

# 吸收媒质反射束 Goos-Hänchen 位移的直接计算公式

冷 光 圭  
(浙江大学物理系)

## 提 要

本文导出了从吸收媒质上反射的  $s$  和  $p$  两种偏振的 Goos-Hänchen 位移的一般表达式。若令消光系数等于零, 它们就简化成 McGuirk 和 Carniglia 给出的仅用于非吸收媒质的公式<sup>[1]</sup>。吸收媒质的位移, 在任何不为零的入射角度时都有。在稼的表面上, 位移有几个波长。

关键词: Goos-Hänchen 位移的计算, 吸收媒质。

## 一、引 言

电磁波的实际反射束相对于理想的几何光学反射可能产生横向平移, 称为 Goos-Hänchen 位移。自 1947 年提出这一现象的实验证据后<sup>[2]</sup>, 引起不少学者的关注。先后有稳相法 (stationary-phase) 能量守恒、时间延迟散射以及较近的角谱处理等方法用以研究这个现象。过去的理论及实验<sup>[3]</sup> 大多是关于非吸收媒质的。1982 年 Wild 和 Giles<sup>[4]</sup> 讨论从吸收媒质表面反射的情况, 提出可能出现负的位移。

本文在文献 [4] 工作的基础上, 导出电磁波从吸收媒质表面反射时, Goos-Hänchen 位移大小的直接计算式。所得结果同样适用于非吸收媒质, 因为非吸收媒质不过是消光系数为零的一种特殊情况。

## 二、位移 $D_p$ 和 $D_s$

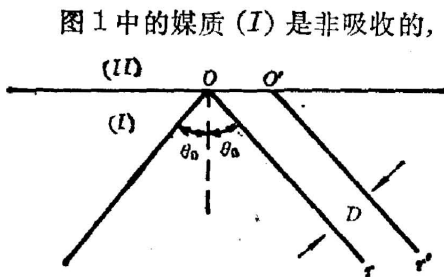


Fig. 1 Schematic diagram of Goos-Hänchen shift

图 1 中的媒质 (I) 是非吸收的, 实折射率为  $n_1$ ; 但媒质 (II) 是吸收的, 其复折射率为  $N_2 = n_2 + ik_2$ , 虚部  $k_2$  为消光系数。两种媒质都是均匀和各向同性的。入射束  $io$  经过准直, 发散角足够地小。  $o'r'$  是实际反射束, 它相对于理想的几何光学反射  $or$  有一大小为  $D$  的横向平移, 这就是 Goos-Hänchen 位移。

文献 [1]、[4] 利用角谱处理方法<sup>[5]</sup>, 从已知的入射场分布求出未知的反射场分布。再把实际反射场和理想的几何光学反射场 (对应于振幅反射率  $r=1$  的情况) 相比较, 证明了: Goos-Hänchen 位移的大小正比于反射波相移  $\delta$  对入射角  $\theta_1$  的一

阶导数

$$D = -\frac{\lambda}{2\pi} \left. \frac{d\delta}{d\theta_1} \right|_{\theta_1=\theta_0}, \quad (1)$$

式中  $\theta_0$  是平均入射角反射束的相移由菲涅耳公式给出。在媒质(II)有吸收的情况下, 折射角  $\theta_2$  是复数。它虽不具有直觉上的几何意义, 但在物理上却是场的边界条件所要求的。把菲涅耳公式写成对称形式

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2}, \quad r_p = \frac{G \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2}{G \cos \theta_1 + N_2 \cos \theta_2}, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} G &= \frac{N_2^2}{n_1} = g_1 + ig_2, \\ g_1 &= \frac{n_2^2 - k_2^2}{n_1}, \quad g_2 = \frac{2n_2 k_2}{n_1}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

利用折射定律, 得

$$N_2 \cos \theta_2 = \sqrt{N_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}. \quad (4)$$

设  $N_2 \cos \theta_2 = \sqrt{A + iB}$ , 则得

$$A = n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1, \quad B = 2n_2 k_2. \quad (5)$$

令  $N_2 \cos \theta_2 = q + i\tau$  目的是能从菲涅耳公式中求相移。其中  $q$  和  $\tau$  为实数。容易看出,  $q$  和  $\tau$  应满足下列方程

$$q^2 - \tau^2 = A, \quad 2q\tau = B. \quad (6)$$

它一般有四组根, 其中合乎物理要求的一组 ( $q, \tau \geq 0$ ) 是:

$$q = \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}}, \quad \tau = \sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + B^2}}{2}}. \quad (7)$$

利用  $N_2 \cos \theta_2 = q + i\tau$ , 把菲涅耳公式中分子及分母分别都写成实部与虚部之和的形式。相移是分子分母两复数幅角之差。分别得  $p$  偏振和  $s$  偏振的相移

$$\delta_p = \arctg \frac{g_2 \cos \theta_1 - \tau}{g_1 \cos \theta_1 - q} - \arctg \frac{g_2 \cos \theta_1 + \tau}{g_1 \cos \theta_1 + q}, \quad (8)$$

$$\delta_s = \arctg \frac{-\tau}{n_1 \cos \theta_1 - q} - \arctg \frac{\tau}{n_1 \cos \theta_1 + q}. \quad (9)$$

这两个表示式是很对称的, 只须作映射  $g_1 \rightarrow n_1$  和  $g_2 \rightarrow 0$ , 可从(8)式得到(9)式。因此, 如果求得  $(d\delta_p/d\theta_1)$ , 作同样的映射立即得到  $(d\delta_s/d\theta_1)$ 。

对(8)式求导, 得  $p$  偏振相移的一阶导数

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_p}{d\theta_1} &= \left\{ \frac{1}{(g_1 \cos \theta_1 - q)^2 + (g_2 \cos \theta_1 - \tau)^2} + \frac{1}{(g_1 \cos \theta_1 + q)^2 + (g_2 \cos \theta_1 + \tau)^2} \right\} \\ &\quad \times \left\{ \sin \theta_1 (g_2 q - g_1 \tau) - \frac{n_1^2}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta_1 \cos^2 \theta_1 (g_2 q + g_1 \tau) \right\} \\ &+ \left\{ \frac{1}{(g_1 \cos \theta_1 - q)^2 + (g_2 \cos \theta_1 - \tau)^2} - \frac{1}{(g_1 \cos \theta_1 + q)^2 + (g_2 \cos \theta_1 + \tau)^2} \right\} \\ &\quad \times \frac{2n_1^2 q_1 \tau}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \theta_1 \cos^2 \theta_1, \quad (10) \end{aligned}$$

式中  $g_1, g_2, A, B$  及  $q$  和  $\tau$  分别由(3)式、(5)式和(7)式给出, 它们都是入射角  $\theta_1$  的函数。由(1)式得 Goos-Hänchen 位移

$$D_p = -\frac{\lambda}{2\pi} \left. \frac{d\delta_p}{d\theta_1} \right|_{\theta_1=\theta_0}, \quad D_s = -\frac{\lambda}{2\pi} \left. \frac{d\delta_s}{d\theta_1} \right|_{\theta_1=\theta_0}, \quad (11)$$

籍(10)式和相应的映射式得到直接的解析表示式。

### 三、讨 论

根据(10)式,吸收媒质几乎在任何入射角下( $\theta_0=0$ 除外)都有位移效应。 $n$ 和 $k$ 在可见波段附近一般只有一位数,且 $A$ 、 $B$ 、 $q$ 、 $\tau$ 、 $g_1$ 及 $g_2$ 大致和 $n$ 同数量级,所以位移通常只有几个波长左右。图2是取入射媒质为空气( $n_1=1.00$ ),反射媒质为镓( $\lambda=0.7\mu\text{m}$ 时, $N_2=1.65+i7.60$ )时计算得到的理论曲线。图中横坐标每格 $10^\circ$ 。

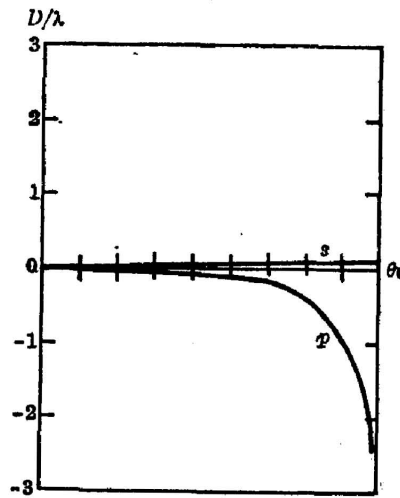


Fig. 2  $D/\lambda$  vs.  $\theta_0$  for  $s$  and  $p$  polarization on the Gallium

在全反射情况下,  $k_2=0$ ,  $n_2 < n_1$  且  $\sin \theta_0 > (n_2/n_1)$  可得到

$$\left. \begin{aligned} D_s &= \left( \frac{\lambda}{\pi} \right) \frac{n_1 \sin \theta_0}{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_0 - n_2^2}}, \\ D_p &= \frac{D_s}{[(n_1^2/n_2^2) + 1] \sin^2 \theta_0 - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(12)式即文献[1]中给出的公式。

### 参 考 文 献

- [1] M. McGuirk, C. K. Carniglia; *J. O. S. A.*, 1977, **67**, No. 1 (Jun), 103
- [2] Von F. Goos, H. Hänchen; *Ann. Physik.*, 1947, **1**, 333~346.
- [3] J. J. Cowan, B. Aničin; *J. O. S. A.*, 1977, **67**, No. 10 (Oct), 1307~1314.
- [4] W. Wild, C. L. Giles; *Phys. Rev. (A)*, 1982, **25**, No. 4 (Apr), 2099~2101.
- [5] J. W. Goodman; *Introduction to Fourier Optics*, (McGraw-Hill, New York, 1968), 48~54.

## Study of Goos-Hänchen shift of reflected beam from absorbing medium

LENG GUANGYAO

*(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou)*

(Received 2 June 1986; revised 22 August 1986)

### Abstract

General expressions of Goos-Hänchen shift for both  $s$  and  $p$  polarizations from absorbing medium has been derived in this paper. Let the extinction coefficient be equal to zero, they will be simplified to the formulae<sup>[1]</sup> given by M. McGuirk and C. K. Carniglia, which are only fit for non-absorbing medium. The shift from absorbing medium occurs at any incident angle except zero angle. On Gallium surface, Goos-Hänchen shift may have several wavelengths.

**Key Words:** study of Goos-Hänchen shift, absorbing medium