

Möllenstedt 电子双棱镜和部分 相干电子束的干涉

傅 淑 芬

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文应用电子光学与几何光学的相似性,从光程的计算出发,求出了电子经 Möllenstedt 双棱镜的偏转角,并与光学中菲涅耳(Fresnel)双棱镜进行了比较。讨论了电子束源的部分相干性对干涉场的影响,给出通过电子干涉得到的各量的表达式。

关键词: Möllenstedt 电子双棱镜,电子束干涉。

一、引 言

与光的干涉一样,获得一个相干性好的源,并设法将其分成相干的两束,是电子干涉实验的两个基本问题。

自从1956年 Möllenstedt 等人用超细导电丝和接地板构成一种电子分束器——Möllenstedt 电子双棱镜,并成功地获得了双束干涉条纹以来^[1],这种结构已为许多电子干涉和全息实验采用。它的优点是在分束过程中不影响束源的相干性,不引入附加的衰减,分束角度可以方便地用调节一个外电源电压的方法加以改变,制作方便,且可按实验布局设计成各种形成^[1~4]。

对 Möllenstedt 双棱镜的分析工作已有一些,但由于求解在棱镜场中电子运动方程的复杂性,往往用些近似结果,如将棱镜场用平行平板电容器场近似^[1],或用些经验公式^[2]。这里我们利用电子光学和几何光学的相似性,在与光学菲涅耳双棱镜比较的基础上,通过光程的计算,得出偏转角的表达式,并在近细丝电极附近讨论它与菲涅耳双棱镜的相似性。

电子束源的部分相干性是影响干涉实验的另一重要因素,它对干涉实验的许多量有重要影响。本文将利用对部分相干光干涉的已有结果,讨论部分相干电子束的干涉,并给出描写电子束干涉实验各量的公式,以此讨论获得最好干涉效果的条件。

二、Möllenstedt 双棱镜对电子波的偏转作用

众所周知,一束光经菲涅耳双棱镜的偏转角为

$$\alpha = [(n - n_0)/n_0]\theta, \quad (1)$$

式中 n 和 n_0 分别为棱镜材料和空气的折射率, θ 为棱镜底角。(1)式可以通过折射定律,在确切地知道光线在镜内、外的路径情况下导出。然而也可以用计算方程的方法而在不考虑

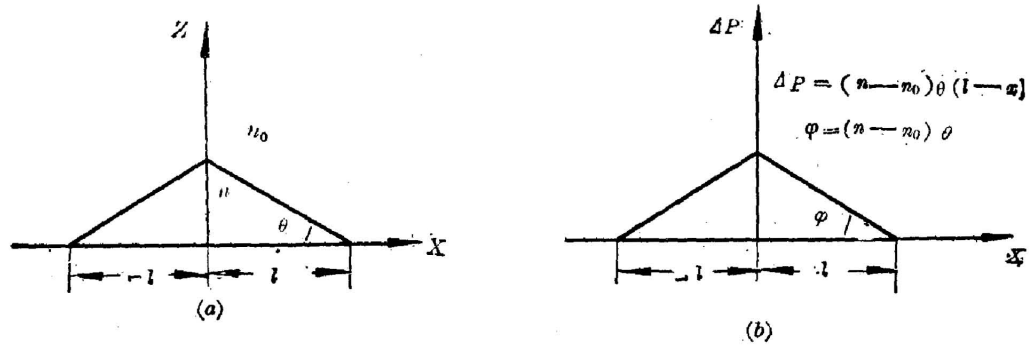


Fig. 1 Optical path of a Fresnel biprism

(a) Profile; (b) Optical path difference caused by the biprism as a function of x

光的轨迹情况下, 导出(1)式。设光线沿 z 轴方向入射, 如图 1 所示, 则棱镜导入的光程变化是坐标 x 的函数

$$\Delta P = -(n - n_0)(l - x)\theta, \quad (2)$$

这等效于几何路程的变化量

$$\Delta L = -[(n - n_0)/n_0](l - x)\theta, \quad (3)$$

光线经棱镜后偏转角可由 ΔL 对 x 的微商给出

$$\alpha = \frac{d(\Delta L)}{dx} = \frac{n - n_0}{n_0} \theta. \quad (4)$$

同样得到了公式(1)。

由于电子光学和几何光学的相似性^[5], 采用上法可以避开求电子在 Möllnstedt 双棱镜场中运动轨迹的复杂数学问题, 对求电子的偏转将很方便。具有初始能量 eU_0 的电子经电位分布为 $U(\mathbf{r})$ 的电场的运动轨迹, 等效于经折射率为 $[U_0 + U(\mathbf{r})]^{1/2}$ 的介质的运动轨迹。因此可以仿照求(4)式方法求出电子经 Möllnstedt 双棱镜的折射。

Möllnstedt 双棱镜由导电细丝(直径 $2r_0 \sim 1 \mu\text{m}$)和两块接地平板组成, 如图 2 所示。细丝的长度、接地板的线度以及细丝与接地板的距离都远大于细丝的直径, 因此我们可以取垂直于细丝的一个截面进行讨论, 问题简化为一个二维情况。对于这种结构的双棱镜, 其电位分布可用同轴圆柱电容器的电位分布近似^[6]

$$U(r) = U_1 \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_0/R)}, \quad (5)$$

式中 U_1 为加在棱镜丝上的电压, r_0 为细丝半径, 也是同轴圆柱电容器的内圆柱半径。(5)式表示的棱镜电位分布, 相应于光学中折射率为 $\{U_0 + [U_1 \ln(r/R)/\ln(r_0/R)]\}^{1/2}$ 的介质, 棱镜占据区域外的折射率为 $(U_0)^{1/2}$, 如图 3(a) 所示。由棱镜导入的光程变化为

$$\begin{aligned} \Delta P &= \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \left\{ \left[U_0 + U_1 \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_0/R)} \right]^{1/2} - U_0^{1/2} \right\} dz \\ &= \frac{U_1}{\sqrt{U_0}} \cdot \frac{1}{\ln(r_0/R)} \left[x \arctg \frac{\sqrt{R^2-x^2}}{x} - \sqrt{R^2-x^2} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

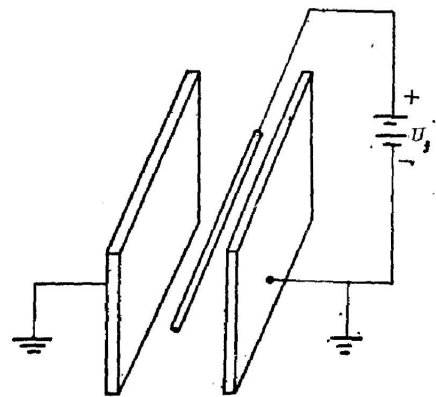


Fig. 2 Schematic diagram of Möllnstedt biprism

其等效几何路程的改变为

$$\Delta L = \frac{\Delta P}{\sqrt{U_0}} = \frac{U_f}{U_0} \frac{1}{\ln(r_0/R)} \left[x \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{x} - \sqrt{R^2 - x^2} \right]. \quad (7)$$

光经棱镜后的偏转角为

$$\alpha = \frac{U_f}{U} \frac{1}{\ln(r_0/R)} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{x}. \quad (8)$$

在以上运算中我们应用了 $U_0 \gg U(r)$ 条件, 并且只保留到 $[U(r)/U_0]$ 的一级项。(8)式表明, 一般地说, α 不是常数, 而是 x 的函数, 这意味着经距丝不同距离处穿过的电子有不同的偏角。但在实际的电子干涉实验中, 电子只经过丝附近极小的区域, 这时(8)式中的量满足条件 $|x| \ll R$, 即 $|\sqrt{R^2 - x^2}/x| \gg 1$, $\operatorname{arc} \operatorname{tg} (\sqrt{R^2 - x^2}/x) \simeq (\pi/2)$ 。于是有

$$\alpha \simeq \frac{\pi}{2 \ln(r_0/R)} \frac{U_f}{U_0}, \quad (9)$$

为一常数。(9)式表示电子的偏转角正比于细丝电压, 反比于电子的加速电压。

于是可以得出结论, 在细丝电极附近区域, Möllenstedt 双棱镜具有和光学中菲涅耳双棱镜相似的性质, 一束平面波入射到 Möllenstedt 双棱镜仍将以平面波出射, 它只改变其传播方向。

将条件 $|\sqrt{R^2 - x^2}/x| \gg 1$ 和 $R^2 - x^2 \simeq R^2$, 代入(6)式, 有

$$\Delta P \simeq -\frac{U_f}{\sqrt{U_0}} \frac{\pi}{2 \ln(r_0/R)} \left(\frac{2R}{\pi} - x \right), \quad (10)$$

(10)式表明, Möllenstedt 双棱镜等效于一个由折射率为 $[(U_f/\sqrt{U_0}) + \sqrt{U_0}]$ 的材料构成的菲涅耳双棱镜, 置于折射率为 $\sqrt{U_0}$ 的介质中, 其底角 $\theta = \frac{\pi}{2 \ln(r_0/R)}$, 底边长 $(2R/\pi)$, 其光程随 x 的变化, 情况如图 3(b)所示。

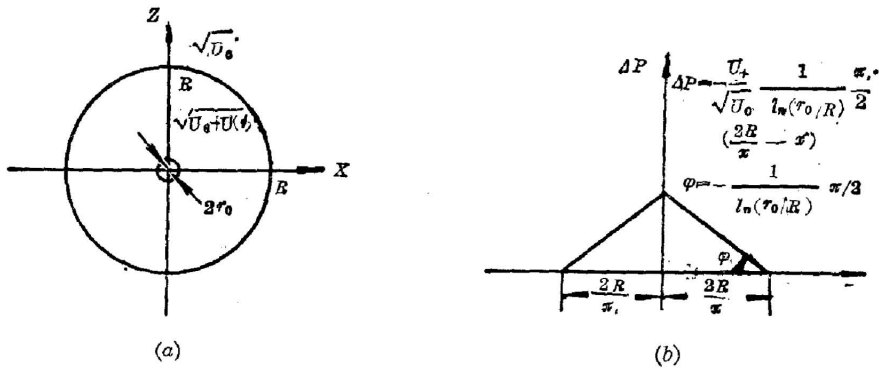


Fig. 3 Distribution and optical path of Möllenstedt biprism

三、部分相干电子束的干涉

上面已指出, Möllenstedt 双棱镜可用菲涅耳双棱镜等效表示, 因此采用与光学中讨论部分相干光经菲涅耳双棱镜干涉的相类似的步骤, 可以得到干涉场强分布度为^[6]

$$I(x) = \frac{2I(s)}{(a+b)^2} \rho \left[\frac{\sin \frac{\pi b d \rho}{a(a+b)\lambda}}{\frac{\pi b d \rho}{a(a+b)\lambda}} \cos \frac{2\pi d}{\lambda(a+b)} x \right], \quad (11)$$

式中各量在电子干涉中的意义如图 4 所示, 由(11)式可以得到

(1) 干涉条纹宽度

$$\Delta = \frac{\lambda(a+b)}{2a\alpha} = \frac{\lambda(a+b)}{d}, \quad (12)$$

式中束的偏转角 α , 由(9)式表示。

(2) 干涉条纹可见度

$$F = \frac{\sin \frac{\pi b d \rho}{a(a+b)\lambda}}{\frac{\pi b d \rho}{a(a+b)\lambda}}, \quad (13)$$

在实验布局确定的条件下, F 对 ρ 呈周期性。

(3) 源的线度与允许最大束偏角的关系

按照光学中所取的条件, 规定 $F \geq 0.9$ 为可分辨条件,

有

$$\rho\alpha \leq \frac{\lambda(a+b)}{8b}, \quad (15)$$

即光源线度 ρ 越小, α 允许值越大, α 的最大允许值为

$$\alpha_{\max} = \frac{\lambda(a+b)}{8b\rho}, \quad (16)$$

代入(9)式给出最大允许的偏转电压为

$$(U_f)_{\max} = -\frac{\lambda(a+b)}{4b\rho\pi} \ln\left(\frac{r_0}{R}\right) \cdot U_0. \quad (17)$$

(4) 干涉条纹数

由图 4 的几何关系容易得到在观察平面上两束电子重叠区的尺寸

$$W = \frac{bd - \phi(a+b)}{a}, \quad (18)$$

当 d 取最大值时, 这个重叠区也达到最大值

$$W_{\max} = \frac{bd_{\max} - \phi(a+b)}{a}. \quad (19)$$

此时(12)式给出条纹宽度 Δ 为最小值

$$\Delta_{\min} = \frac{\lambda(a+b)}{d_{\max}}. \quad (20)$$

于是最大干涉条纹数目为

$$M_{\max} = \frac{\lambda a(a+b)}{16b\rho^2} - \frac{\phi(a+b)}{4b\rho}. \quad (21)$$

而棱镜丝上的电压由(17)式给出。

(5) 细丝电极直径

由(21)式可以看出, 为得到干涉条纹必须满足(必要条件)

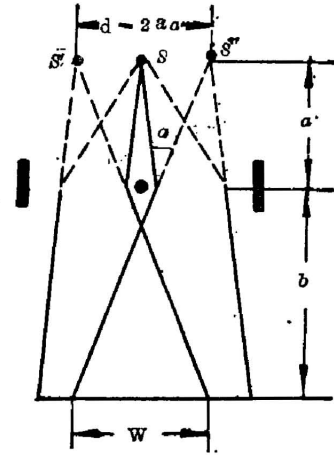


Fig. 4 Schematic of biprism principle

$$\phi < \frac{\lambda a}{4\rho}. \quad (22)$$

这便是最大允许的丝直径。显然, 源线度 ρ 越小, ϕ 的允许值可越大; 此外, a 取得大些, 也可降低对 ϕ 的要求。

四、讨 论

我们比较了 Möllenstedt 电子双棱镜和光学菲涅耳双棱镜, 由它们的相似性推出了部分相干电子束干涉时, 干涉场各量的表达式。我们看到, 为了获得尽可能多的干涉条纹, 应增大 a , 减小 b 。但 b 的减小同时使条纹宽度变小, 考虑到照相底片的有限分辨能力, 必须相应的增大系统的放大倍数, 底片上的照度随之降低。为得到足够的曝光量, 必须相应的增加曝光时间, 这又受到仪器稳定性的限制。将电子显微镜的透镜系统设计成圆柱透镜^[4], 是有利的, 但根本的措施是提高束源的亮度。

参 考 文 献

- [1] G. Möllenstedt *et al.*; *Z. Physik*, 1956, **145**, No. 3 (Mar), 377.
- [2] M. Vanzi; *Optik*, 1981, **58**, No. 2 (Feb), 103.
- [3] P. G. Merli, G. F. Missiroli *et al.*; *J. Phys. (E)*, 1974, **7**, No. 9 (Sep), 729.
- [4] O. Donati, G. F. Missiroli *et al.*; *Amer. J. Phys.*, 1973, **41**, No. 5 (May), 639.
- [5] 赵国骏等;《电子光学》, (国防工业出版社, 1980), 4.
- [6] M. Born, E. Wolf;《*Principles of Optics*》, 2nd ed. (Pergamon Press, 1964, New York), 265.

Möllenstedt biprism and partial coherent electron beam interference

FU SHUFEN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 7 March 1986; revised 20 October 1986)

Abstracts

An expression for electron deflection angle caused by Möllenstedt biprism was deduced according to the similarity between electron optics and geometrical optics. A comparison between optical Fresnel and Möllenstedt biprism was given. The effects of partial coherence of electron beam on interference field were pointed out. The obtainable maximum number of interference fringes were discussed.

Key Words: Möllenstedt biprism, Electron beam interference.