approx -\frac{\Delta v_g}{v_{g0}^2}. \quad (20)$$

从上面各式可以看到, 在弹性形变下, 孤立波存在双折射和偏振色散, 除非 $\Delta \bar{f}_1 = \Delta \bar{f}_2$ 。

1) 圆芯光纤的纯弯曲

设光纤外径为 $2b$, 弯曲的曲率半径为 R , 如图 1 所示。设 $b \ll R$, $a \ll R$, 则由公式 (16) 及文献 [2] 有

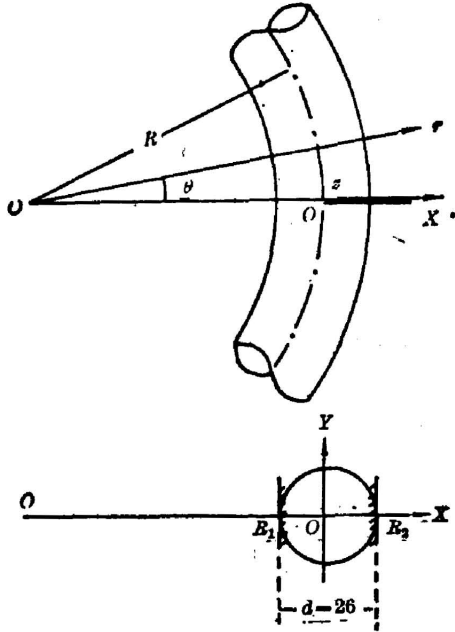


Fig. 1 Bent fiber with a curvature radius R and an outer diameter $d=2b$. (x, y, z) is a local rectangular coordinate system and (r, θ) plane is located in the curvature plane

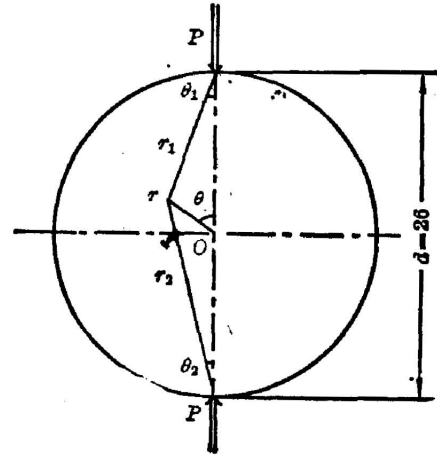


Fig. 2 Round fiber with outer diameter $d=2b$ under transversely applied pressure P

$$\begin{aligned} \bar{\Delta f}_1 &= (Ek_0/2\omega\epsilon_0 n_1^3 C) [(b/R)^2 (2C_2/3 - C_1) \\ &\quad + 1/12 (a/R)^2 (C_1 - 2C_2 + C_2^2 E/n_1) H(V)], \\ \bar{\Delta f}_2 &= (\omega\epsilon_0 n_1^2 C_1)^{-1} [- (b/R)^2 C_2 Ek_0/6n_1 \\ &\quad + (a/R)^2 (-C_2 + C_2^2 E/n_1) Ek_0 H(V)/24n_1], \end{aligned} \tag{21}$$

其中 C_1, C_2, E 分别是熔融石英的光弹性常数和杨氏模量。

$$\begin{aligned} H(V) &= 2 + 4(u^4 - W^4)/u^2 V^2 W^2 + 4J_0(u)/u J_1(u) \\ (\bar{\Delta f}_1 - \bar{\Delta f}_2) &= (C_2 - C_1) (b^2 - a^2 H(V)/12) Ek_0/2n_1 R^2 \omega\epsilon_0 n_1^3 C, \end{aligned} \tag{22}$$

2) 在圆光纤上外加横向压力

设两相等相反的力 P 作用在光纤的直径上, 如图 2 所示, 光纤内产生应力。若 $r \ll b$, 则同样利用文献 [2] 和公式 (16) 有

$$\begin{aligned} \bar{\Delta f}_1 &= [2(-3C_1 + C_2) + (8/3)(a/d)^2 (2C_1 - C_2) H(V)] pk_0/\pi d \omega\epsilon_0 n_1^3 C \\ \bar{\Delta f}_2 &= [2(-3C_2 + C_1) + (8/3)(a/d)^2 (2C_2 - C_1) H(V)] pk_0/\pi d \omega\epsilon_0 n_1^3 C, \end{aligned} \tag{23}$$

$$\bar{\Delta f}_1 - \bar{\Delta f}_2 = (-C_1 + C_2) [1 - (a/d)^2 H(V)] 8pk_0/\pi d \omega\epsilon_0 n_1^3 C, \tag{24}$$

3) 圆光纤内有均匀轴向张力

若圆光纤在沿轴 z 方向有应力 T , 而其它方向的应力为零, 则同样可得

$$\begin{aligned} \bar{\Delta f}_1 - \bar{\Delta f}_2 &= [C_2 + C_1 \Delta J_0^2(u)/2I_{03}] Tk_0/\omega\epsilon_0 n_1^3 C, \\ I_{03} &= V^2 J_1^2(u)/6W^2 + J_0(u) J_1(u) V^2/3uW^2 + (u^4 - W^4) J_1^2(u)/3u^2 W^4 \\ \bar{\Delta f}_1 - \bar{\Delta f}_2 &= 0. \end{aligned} \tag{25}$$

因此在这种情况下, 光纤不存在弹性形变双折射及偏振色散, 两个偏振方向的孤立波宽度也

相等。

4) 光纤芯呈椭圆形形变

椭圆芯光纤折射率平方分布比较图如图 3 所示, 阴影区折射率平方差由下式表示

$$\delta\epsilon = \begin{cases} 0, & r/a \leq 1, \\ 2n_1^2\Delta, & r/a > 1, \end{cases} \quad \text{I, III 区} \quad (26)$$

$$\delta\epsilon = \begin{cases} -2n_1^2\Delta, & r/a \leq 1, \\ 0, & r/a > 1, \end{cases} \quad \text{II, IV 区} \quad (27)$$

$$\bar{\Delta}f_1 = -\bar{\Delta}f_2 = G(V)ek_0\Delta^2/2\omega\epsilon_0n_1^2C, \quad (28)$$

其中 $e \ll 1$, 是椭圆的偏心率,

$$\bar{\Delta}f_1 - \bar{\Delta}f_2 = G(V)ek_0\Delta^2/\omega\epsilon_0n_1^2C, \quad (29)$$

$$G(V) = W^2/V^4 \{ u^2 + QV^2/2J_1^2(u) [K_0(W)K_2(W) \cdot (J_0(u)/K_0(W))^2 - J_0(u)J_2(u)] \},$$

图 4 是在不同偏心率下 $\bar{\Delta}f_1$ 随正则频率变化的计算机结果。

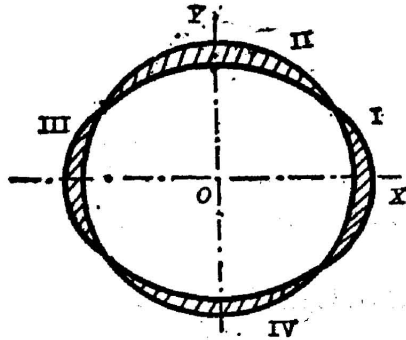


Fig. 3 Index profiles of the elliptical and corresponding circular core fibers

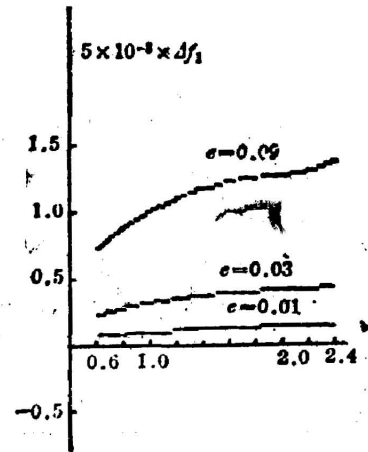


Fig. 4 Normalized frequency dependence of f caused by elliptical core deformation. e - ellipticity of the core

现列出一些数值结果。设光纤的典型数据为 $V=2.4$, $a=5.5 \mu\text{m}$, $\lambda=1.32 \mu\text{m}$, $\Delta=0.002$, $n_1=1.45$, 熔融石英的杨氏模量 E 及光弹性常数 C_1, C_2 分别为 $E=7.75 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{W}/\text{cm}^2$, $C_1 = -6.7 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{kg} \cdot \text{W}$, $C_2 = -4.11 \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kg} \cdot \text{W}$; 孤立波群速度 $v_g = 2.05 \times 10^8 \text{ m/s}$, 传播常数 $q_0 = 6.87 \times 10^6/\text{m}$ 。则

1) 圆芯光纤的纯弯曲:

若 $d/R = 10^{-3}$ ($d=120 \mu\text{m}$, $R=12 \text{ cm}$),
 则 $\bar{\Delta}f_1 - \bar{\Delta}f_2 = -4.63 \times 10^{-8}$, $\Delta q = -2.32 \times 10^{-8} \text{ rad/m}$,
 $\Delta v_g = 4.74 \text{ m/s}$, $\Delta \tau_g = -0.113 \text{ ps/km}$,

若 $d/R = 10^{-2}$ ($d=120 \mu\text{m}$, $R=1.2 \text{ cm}$),
 则 $\bar{\Delta}f_1 - \bar{\Delta}f_2 = -4.63 \times 10^{-6}$, $\Delta q = -2.32 \times 10^{-6} \text{ rad/km}$,
 $\Delta v_g = 4.74 \times 10^2 \text{ m/s}$, $\Delta \tau_g = -11.3 \text{ ps/km}$ 。

2) 圆光纤上外加横向压力

若 $p/d = 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{W/cm} \cdot \mu\text{m}$, ($p = 12 \text{ g} \cdot \text{W/cm}$, $d = 120 \mu\text{m}$),

则 $\overline{\Delta f_1} - \overline{\Delta f_2} = -1.21 \times 10^{-6}$, $\Delta q = -6.05 \times 10^{-7} \text{ rad/m}$,

$$\Delta v_g = 1.24 \times 10^3 \text{ m/s}, \Delta \tau_g = -2.95 \text{ ps/km}.$$

若 $p/d = 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{W/cm} \cdot \mu\text{m}$, ($p = 120 \text{ g} \cdot \text{W/cm}$, $d = 120 \mu\text{m}$),

则 $\overline{\Delta f_1} - \overline{\Delta f_2} = -1.21 \times 10^{-5}$, $\Delta q = -6.05 \times 10^{-6} \text{ rad/m}$,

$$\Delta v_g = 1.24 \times 10^3 \text{ m/s}, \Delta \tau_g = -29.5 \text{ ps/km}.$$

3) 光纤芯呈椭圆形形变

若 $e = 0.01$,

则 $\overline{\Delta f_1} - \overline{\Delta f_2} = 3.06 \times 10^{-8}$, $\Delta q = 1.53 \times 10^{-8} \text{ rad/m}$,

$$\Delta v_g = -3.13 \text{ m/s}, \Delta \tau_g = 7.45 \times 10^{-2} \text{ ps/km}.$$

若 $e = 0.1$,

则 $\overline{\Delta f_1} - \overline{\Delta f_2} = 3.06 \times 10^{-7}$, $\Delta q = 1.53 \times 10^{-7} \text{ rad/m}$,

$$\Delta v_g = -31.3 \text{ m/s}, \Delta \tau_g = 7.45 \times 10^{-1} \text{ ps/km}.$$

可以看到, 在纯弯曲、横向受压及椭圆形形变下都要产生双折射和偏振色散, 但在均匀轴向张力形变下双折射和偏振色散为零。这一点是不难理解的, 因为均匀轴向张力在横截面内是均匀的。值得指出, 弹性形变下的偏振色散一般是不能由非线性效应抵消的, 因为一般说来, 这种偏振色散是由于弹性形变的非对称性引起; 它与非线性效应是无关的。

还可以看到, 孤立波的群延迟差 $\Delta \tau_g$ 与一般的传输相差不多, 但孤立波的传播常数 q 的变化则比一般传输的传播常数的变化小得多。对于各种不同的形变来说, 影响的程度是不同的。在纯弯曲下, $\overline{\Delta f_1} - \overline{\Delta f_2}$, Δq , Δv_g 与弯曲半径的平方成正比; 在横向加压下则是与压力成正比, 而椭圆形形变是与偏心率成正比。相比之下, 椭圆形形变影响较小, 横向加压影响较大。

正如上面所述, 孤立波虽不能改善由弹性形变引起的偏振色散, 但却可以极大地减弱双折射。

参 考 文 献

[1] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen; *Opt. Lett.*, 1984, 9, No. 1, 13.

[2] J. Sakai, T. Kimura; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, QE-17, No. 6 (Jun), 1041.

[3] 周国生; 《光学学报》, 1985, 5, No. 9 (Sep), 819~824.

Birefringence and polarization characteristics of soliton in a single-mode optical fiber under elastic deformation

ZHOU GUOSHENG AND LI XUENONG

(Department of Physics, Shanxi University, Taiyuan)

(Received 5 February 1986; revised 11 May 1986)

Abstract

The influences of elastic deformation on the soliton propagation characteristics in a single-mode optical fiber are studied by treating the deformation as perturbations. It is indicated that the deformation also can cause polarization, dispersions and birefringences in soliton propagations, same as in conventional propagation.

Key Words: optical fiber; soliton; elastic deformation; propagation.