

菲涅耳衍射公式误差相位的讨论

陈 共 吴濯才

(中国科学院四川光电技术研究所)

提 要

根据波动光学的理论,对菲涅耳近场衍射公式误差相位的影响进行了分析。以单缝衍射为例,讨论了误差相位与计算精度的联系。结合菲涅耳线波带片焦面光强分布的计算,对比了菲涅耳衍射公式与基尔霍夫衍射公式的计算结果,说明在不满足误差相位近似条件下使用菲涅耳衍射公式带来的影响。最后对影响波带片焦面光强分布的几个因素进行了讨论。

关键词: 基尔霍夫衍射公式,菲涅耳衍射公式,误差相位,线性菲涅耳波带片。

在超精细的亚微米级软 X-射线接近式光刻装置中,利用线性菲涅耳波带片(LFZP)作为掩模对准标记,实现高精度的掩模,硅片相互对准已被认为是一种很有发展前途的光学对准方法^[1]。对菲涅耳线波带片焦面光强分布的计算就是一个很好的例子。

图1是一维狭缝的衍射示意图;S为开孔面,(a_1, a_2)为狭缝开孔坐标;R为接收面;R, S两面相隔 z_0 ,以波长为 λ 的单色平面相干光波照明。利用基尔霍夫的衍射公式得接收面上任意一点的光场分布^[2]

$$E_K(x_1) = \frac{A}{i\lambda} \int_{a_1}^{a_2} \left(1 + \frac{z_0}{r}\right) \frac{\exp[i(2\pi/\lambda)r]}{r} dx_0, \quad (1)$$

$$r = [z_0^2 + (x_1 - x_0)^2]^{1/2}. \quad (2)$$

根据近场衍射的菲涅耳公式,则接收面上任一点的光场分布为

$$E_F(x_1) = \frac{\exp[i(2\pi/\lambda)z_0] A}{i\lambda z_0} \int_{a_1}^{a_2} \exp\left[i\left(\frac{2\pi}{\lambda z_0}\right)(x_1 - x_0)^2\right] dx_0, \quad (3)$$

式中A为入射光的复振幅。比较(1)、(3)两式可以发现:在数学意义上,菲涅耳衍射公式就是以(2)式展开式中前二项代替指数,而取前一项代替分母;在物理意义上则是以二次曲面代替惠更斯球面次波。这种近似替代的精度要求必然会给孔径,观察区域及距离带来限制。因为指数项近似而带来的误差相位对结果的影响远大于振幅项(分母)的影响,这里就着重讨论误差相位的影响。

首先,为了使(2)式的二次项展开后能满足收敛条件,应有以下关系

$$\left(\frac{x_1 - x_0}{z_0}\right)_{\max}^2 < 1. \quad (4)$$

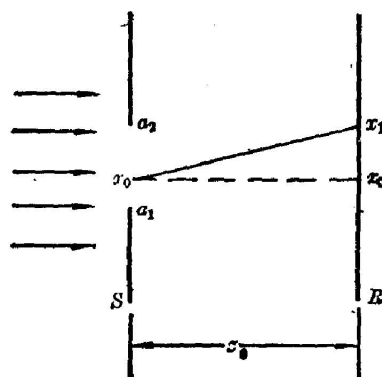


Fig. 1 Schematic of single slit diffraction

在指数项中忽略了三阶以上各项而带来的误差相位 δ_0 满足以下关系

$$\delta_0 \leq \frac{\pi z_0}{4\lambda} \left(\frac{x_1 - x_0}{z_0} \right)_{\max}^4 \quad (5)$$

在参考文献 [3] 中对这个误差相位 δ_0 曾进行了要求: 二项式中高次项所贡献的位相误差远小于 1 弧度时, 菲涅耳衍射公式成立。在此条件下, z_0 应满足

$$z_0^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} (x_1 - x_0)_{\max}^4 \quad (6)$$

这个条件只限制了误差相位的绝对变化量, 而没有指出在给定计算精度要求下误差相位所允许的变化范围, 给实际使用带来了不便。事实上, 它们之间存在着一定的联系。

这里仍以单缝为例, 考察它们之间的关系。单缝宽度为 S_0 , 接近点坐标 $x_1 = 0$, 波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 间隔 $z_0 = 50 \mu\text{m}$ 。随着单缝宽度的增加, 误差相位 δ_0 也在增加, 从而使菲涅耳衍射公式的计算结果产生偏差。这里用相对误差 M 表示

$$\delta_0 = \frac{\pi z_0}{\lambda} \left(\frac{S_0}{2z_0} \right)^2, \quad M = \frac{I_K - I_F}{I_K + I_F} \times 100\% \quad (7)$$

式中 I_K 为基尔霍夫衍射公式计算得到的光强, I_F 为菲涅耳衍射公式得到的同一点光强。得到的 $\delta_0 - M$ 曲线如图 2 所示。可以看出随着误差相位 δ_0 的增加, 相对误差 M 的变化为一振荡曲线, 振荡幅度在不断增加。这说明误差相位 δ_0 的增加破坏了基尔霍夫衍射公式的严格位相关系, 使得它们计算结果的差别增加。表 1 列出了在给定以相对误差 M 表示的计算精度下所允许的误差相位变化范围。

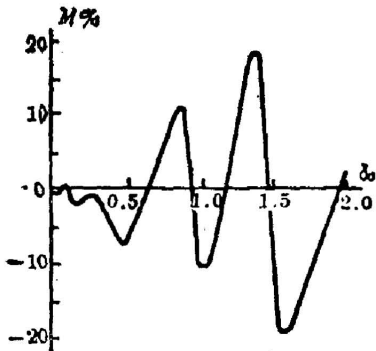


Fig. 2 Relationship between δ_0 and M

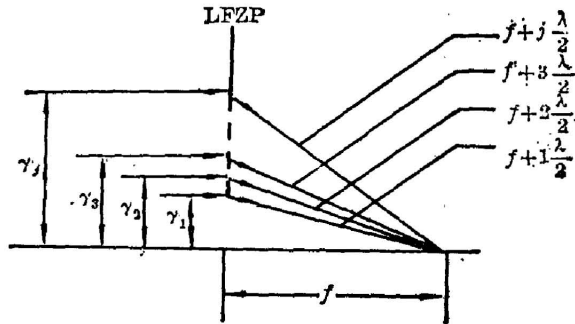


Fig. 3 Schematic of focusing of the plate

Table 1 The relationship between M and δ_0 value

M	$\leq 0.1\%$	$\leq 0.5\%$	$\leq 1\%$	$\leq 5\%$
δ_0	≤ 0.01	≤ 0.02	≤ 0.05	≤ 0.35

菲涅耳线波带片是个特殊刻划的光栅, 它由许多透光狭缝组成。当以相干平行光照在波带片上时, 透过波带的光衍射与干涉的结果使得入射光在焦面会聚。如图 3 所示, 第 j 带到中心光轴距离为 r_j , 则构成波带片的条件是透过此位置的光与透过中心位置的光的位相差为 $j(\lambda/2)$ 。可以得到

$$r_j = [|j| \cdot F\lambda + j^2(\lambda^2/4)]^{1/2} \quad (8)$$

式中 F 为波带片焦距; λ 为照明波长; j 为整数。

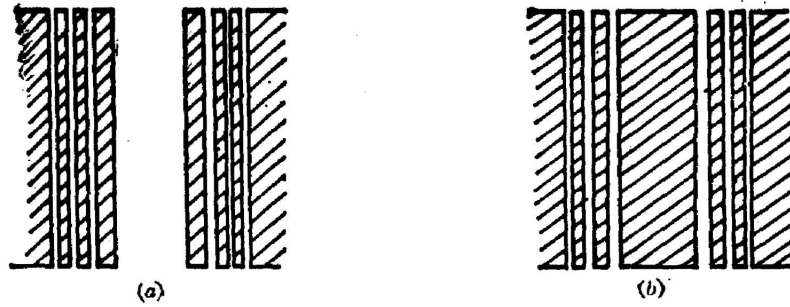


Fig. 4 Odd zone (a) and even zone (b) plate

波带片的主要参数有: 焦距 F , 照明波长 λ 以及最大波带序数 n 。波带片又分奇数序和偶数序两种。如图 4 所示, 图 4(a) 是奇数序波带片, 它使奇数波带透光, 透光带位置: (r_{2j+1}, r_{2j}) , $j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$, 共有 $2n+1$ 个透光带, 中心带透光。图 4(b) 是偶数序透光带, 使偶数序波带透光。透光带位置: (r_{2j}, r_{2j-1}) , $j=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm n$ 。共有 $2n$ 个透光带, 中心带不透光。因此, 在相同波带序数 n 下, 奇数序波带片透光面积大, 会聚能量多。使用中往往用奇数序波带片, 这里也着重讨论它。

以平面光波入射到如图 3 所示的线波带片上, 设第 j 个透光带衍射后在焦面形成的光场分布为 $E_j(x_1)$, 则最后会聚形成的焦面光强分布为

$$I(x_1) = \left| \sum_{j=-n}^n E_j(x_1) \right|^2, \quad (9)$$

式中 $E_j(x_1)$ 采用何种衍射公式进行计算直接影响焦面光强分布 $I(x_1)$ 的准确性。因为波带片对光的会聚是各透光带衍射与干涉的结果, 因此整个孔径面都应满足严格的位相关系。对于习惯采用的菲涅耳衍射公式, 误差相位所对应的狭缝宽度应是最外带宽度, 即 r_{2n+1} (n 为最大波带序数), 对应中心点的误差相位为

$$\delta_0 = \frac{KF}{8} \left(\frac{r_{2n+1}}{F} \right)^4 = \frac{\pi}{4\lambda F} \left[(2n+1)\lambda + \frac{(2n+1)^2 \lambda^2}{4F} \right]^2. \quad (10)$$

可见这个误差相位 δ_0 与焦距 F 有关, 且随着波带序数的增加, 误差相位会很快增加。因此, 对短焦距的线波带片, 误差相位的增加就不容忽视了。

这里对焦距 $F=50 \mu\text{m}$, $100 \mu\text{m}$, 照明波长 $\lambda=0.633 \mu\text{m}$ 的两种线波带片进行了比较计算。表 2 是误差相位 δ_0 与最大波带序数的关系。对照表 1 可以看出误差相位 δ_0 增加造成的计算精度影响是不容忽视的。图 5 是中心点光强值与波带序数 n 的关系。采用高斯型数值积分公式^[4], 每个透光狭缝取十个节点。图中 I_K 是基尔霍夫衍射公式计算得到的光强, I_F 是菲涅耳衍射公式计算得到的光强。从图 5 可知, 在波带序数 n 较小时, 两种衍射公式得到的计算结果能较好地符合, 因为此时误差相位较小。

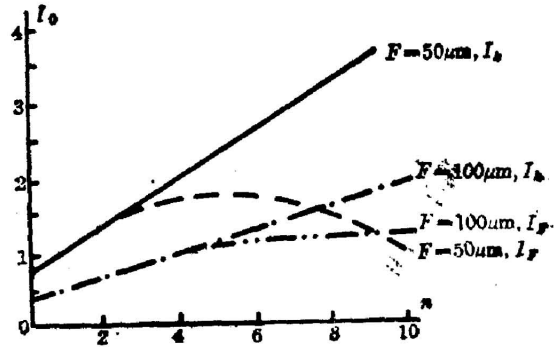


Fig. 5 Comparison of the central point intensity

Table 2 The error phase of the plate

n		δ_0	1	2	3	4
F	50 μm			0.09	0.25	0.48
	100 μm		0.05	0.13	0.24	0.40

当波带序数 n 增加时,对较严格的基尔霍夫衍射公式,中心点光强在不断增加。因为波带片各带位置的设计就是使各透光带对中心点光强是相互加强的。而对菲涅耳衍射公式,误差

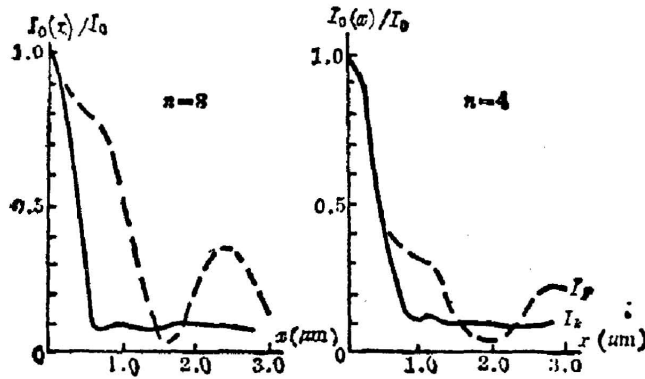


Fig. 6 Comparison of the focal plane intensity distribution

相位 δ_0 的增加破坏了相互加强的位相关系,使得两种计算公式得到的结果发生偏差。对照表 2 还可以发现,焦距越短,相同波带序数下误差相位越大,因此,两种方法计算得到的结果偏差也大。此外,还可以发现:照明强度相同时,焦距越短,增加波带数对中心点光强的贡献作用也越大。

图 6 讨论了同一焦距的波带片 ($F=50 \mu\text{m}$) 在不同波带序数的情况下,两种计算结果的焦面

光强归一化分布*。可以发现随着波带序数 n 的增加,由于误差相位的增加,两种计算结果的差别也在增大。由于误差相位随着接收点偏离中心的增加而增加,因此计算结果的差别是从边缘向中心传递的。

由此可见,在使用菲涅耳衍射公式时必须严格满足一定的误差相位限制条件,否则就得按基尔霍夫衍射公式进行计算。

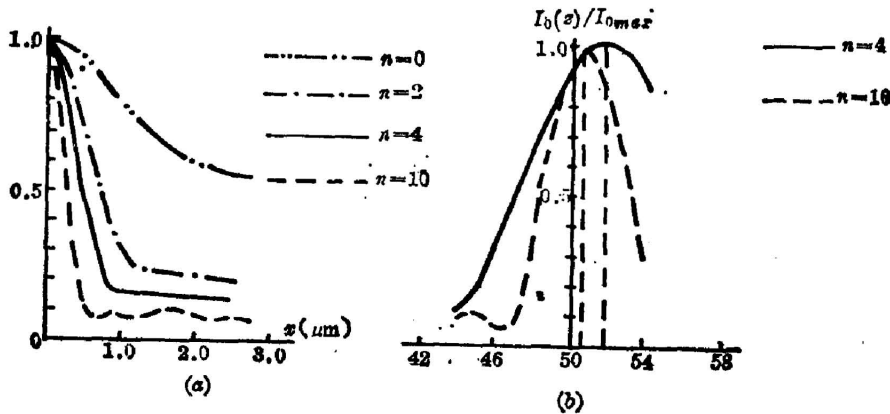


Fig. 7 Intensity distribution in focal plane and near by

利用基尔霍夫衍射公式计算得到的波带片焦面附近的光强分布如图 7 所示。 $F=50 \mu\text{m}$, $\lambda=0.633 \mu\text{m}$ 。图 7 (a) 是不同波带序数 n 下焦面上光强的归一化分布。可见由于

* 计算条件相同。

波带序数增加, (刻划带数的增加)使波带片会聚光强的一级极小到中心的距离减小, 次极大强度也减小, 即波带片的会聚性能增加。这对于提高对准精度是十分有利的。图 7(b) 是中心点光强在焦面附近的变化, 以往焦面处中心点光强 $I_0(z)_{\max}$ 进行规化。可见波带序数增加, 离焦对中心点光强变化的影响增加。这对利用波带片进行掩模, 硅片对准同时完成它们的间隙控制是十分有利的。

波带片挡光带的透光性对焦面光强的分布也有影响。它相当于叠加了一个单缝衍射的背景, 使波带片相对会聚性能减弱。由于会聚光强分布的形式没有多大变化, 仍然可用中心点光强的变化来讨论。图 8 是挡光带的振幅透过率 α 与中心点光强 I_0 的关系曲线(以 $\alpha=0$ 时的中心点光强进行规化)。

随着振幅透过率的增加, 中心点光强在不断下降, 不同波带序数下降斜率略有不同。若要保证由于振幅透过率 α 的存在引起中心点光强下降小于 85%, 则振幅透过率应小于 0.1, 光强透过率小于 0.01。此外, 挡光带的透光性影响还和它的附加相位有关^[5], 相位为 0, 2π 时, 影响最大, 相位为 π 时, 则影响最小。

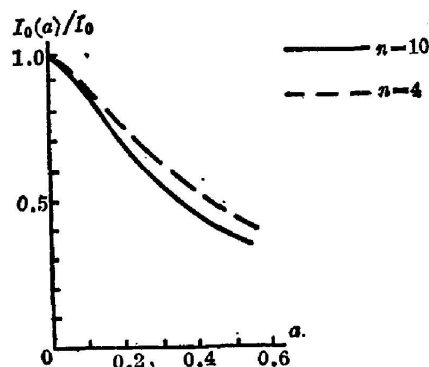


Fig. 8 The affect caused by the amplitude transparence

参 考 文 献

- [1] B. Fay, J. Trotel et al.; *J. Vac. Sci. & Technol.*, 1979, **16**, No. 6 (Nov/Dec), 1954~1958.
- [2] 梁栓庭编;《物理光学》, (机械工业出版社, 北京, 1982年), 101~112.
- [3] J. W. Goodman;《傅里叶光学导论》, (科学出版社, 北京, 1979年), 64~69.
- [4] 易大义等编;《数值方法》, (浙江科学出版社, 杭州, 1984年), 90~102.
- [5] 程维明, 马长明;《光学学报》, 1985, **5**, No. 11 (Nov), 1026~1029.

The discussion of phase error in diffraction equation

CHEN GON AND WU ZHUOCAI

(Institute of Optic & Electric, Sinica Academia, Chengdu)

(Received 28 April 1986; revised 3 October 1986)

Abstract

Based on the wave theory of optics, the affect caused by the phase error in Fresnel near-field diffraction equation is analysed. Taking single slit as an example, the relationship between phase error and resulting accuracy is given. From calculating of the focal plane intensity distribution on Linear Fresnel Zone Plate, the results of using Fresnel diffraction equation is stated when the phase error requirement is not satisfied. Some facts affecting the focal plane intensity distribution of LFZP are given.

Key Words: Kirchihoff diffraction equation; Fresnel diffraction equation; phase error; Linear Fresnel Zone Plate (LFZP).