# 计算全息补偿法制作全息凹面光栅的改进

程慧玲	邬敏贤	金国藩	吴菊秋	苏	毅	
(清华大学精仪系)			(上海光学仪器研究所)			

#### 提 要

鉴于计算全息图可以产生一个任意形状的波面,用它作为位相补偿板来制作全息凹面光栅以适应 消 象差的要求比普通光学全息法更具灵活性,而且消象差波长的选择也不受制作时所用的光源光波波长 所 限制。本文中采用了离轴滤波及改变参考波面特性等措施,大大提高了计算全息图的空间带宽积,扩大了 这一方法的使用范围。对 12001/mm 的 Ⅲ 型及 Ⅳ 型凹面全息光栅进行了设计,制作及实验验证。 关键词: 计算全息图。

### 一、概 述

利用光学全息的方法制作凹面光栅是十几年前出现的一种技术。虽然人们通过选择两 个相干光波的波阵面的形状及方向,可以在较宽广的范围内改变光栅的刻线形状及其在表 面的分布规律,以满足消象差的要求<sup>111</sup>。但实际上由于光波波阵面受限于光学元件的特性, 通常由于制造工艺水平与条件的限制,一般使用的多是平面波。球面波或柱面波,更复杂一 些的波面就难以实现。另外全息光栅的无象散的衍射波长与制作时所用的波长有关,目前 大多用蓝紫光,面无多大选择余地。

基于计算机制全息图理论上能产生任意形状的波面,而且消象散衍射波波长的选择也 不受制作时所用的光源光波长的限制,在这两方面比普通光学全息法更具灵活性,计算全息 位相补偿法制作光栅的基本原理是:通过改变两相干光中的一束光波的位相以得到光栅刻 线的某一预期分布<sup>[2]</sup>。

文章[2]在研究凹面光栅特征函数的基础上,从分析刻线函数入手,用最小二乘法推导 了在一定使用条件下减少象差的凹面光栅刻线分布函数,并提出了对计算全息位相补偿板 的设计计算方法。本文提出了离焦滤波及改变参考波面特性等方法,提高了计算全息图的 空间带宽积,扩大了本方法消象差的能力。用本方法对 12001/mm 相对孔径为 1:2 的 III 型及 IV 型凹面全息光栅进行了设计、制作及试验验证。

### 二、干涉型计算全息图及其离焦滤波

用数学表达式分别表示物波和参考波的波面函数,其位相差为2m的整数倍处将形成干涉条纹,计算机算出这些条纹位置并控制绘图仪或其它装置记录下干涉条纹,经过缩版等工 艺制得计算全息板<sup>(3,4)</sup>。条纹的透过率为二元的(非1即0)。制作计算全息图的基本方法

收稿日期: 1985年5月20日; 收到修改稿日期: 1985年10月3日

7期

$$2\pi \alpha y - W(y, z) = \pm 2n\pi, \quad (n 为整数)$$

式中W(y, z)是预期波面的位相分布,是根据全息凹面光栅消象差的要求而确定的;2 $\pi ay$ 为参考平面波的位相分布,  $\alpha$  是物波在y方向的载频,它的作用是在全息图再现时能把一级 衍射波(物波)和其它高次衍射波分开。若物波在y, z方向的空间频带宽为 $B_y$ 和 $B_z$ ,则载 频  $\alpha$  应满足下述条件

$$\alpha > 1.5B_y \quad (\text{if } B_s)_o \tag{2}$$

实践证明: 在制作高密度全息光栅时往往因为物波的带宽  $B_y(或 B_s)较大, 引起载频 \alpha$ 过大,致使计算全息图在目前的工艺条件下难以制作,因此我们采用了文献[6]中提出的离 焦滤波法以降低载频  $\alpha$  的值。 通常是在焦平面上(即谱面上)进行滤波,但某些具有一定光 焦度的再现波面,当它经过傅里叶变换透镜后将聚焦在离焦平面为  $\alpha'_1$ 的平面  $P_1$ 上,在  $P_1$ 平面上光斑将退缩为最小尺寸,在这样的平面上进行滤波称为离焦滤波,可以大大降低载频 的值,下面讨论离焦滤波时载频  $\alpha$ 的确定。

光线经过计算全息图衍射后的出射角应满足光栅衍射方程

$$\psi = m\lambda \left[ \alpha + \frac{1}{2\pi} \frac{\partial W(y, z)}{\partial y} \right], \tag{3}$$

此处 $\psi$ 为衍射角, m为衍射级次,  $\lambda$ 为入射光波波长,

$$v_{y}(y, z) = \left| \frac{1}{2\pi} \frac{\partial W(y, z)}{\partial y} \right|$$

为波面在 y 方向的频率,其最大频率以  $U_1$  表示,最小频率以  $U_2$  表示, y 方向的带宽为  $B_y = U_1 + U_2$ 。光线经透镜 L 后与焦平面相交于 y,其计算公式为

$$y = m[\alpha + \nu_y(y, z)]\lambda f, \qquad (4)$$

式中f为傅里叶变换透镜的焦距。光线在远离焦平面的 P.平面上的高为

$$y_i = m[\alpha + \nu_y(y, z)] \lambda f \pm \frac{y_o}{f} x_i, \qquad (5)$$

式中  $y_o$  为全息图的纵坐标。由全息图 两极值频率( $\alpha+U_1$ ;  $\alpha-U_2$ )处衍射的一 级组的上边缘光线 DA'与下边缘光线 CA'相交的轴向位置  $\omega'_1$ 可以近似地看 成是一级衍射波面的像平面(图1中的  $P_1$ 平面)。设想在 $P_1$ 面上滤波,显然要 求二级衍射波的边缘光线 EG与一级衍 射波的边缘光线 DA'在 $P_1$ 平面上不能 重叠,为此必须满足下列条件



Fig. 1 Schematic diagram of defocusing filtering

$$y_{21} - y_{11} > 0,$$
 (6)

$$\begin{cases} y_{21} = 2(\alpha - U_2)\lambda f + \frac{a}{f} x'_1, \\ y_{31} = (\alpha + U_1)\lambda f - \frac{y_o}{f'} x'_{1o} \end{cases}$$

$$(7)$$

(1)

608	光、学学	报	•	7卷
像平面 P1 离开焦	<sup>2</sup> 面的距离为			
	$x_1' = \frac{(U_1 + U_2)\lambda f^2}{2y_c}$	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	1954 - 195 - 1954 - 195	(8)
联解方程(6)、(7)、	(8)可求出在 P1 平面上滤波条件头	b de les	<b>公开的</b> 1999年1月1	
如何,这是我们的"你	$lpha > U_{2\circ}$	、天法司任治	的管理中 常	(9
为便于滤波操作.]	z ·		A MAR MATTER	

$$\alpha = U_2 + \frac{\Delta}{\lambda f},\tag{10}$$

式中 $\Delta$ 为滤波平面上一级与二级衍射波分开的距离。 在物镜焦平面上滤波时,由(2)式知载频  $\alpha > 1.5(U_1 + U_2)$ 。如果 $U_1 = U_2$ ,  $\alpha > 3U_2$ 与(9)式比较可见离焦滤波所需要的载频仅仅是焦平面上滤波所需载频的三分之一左右。

# 三、III型光栅的设计与制作

III 型光栅的设计原理及制作方法在文献 [2] 中已有详细叙述、对 III 型光栅设计参数 作如下修改:  $N_0$ =12001/mm, 毛坯曲率半径 R=224.4 mm, 刻划面积 40×40 mm, 使用波 长范围 3600Å~7200Å, 制作时使用波长  $\lambda_0$ =4880Å。由 III 型光栅的使用条件, 可求出物 波函数 W(y, z)的各项系数:  $B_{20}$ =-0.8053749,  $B_{02}$ =1.729566,  $B_{30}$ =5.36946×10<sup>-3</sup>,  $B_{12}$ =0,  $B_{40}$ =-2.2665×10<sup>-5</sup>,  $B_{22}$ = $B_{04}$ =3.43472×10<sup>-5</sup>。物波函数在 y, z 方向的空间频 率分别为  $U_{y_1}$ =19.51,  $U_{y_1}$ =-12.79,  $U_{z_1}$ =34.8,  $U_{z_2}$ =-34.8。对这样的波面宜在 y 方向 取载频, 在焦平面上滤波时, 其载频  $\alpha$ >50, 现在采用离焦滤波法,载频只需取  $\alpha$ >13 即可, 为便于操作, 取  $\alpha$ =201/mm, 图 2 为 III 型光栅全息补偿板示意 图(取实际图总线条的 1/20)。图 3 为由 III 型光栅得到的谱线图。





Fig. 3 Spectral lines diffracted by the type III grating

四、IV 型凹面全息光栅的设计与制作 獭谷-波冈单色仪是由光栅旋转进行扫描在固定的出缝上得到各种光谱线。这种单色 仪结构简单、体积小(见图 4)。深受人们的欢迎,但用于濑谷-波冈单色仪上的 IV 型光栅的 设计比其它类型更为复杂,给消象差增加了难度,一般在预定的波长范围内,通过选择全息 光栅的使用与记录参数,使象差得到较小值。利用计算全息图产生波面具有灵活性强,自由 度大的特点。我们采用了长春光机所庄夔同志提出的设计思想<sup>[53]</sup>,在中心波长 λ<sub>3</sub> 和两端波 长 λ<sub>1</sub> 和 λ<sub>2</sub> 上使 M<sub>20</sub> 为零,在某个波长上使 F<sub>03</sub>, F<sub>12</sub>, F<sub>30</sub>、F<sub>40</sub>, F<sub>32</sub>等影响较大的象差均为 零,以使象差得到较小值,这种方法可以简化计算,结果也是令人满意的。

IV 型光栅的设计参数为:刻线密度 No=12001/mm,使用波长范围为3500Å~8000Å, 毛坯曲率半径 R=224.4 mm,刻划面积40×40 mm<sup>2</sup>,记录波长λ=4880Å。



Fig. 4 Schematic diagram of Seya-Namioka monochromator

Fig. 5 Schematic diagram for fabricating type IV holographic gratings with a cylindrical reference wave

在两端波长 λ<sub>1</sub>、λ<sub>2</sub> 及中心波长 λ<sub>3</sub> 位置上令 M<sub>20</sub> 均为零,以确定使用 参数 r<sub>4</sub>(入 缝 位 置)、r<sub>B</sub>(出缝位置)及光栅总转角 2K。有关数参含义见图 5。

$$M_{20}(\lambda_1) = M_{20}(\lambda_3) = M_{20}(\lambda_2) = 0_o$$
(11)

满足上述方程说明在整个使用波段范围内将接近于零,使子午光束成象良好,符合聚焦条件。由此解出  $r_A = 182.9245$ ,  $r_B = 204.1814$  及  $K = 31.5869^\circ$ 。

在中心波长  $\lambda_8$ 上使各项主要系数  $F_{ii}(\lambda_8)$ 均为零,以同时消象散、慧差和球差,在这方面要比一般光学全息方法消象差的自由度大些。由于  $F_{ij} = M_{ij} - \mu_{ij}M_{10}$ ,求出各相应  $\mu_{ij}$ 的 值及物波函数 W(y, z)的各项系数:公式见文献[2]。 $B_{20} = 1.72958$ ,  $B_{02} = -4.22289$ ,  $B_{30} = 7.8972 \times 10^{-3}$ ,  $B_{22} = -4.14224 \times 10^{-5}$ ,  $B_{04} = -2.54412 \times 10^{-5}$ ,  $B_{12} = -0.0153094$ ,  $B_{40} = 3.68342 \times 10^{-5}$ 。物波在 y, z方向的空间频率为  $U_{y_1} = 40$ ,  $U_{y_1} = -40$ ,  $U_{z_1} = -120$ ,  $U_{z_2} = -120$ , 可见物波的空间频率很高,既使按离焦滤波取载频  $\alpha > 40$ ,则全息图上最密处的频率 >801/mm,目前的制作工艺已无法实现。

分析物波函数可知,系数 B<sub>20</sub> 和 B<sub>02</sub> 的值相差很大,具有柱面波特性,尤其是 z 方向的 曲率大,空间频率高,如能用光学元件分担一些空间频率,上述难题即可解决,为此在参考光 路中采用柱面波代替平面波,以减轻计算全息图的负担,见图 5。*EE* 为柱面镜的焦线,由焦 线到光栅表面中心 O 的距离为 r<sub>0</sub>,考虑光栅毛坯的球面方程并进行级数展开,略去高于四 次方项及常数项(2π/λ<sub>0</sub>)r<sub>0</sub> 后,得到柱面波的位相分布为 光学学报

 $\varphi_{R}(y, z) = \frac{2\pi}{\lambda_{0}} \left\{ y \sin \theta + \left( \frac{-\cos \theta}{2R} \right) y^{2} + \left( \frac{-\cos \theta}{2R} + \frac{1}{2r_{0}} \right) z^{2} - \frac{\sin \theta}{2r_{0}^{2}} yz^{2} - \frac{\cos \theta}{8R^{3}} y^{4} + \left[ -\frac{\cos \theta}{8R^{3}} + \frac{\cos \theta}{4r_{0}^{2}R} - \frac{1}{8r_{0}^{3}} \right] z^{4} + \left[ \frac{\sin^{2} \theta}{2r_{0}^{3}} + \frac{\cos \theta}{4r_{0}^{2}R} - \frac{\cos \theta}{4R^{3}} \right] y^{2}z^{2} + \cdots \right\},$ (12)

这时的物波函数为

$$W(y, z) = \varphi_{R}(y, z) - 2\pi m(y, z) - \frac{2\pi}{\lambda} x$$
  
=  $2\pi \left[ \frac{1}{2} B'_{20}y^{2} + \frac{1}{2} B'_{02}z^{2} + \frac{1}{2} B'_{30}y^{3} + \frac{1}{2} B'_{12}yz^{3} + \frac{1}{4} B'_{22}y^{2}z^{2} + \frac{1}{8} B'_{40}y^{4} + \frac{1}{8} B'_{04}z^{4} + \cdots \right],$  (13)

其中

$$B_{20}' = \frac{1 - \cos\theta}{\lambda_0 R} - N_0 \mu_{20}, \qquad B_{02}' = \frac{1 - \cos\theta}{\lambda_0 R} - \mu_{02} N_0 + \frac{1}{r_0 \lambda_0}, \\B_{12}' = -N_0 \mu_{12} - \frac{\sin\theta}{q_0^2 \lambda_0^2}, \qquad B_{30}' = -N_0 \mu_{30}, \\B_{40}' = \frac{1 - \cos\theta}{\lambda_0 R^3} - N_0 \mu_{40}, \\B_{22}' = \frac{1 - \cos\theta}{\lambda_0 R^3} - N_0 \mu_{22} + \frac{\cos\theta}{R r_0^2 \lambda_0} + \frac{2\sin^2\theta}{r_0^3 \lambda_0}, \\B_{04}' = \frac{1 - \cos\theta}{\lambda_0 R^3} - N_0 \mu_{04} + \frac{2\cos\theta}{R r_0^2 \lambda_0} - \frac{1}{r_0^2 \lambda_0} \circ$$

$$(14)$$

取  $B'_{02}=0$  时,求出  $r_0=485$ ,25390 这时物波的  $y_z$  方向的频率分别为: $U_{y_1}=40$ , $U_{y_2}=-32$ ,  $U_{z_1}=4$ , $U_{z_1}=-4$ 。选择在 z 方向加载频,取  $\alpha=10$ 。全息图上总条纹数为 714 条。图 6 为 IV 型光栅全息补偿板示意图。图 7 为由 IV 型光栅得到的光谱图。



Fig. 6 CGH compensator for fabricating type IV gratings



7 卷

Fig. 7 Spectral lines diffracted by the type IV grating

五、结束语

刘 또

计算全息是一种较新的技术,目前在测试非球面方面用得较多。在全息光栅制作中应

610

用是一种新的偿试,虽然取得了初步成果,但在制作工艺上还存在一定的困难与问题,如全 息补偿板的制作受到工艺设备限制成本较高,制作光栅时光路较复杂等等,但是由于计算全 息的灵活性,对用于特殊波段的光栅制作提供了一种新的技术途径。

### 参考文献

- [1] H. Noda, T. Namioka et al.; J. O. S. A., 1974, 64, No. 8 (Aug), 1037~1042.
- [2] 范希安等; 《光学学报》, 1984, 4, No. 1 (Jan.), 68~74。
- [3] Wai-Hon Lee; Appl. Opt., 1974, 13, No. 7 (Jul), 1677~1682.
- [4] Wai-Hon Lee; «Progress in Optics», (edited by E. Wolf, North-Holland Pub. Comp. Amsterdam, New York, Oxford, 1978, XVI), 119.
- [5] 庄夔; 《光学学报》, 1983, 3, No. 2 (Feb), 178~181。
- [6] 陆达等; 《光学学报》, 1986, 6, No. 1 (Jan), 87~92。

# A modified method of using computer-generated hologram In fabricating concave holographic gratings

CHENG HUILING, WU MINXING AND CHIN KUOFAN (Department of Precision Instrumentation, Qinghua University, Beijing)

> WU JUQIU AND SU YI (Shanghai Institute of Optical Instruments)

(Received 20 May 1985; revised 3 October 1985)

#### Abstract

Using a computer-generated hologram as a compensator to fabricate concave holographic gratings is more flexible in koth aberration correction and wavelength selection in comparison with traditional method. In this paper a method of defocusing filtering with a cylindrical wave front used as a reference beam is discussed. With this method, the space-bandwidth product of CGH is obviously increased, thus greatly increasing the range of usage. Using such CGH compensators, 12001/mm concave holographic gratings, both type III and IV, have been fabricated. Experiment results are presented.

Key Words: computer-generated hologram.