

镜面莫尔轮廓法

袁玉麟 许求真 于红
(浙江大学光仪系)

提 要

提出镜面莫尔轮廓法的光路配置方法。提供了镜面所形成条纹的计算公式的推算原理。拍摄了斜镜面、柱形镜面的莫尔轮廓条纹照片,判读结果与本文提供的理论公式的计算结果比较一致。
关键词:莫尔;轮廓测量法;镜面。

一、前 言

莫尔轮廓法经过十多年的发展,它在某些邻域上已开始获得应用^[1]。作为一门新的测量技术,它只适用于表面具有足够漫反射性能的物体,为此在某些场合下,需采取一些辅助手段来增加被测物体的漫反射性。例如,在医学上检测人体的脊柱侧弯时,曾在人体背部涂上滑石粉以提高检测效果的。对于反射率较高的镜面物体,采用一般的莫尔轮廓技术无法观察到莫尔轮廓条纹。在力学实验中,虽然也有反射莫尔法的报道^[2,3],但是都以平面镜为试件,用以测量变形前后的斜率变化,而不是直接求出其轮廓形状。

本文以一般的莫尔轮廓法的配置方式作为基础,只是将光源按需要作些改进,就能够观察到反映被测件轮廓形状的镜面轮廓条纹。文中提出的一种光路装置图特别适用于高次柱面的高反射率物体,如抛光后的导流片等。

二、镜面莫尔轮廓法的光路特征

通常的莫尔轮廓法只需要由点光源 S_1 , 摄影物镜 E 及光栅 G 三者组成,如图1所示。当被测件 M 不是漫反射体而是具有较高反射率的镜面时,由光源 S_1 发出的光线照射到光栅并经镜面反射后,不能全部会聚到观察点 E ,所以无法看到通常的莫尔轮廓条纹。

在光栅 G 后面的镜面 M 中,总存在着光栅 G 的虚象 G' ,而此虚象的形状必然被镜面的形状所调制。为了能在 E 点观察到光栅 G 和它的虚象 G' 之间相互叠合而形成的莫尔条纹,在图1的 l_0 和 l_3 范围内都应该有均匀的光线入射镜面,即需要在 l_0l_3 范围内安装一块均匀的面光源 M_1 ,如图1中在多光源 S_2 照明下由乳白平板透射出的光源;或是需要一块被均匀照明的漫反射表面,如图1中在光源 S_3 照明下的漫反射表面。

就镜面莫尔轮廓法而言,由于被测表面的形状不同,它表面上各点与观察点 E 间连线的反射方向 l_0l_3 的范围差异很大,即使是同一块平面镜,如果它与光栅平行放置,则图1中的两种光源形式 M_1 及 M_2 已都不能符合要求,必需如图2(a)所示采用反射镜 M_0 来安置

光路,并把面光源 M_1 安置在平面镜的正前方。

为适应被测镜面物体的不同形状,可以如图 2 所示把 M_1 进一步扩展成超过半径的柱形乳白玻璃罩 M_2 ,在其后面再给以均匀的照明,如侧视图 2(b) 所示。在乳白玻璃罩和光栅 G 之间的半反射镜 M_0 把被测镜面的反射光线引向柱形罩的轴向,即图 2(b) 中的垂直纸面的方向。在此轴向位置上安置摄影物镜 E 。它与光栅 G 之间的垂直距离 L 如图 2 所示。这种光路配置能拍摄平面、斜面、高次柱形表面及大半径球面的镜面莫尔轮廓条纹。

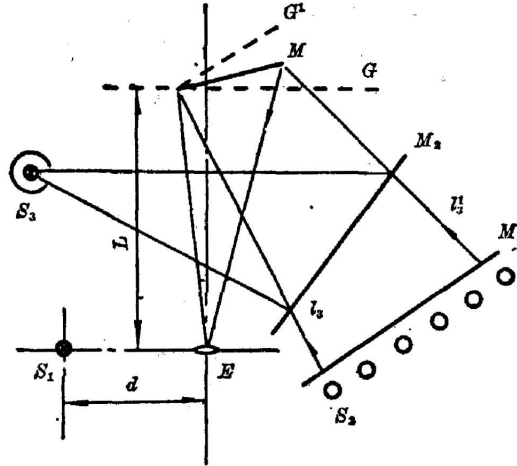


Fig. 1 Moiré topography of conventional and inclining mirrors

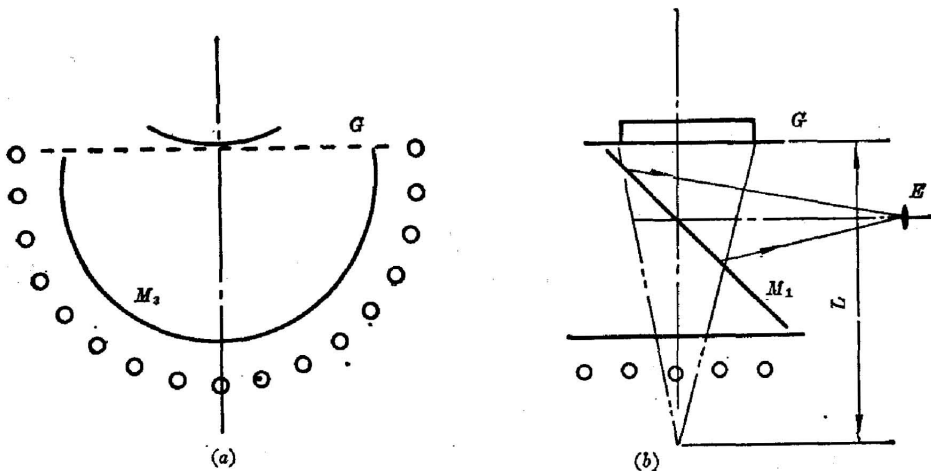


Fig. 2 Layout of mirror Moiré topography for plane and cylindrical surfaces

三、理论计算方法

镜面莫尔轮廓法是基于光栅 G 与它在镜面中的虚象 G' 叠合而产生莫尔条纹。若被测镜面是平面,由于面上各点的法线方向都相同,虚象 G' 比较容易确定,轮廓条纹计算公式的理论推导相对而言也就比较简单。当被测件是任意曲面时,镜面上各点的法线方向都不相同,这时的虚象应逐点地以反射定律来求解,并由此计算其理论上的条纹位置。

建立如图 3 所示的坐标系, 把 xOy 平面与光栅平面 G 重合, 并以垂直栅线的方向定为 x 轴, 与栅线平行的 y 轴垂直纸面而出, z 轴通过观察点 E 。光栅平面的方程为

$$z=0. \quad (1)$$

镜面上任意一点 m 与 E 点的连线 l_1 是该点的出射光线, 作镜面上 m 点的法线方向 l_2 , 根据入射角等于反射角可以作出射光线 l_3 。 l_1 和 l_3 分别通过光栅面上的 A_1 和 A_3 点, 求出它们在 x 坐标轴上的值 x_1 和 x_3 。则在 E 点所观察到的 m 点的条纹级次 $N = [(x_3 - x_1)/P]$, 其中 P 是光栅的栅距。

反射光线 l_1 经过镜面上一点 $m(x_m, y_m, z_m)$ 和观察点 $E(0, 0, L)$, l_1 的直线方程为

$$\frac{x}{x_m} = \frac{y}{y_m} = \frac{z-L}{z_m-L}. \quad (2)$$

设被测的曲面为 $F(x, y, z) = 0$, 此曲面上某一点 m 的法线方程为

$$\frac{x-x_m}{(\partial F/\partial x)_m} = \frac{y-y_m}{(\partial F/\partial y)_m} = \frac{z-z_m}{(\partial F/\partial z)_m}. \quad (3)$$

将被测点 m 的出射光线 l_1 和法线 l_2 各写成矢量及单位矢量形式

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= x_m i + y_m j + (z_m - L) k = a_1 i + a_2 j + a_3 k, \\ N_2^0 &= (\partial F/\partial x)_m i + (\partial F/\partial y)_m j + (\partial F/\partial z)_m k = b_1 i + b_2 j + b_3 k. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

设入射光线的矢量

$$N_3 = c_1 i + c_2 j + c_3 k,$$

根据矢量反射定律 $N_3 = N_1 - 2N_2^0(N_2^0 \cdot N_1)$, 得

$$\left. \begin{aligned} c_1 i + c_2 j + c_3 k &= (a_1 i + a_2 j + a_3 k) - 2(b_1 i + b_2 j + b_3 k)(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3), \\ c_1 &= a_1 - 2b_1(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3), \\ c_2 &= a_2 - 2b_2(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3), \\ c_3 &= a_3 - 2b_3(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

应用此反射定律即利用 (5) 式求 N_3 的方向数 c 时必须注意, 在这里 N_3 和 N_1 方向相反, 在确定法线 N_2 的方向时, 必须使 N_2 和 N_1 的方向相逆。

矢量 N_3 同样通过镜面上的一点 $m(x_m, y_m, z_m)$ 可求得 l_3 的直线方程为

$$\frac{x-x_m}{c_1} = \frac{y-y_m}{c_2} = \frac{z-z_m}{c_3}. \quad (6)$$

联立 (1) 式和 (2) 式, 可得出射光线 l_1 和基准光栅平面 ($z=0$) 的交点 $A_1(x_1, y_1, z_1)$ 。同理, 联立式 (1) 和 (6), 可得入射光线和光栅平面的交点 $A_3(x_3, y_3, z_3)$ 。根据莫尔条纹的序数方程的原理, 每一级次 N 的莫尔条纹即为

$$(x_3 - x_1) = NP. \quad (7)$$

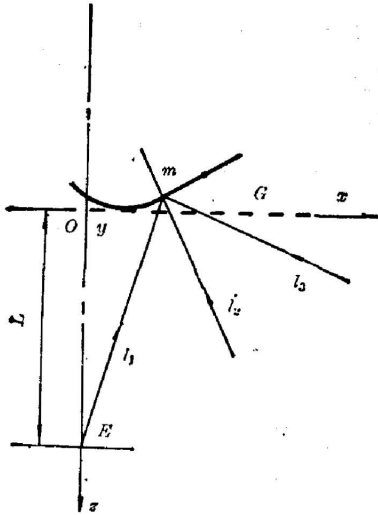


Fig. 3. Theory for calculation of mirror Moiré topography

四、倾斜的平面镜所形成的莫尔条纹

相对于光栅平面,平面镜的不同的倾斜角 α 会得到不同的镜面莫尔轮廓条纹。但是,即使倾斜角 α 相同,当它的倾斜方向与光栅栅线处于不同方位时,它们间的镜面莫尔轮廓条纹也会有相当大的差异。这一点与常规的莫尔轮廓法是有显著不同的,以下分两种典型情况来分析倾斜镜面的莫尔轮廓条纹。

1. 前后倾斜平面镜的莫尔轮廓条纹

这类倾斜方式的特征是,平面镜和光栅面的交线与光栅栅线垂直。以光栅面作为 xOy 坐标平面, y 轴平行于栅线,观察点 E 在 z 轴上,它与光栅间的距离为 L ,如图 4 所示。

平面镜的方程为 $y \operatorname{tg} \alpha + z = 0$, 出射光线 l_1 通过观察点 $E(0, 0, L)$ 和点 $m(x_m, y_m, -y_m \operatorname{tg} \alpha)$, 可以写出 l_1 的方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{x_m} = \frac{y}{y_m} = \frac{z-L}{-y_m \operatorname{tg} \alpha - L}, \\ N_1 = -x_m i - y_m j + (y_m \operatorname{tg} \alpha + L) k, \\ N_2 = -\sin \alpha j - \cos \alpha k. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

代入(5)式,求得

$$\left. \begin{aligned} c_1 = -x_m, \quad c_2 = -y_m - L \sin 2\alpha, \\ c_3 = y_m \operatorname{tg} \alpha - L \cos 2\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

光线通过 $m(x_m, y_m, -y_m \operatorname{tg} \alpha)$ 点,可以写出 l_3 的直线方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-x_m}{-x_m} = \frac{y-y_m}{-(y_m + L \sin 2\alpha)} \\ = \frac{z-z_m}{(y_m \operatorname{tg} \alpha - L \cos 2\alpha)}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

以 $z=0$ 分别代入(10)式和(8)式,得

$$\left. \begin{aligned} x_3 = \frac{-x_m y_m \operatorname{tg} \alpha}{(y_m \operatorname{tg} \alpha - L \cos 2\alpha)} + x_m, \\ x_1 = \frac{L x_m}{(L + y_m \operatorname{tg} \alpha)}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将(11)式代入(7)式,化简后得

$$x_m = \frac{NP}{\left(1 + \frac{y_m \operatorname{tg} \alpha}{L \cos 2\alpha - y_m \operatorname{tg} \alpha} - \frac{L}{L + y_m \operatorname{tg} \alpha}\right)}. \quad (12)$$

由(12)式看出,在此倾斜镜面的同一高度 y_m , 镜面上各级次条纹的横向坐标值 x_m 与条纹级次 N 成正比,对于同一级次的条纹来说,随着高度 y_m 的增加, x_m 会相应地减小;当 y_m 为零时,即在倾斜镜面与光栅平面的接触线处,无论 N 为何值, x 总趋向于 ∞ , 当取 x_m 为零

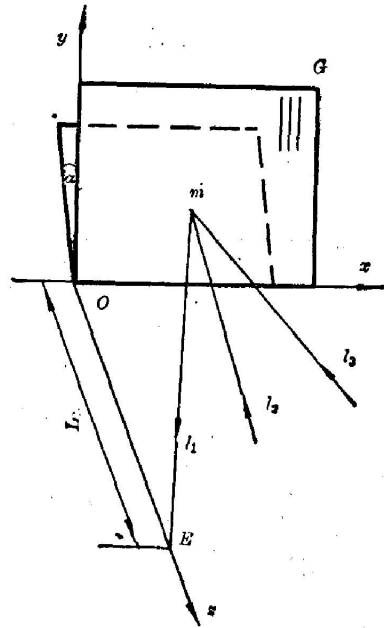


Fig. 4 Theory for calculation of mirror Moiré topography for inclining mirror in front and rear

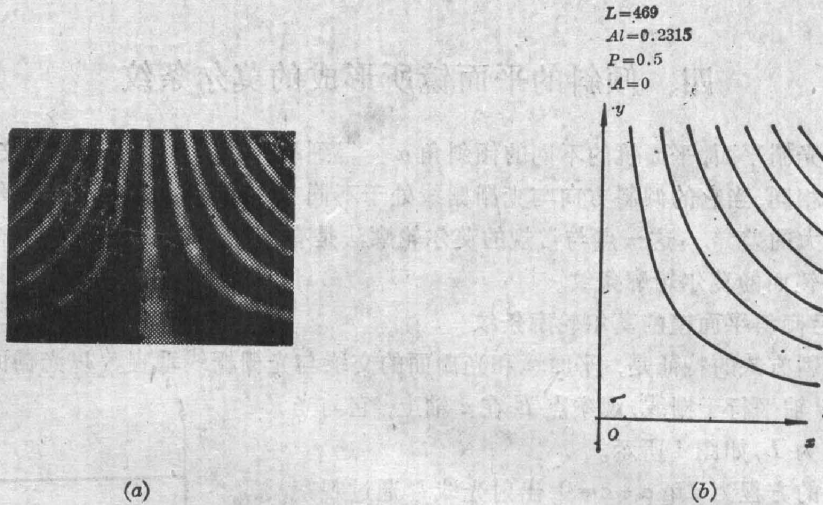


Fig. 5 Experimental results of plane mirror inclining in front and rear

- (a) Photograph of mirror Moiré topography;
- (b) Theoretical curves drawn on a computer according to theory

时, y_m 同样趋向 ∞ , 说明接触线和 y 轴处均为零级条纹, 它们又分别是各级次条纹的渐近线。

以倾斜角 $\alpha = 13.27^\circ$ 的平面镜, 光栅栅距 $P = 0.5 \text{ mm}$, 摄影镜头 E 距光栅平面 $L = 469 \text{ mm}$ 处拍摄到的镜面莫尔轮廓条纹见图 5(a), 把 P, α, L 等参数代入(12)式, 由电子计算机计算后绘制的曲线见图 5(b), 绘制曲线的线条对应于照片上的亮条纹, 两者基本符合。

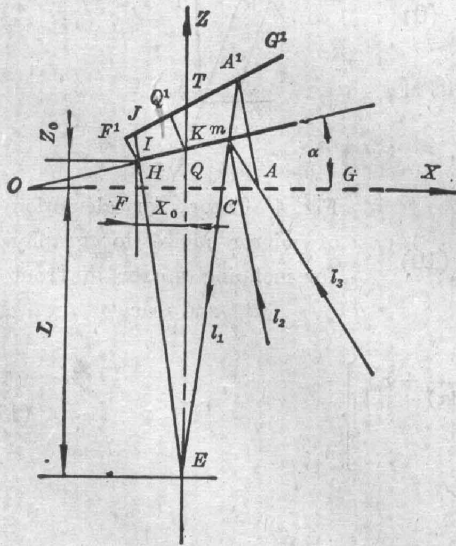


Fig. 6 Theory for calculation of mirror Moiré topography of plane mirror inclining on left and right

2. 左右倾斜平面镜的莫尔轮廓条纹

此类平面镜的倾斜情况如图 6 所示。倾斜镜面和光栅平面的交线与光栅栅线平行并与 x 轴相交于 O 点。设镜面左侧端点 I 的高差 $IF = z_0$ 。它的 x 坐标值为 x_0 。取平面上任意一点 m , 它的入射及出射光线分别为 l_3 和 l_1 , 则 m 点的莫尔条纹级次

$$N = (AC/P) = [(OA - OC)/P],$$

再利用图 6 中所示的三角关系, 经整理后得

$$\left. \begin{aligned} \sin 2\alpha A'T^2 + (\overline{ET} + \overline{QK} \sin 2\alpha \operatorname{tg} 2\alpha) \\ - NP \sin 2\alpha - L \cos 2\alpha) A'T \\ + \overline{QK} \cdot \overline{ET} \operatorname{tg} \alpha - NP \cdot \overline{ET} = 0, \\ \overline{QK} = z_0 - x_0 \operatorname{tg} \alpha, \\ \overline{ET} = L - x_0 \operatorname{tg} 2\alpha. \end{aligned} \right\}$$

(13)

令

$$\begin{aligned} K_1 &= \sin 2\alpha, & K_3 &= \overline{QK} \cdot \overline{ET} \operatorname{tg} 2\alpha - NP \cdot \overline{ET}, \\ K_2 &= \overline{ET} + \overline{QK} \sin 2\alpha \operatorname{tg} 2\alpha - L \cos 2\alpha - NP \sin 2\alpha, \end{aligned}$$

Table 1 Experimental results of the plane mirror inclining on left and right

 X_{N_1}measured data x_N times average amplification X_{N_2}measured data x_N times amended amplification

N	x_N	X_N	X_{N_1}	$\Delta X_1 = X_{N_1} - X_N$	X_{N_2}	$\Delta X_2 = X_{N_2} - X_N$
1	0.484	5.107	5.30	0.19	5.20	0.09
2	0.935	9.94	10.23	0.29	10.08	0.14
3	1.350	14.54	14.78	0.24	14.60	0.06
4	1.766	18.94	19.34	0.40	19.15	0.21
5	2.158	23.17	23.63	0.46	23.45	0.28
6	2.519	27.23	27.58	0.35	27.44	0.21
7	2.858	31.18	31.30	0.12	31.20	0.02
8	3.192	34.98	34.95	-0.03	34.93	-0.05
9	3.539	38.69	38.75	0.06	38.81	0.12
10	3.846	42.29	42.12	-0.17	42.26	-0.03
11	4.152	45.79	45.46	-0.33	45.71	-0.08
12	4.473	49.20	48.98	-0.22	49.34	0.14
13	4.769	52.54	52.22	-0.32	52.71	0.17
14	5.050	55.80	55.30	-0.50	55.92	0.08
15	5.325	58.99	58.31	-0.68	59.07	0.08
16	5.608	62.12	61.41	-0.71	62.32	0.20
17	5.874	65.18	64.32	-0.86	65.39	0.20
18	6.114	68.19	66.95	-1.24	68.18	-0.01
19	6.369	71.15	69.74	-1.41	71.14	-0.01
20	6.640	74.06	72.71	-1.35	74.29	0.23
21	6.875	76.91	75.28	-1.63	77.04	0.13
22	7.116	79.93	77.92	-1.81	79.87	0.14
23	7.352	82.50	80.50	-2.00	82.65	0.15
24	7.588	85.27	83.09	-2.18	85.43	0.16
25	7.819	87.92	85.62	-2.30	88.16	0.24
26	8.037	90.56	88.01	-2.55	90.76	0.20
27	8.232	93.19	90.14	-3.05	93.09	-0.10
28	8.447	95.77	92.50	-3.27	95.66	-0.11
29	8.669	98.32	94.93	-3.41	98.32	0

$$A'T = \frac{-K_2 \pm \sqrt{K_2^2 - 4K_1K_3}}{2K_1} \quad (14)$$

设从某一级次条纹上的点 A' 到镜面端点 I 的 x 方向坐标值为 X_A , 则

$$X_A = A'T \cos 2\alpha - x_0 \quad (15)$$

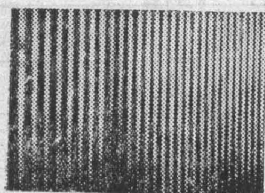


Fig. 7 Photograph of plane mirror inclining on left and right

以 $\alpha = 13.8^\circ$, 左右倾斜平面镜在 $z_0 = 0$, $x_0 = -34$, $L = 888$ mm, 光栅栅距 $P = 0.5$ mm 的条件下拍摄到的镜面莫尔轮廓条纹如图 7 所示。每一级次条纹的判读结果以及利用公式(14)、(15)的计算值 X_N 之间的比较列于表 1。表 1 中 x_N 为照相底片的判读值, 取平均的放大率 $\beta_P = 10.95$, 把 $X_N = x_N \cdot \beta_P$ 作为判读结果列于表 1, $\Delta X_1 = X_{N_1} - X_N$ 即为照片判读值与理论计算结果之间的偏差。由表 1 中看出, 误差值 ΔX_1 较大, 在低级次条纹处 ΔX_1 为正, 高级次条纹处 ΔX_1 为负, 呈现出明显的规律性。

按文献[41]提出的原理作放大倍率的修正, 使每一级次条纹的放大倍率

$$\beta_N = \beta_M (L + X_N \tan 2\alpha) / (L + X_M \tan 2\alpha),$$

以 $X_{N_1} = X_N \beta_N$ 作为判读数据记录于表 1, 同理以 $\Delta X_2 = X_{N_1} - X_N$ 作为照片判读值与理论计算结果之间的偏差, 从表 1 中可知, 误差已大为减小。

必须指出, 对于左右倾斜的平面镜, 它的条纹宽度与观察点 E 的位置关系极大, 本实验中 $z_0 = 0$, 所以 $x_0 = -34$ mm 处当然属于零级条纹。如 x_0 的负值很大, 即把观察点如图 6 中向 x 轴正向移过一定距离, 使 E 点向镜面 M 所作的垂直线落在被测件上时, 拍摄到的镜面莫尔轮廓条纹将呈现出由窄变宽, 过 $\theta = -\alpha$ 点之后又逐渐变窄的规律。

五、柱形镜面形成的莫尔条纹

与平面镜的情况类似, 柱形镜面在光栅后面的安置方式不同, 其镜面莫尔轮廓条纹的形状也有相当大的差异。

为了使公式推导简捷, 我们使被测件与光栅平面相切并让切线与 Oy 轴重合, 如图 8 所示。经过相类似的演算过程, 可得到

$$NP = \frac{2x(L+R)(R - \sqrt{R^2 - x^2}) [R^2 - (L+R)\sqrt{R^2 - x^2}]}{R^2\sqrt{R^2 - x^2} - (L+R)(R^2 - 2x^2)} \quad (16)$$

公式(16)就是柱形镜面与光栅平面相切, 切线与栅线平行时的莫尔条纹计算公式。方程中没有 y 项, 说明在同一级次的条纹上, 只有 x 值是确定的, y 值可以是任意实数, 即莫尔条纹是一簇平行于 y 轴的直线。

在外周半径 $R = 150$ mm 的玻璃圆筒上粘贴一层涂铝的涤纶薄膜, 母线与 y 轴平行并与光栅相切时拍摄到的镜面莫尔轮廓条纹如图 9 所示。所用的光栅栅距 $P = 0.5$ mm, 观察距离 $L = 479.4$ mm。

表 2 是照片判读值和通过(16)式计算出来的理论值之间的比较。取光栅平面处的放大倍率 $\beta = 5.7$, 以 $X_{N_1} = X_N \cdot \beta$ 作为判读值填入表 2 中, 可以看出, 由于未经过放大倍率的修正, 在高级次条纹处的 X_{N_1} 显得稍小些, 但是总的结果还是比较一致的。

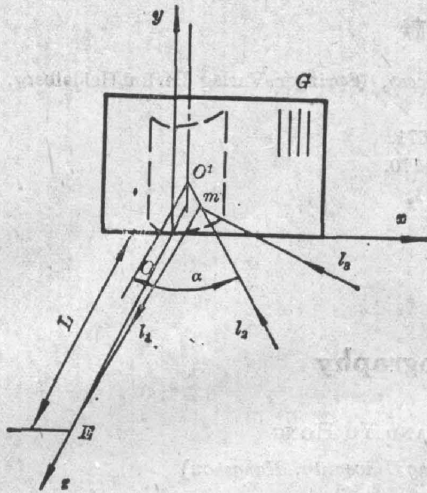


Fig. 8 Theory for calculation of cylindrical mirror when the cylindrical axis is parallel with the fence line of grating

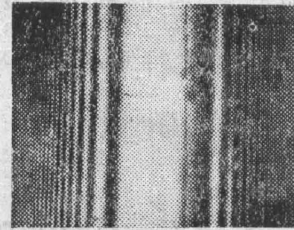


Fig. 9 Photograph of mirror Moiré topography for cylindrical axis parallel with the fence line of grating

Table 2 Derived data for cylindrical axis parallel with the grating fence line

N	1	2	3	4	5	6	7	8
x_N	3.54	4.45	5.06	5.51	5.89	6.22	6.52	6.78
X_{N_1}	20.18	25.38	28.84	31.41	33.57	35.45	37.16	38.65
X_N	20.23	25.31	28.80	31.53	33.80	35.76	37.48	39.03
N	9	10	11	12	13	14	15	
x_N	7.03	7.28	7.48	7.67	7.85	8.02	8.18	
X_{N_1}	40.07	41.49	42.64	43.72	44.75	45.71	46.63	
X_N	40.43	41.72	42.91	44.01	45.05	46.02	46.94	

必须说明, 直接以 $N=1, 2, 3 \dots$ 代入(16)式并计算出 x 时运算起来有困难, 我们是用电子计算机在给定一系列 x 值后反过来计算 N 的。取 x 的步进值为 0.01 mm , 求出一系列 N 值, 每当 x 值刚跳过正整数时的 x 取值, 即作为该级次条纹的 x 坐标值, 如表中第一根条纹的计算值, 实际上是 $N=1.0012$ 时的计算值。

柱面镜母线与光栅栅线垂直时的莫尔条纹形状与图 5(a) 类似, 经过同样演算过程可得

$$NP = x \left[\frac{2R^2 \sqrt{R^2 - y^2} + (L+R)(2y^2 - R^2) - R^3}{R^2 \sqrt{R^2 - y^2} + (L+R)(2y^2 - R^2)} - \frac{L}{(L+R) - \sqrt{R^2 - y^2}} \right] \quad (17)$$

与前述稍有不同的, 这里把坐标原点取在柱面轴线上, 并让 x 轴和柱面轴线重合。

对于反射率较高的镜面状物体, 若把光源稍作改进, 同样可获得镜面形状的轮廓信息。文中提供的公式演算方法, 适用于已建有数学模型的任何镜面的测量, 即使对于那些未曾建立数学模型的镜面物体, 此法也可用于对被测试件和标准试件作出比较的相对测量。

参 考 文 献

- [1] G. Vom Bally, P. Greguss; *Optics in Biomedical Science*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 1982), 243.
- [2] Reinhold Ritter; *Opt. Engng*, 1982, **21**, No. 4 (Jul), 663~671.
- [3] R. Ritter *et al.*; *Exp. Mech.*, 1983, **23**, No. 4 (Jun), 165~170.
- [4] 袁玉麟, 张勇军; *光学学报*, 1987, **7**, No. 6 (Jun), 567~574.

Mirror Moiré topography

YUAN YULIN, XU QIUZHEM AND YU HONG

*(Department of Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou)**(Received 1 September 1986; revised 15 October 1986)***Abstract**

We propose a scheme of optical layout for the mirror Moiré topography. A theory has been furnished to derive the reckoning formula of the mirror Moiré topography. Several inclining and cylindrical mirror Moiré fringe photos are given and compared with the results which are reckoned according to the theory.

Key Words. Moiré; topography; mirror.