

# 平面波导偏转光栅特性分析

刘永智

(成都电讯工程学院光电子技术系)

## 提 要

本文借助由偏转波耦合方程得出的偏转系数  $B$  就平面波导偏转光栅的角度特性以及频率特性进行了讨论。分析表明, 偏转光栅的这些特性主要决定于入射波与偏转波间耦合系数  $|K|$  与光栅长度  $L$  的乘积  $|K|L$ , 而不单独依赖于  $|K|$  或  $L$ 。

关键词: 集成光学, 平面光波导, 偏转光栅, 偏转效率, 耦合模。

在集成光学中, 波导光栅偏转器是一个十分有用的元件。它不仅可以实现光的偏转, 模式的转换, 而且可以进行频率分离(波分复用器, 偏转滤波器)等<sup>[1~3]</sup>, 作为偏转器来说, 光栅偏转的角度特性将直接关系到作为连接光栅的输入和输出光路的微波导的设计。同样, 对于借助光栅频率特性工作的器件来说, 对影响光栅偏转频率特性各因素的分析也将有利于这些器件的设计。

## 一、偏转光栅的一般特性

图1为一平面波导光栅偏转器的工作原理图。区域 I 和 II 分别为衬底与波导; 区域

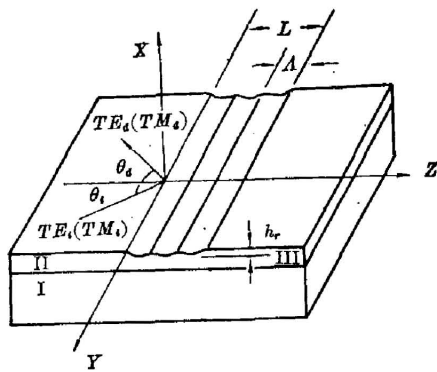


Fig. 1

III 为一刻蚀光栅, 其周期为  $\Lambda$ 。设入射光  $TE_i$ (或  $TM_i$ ) 波与  $z$  轴成  $\theta_i$  角沿波导传输到光栅, 然后以  $\theta_a$  角被偏转。偏转光任意为  $TE_a$ (或  $TM_a$ ) 波。按照布喇格(Bragg)条件, 入射光与偏转光的空间相位将同时满足如下关系<sup>[4]</sup>:

$$\beta_i \cos \theta_i + \beta_a \cos \theta_a = K_\Lambda, \quad (1)$$

$$\beta_i \sin \theta_i = \beta_a \sin \theta_a, \quad (2)$$

式中  $\beta_i, \beta_a$  分别为入射光与偏转光的传播常数,  $K_\Lambda$  为光栅常数,

$$K_\Lambda = l(2\pi/\Lambda), \quad l = 1, 2, 3 \dots \quad (3)$$

利用 Marcuse 的耦合波理论<sup>[5]</sup>, 考虑到光栅区

存在光损耗时, 得入射光与偏转光的耦合方程为

$$\left. \begin{aligned} (dC_i/dz) &= K_{ia} \exp[(2\alpha + i\Delta)z] C_a, \\ (dC_a/dz) &= K_{ai} \exp[-(2\alpha + i\Delta)z] C_i, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\alpha$  为光栅区光损耗系数, 决定于波导散射与材料吸收, 特别是由光栅引起的辐射损耗<sup>[6,7]</sup>,  $\Delta$  为入射光与偏转光空间相位对布喇格条件的偏离

$$\Delta = K_{\Delta} - (\beta_i \cos \theta_i + \beta_d \cos \theta_d) \quad (5)$$

在相位匹配条件下  $\Delta=0$ 。  $O_i, O_d$  分别为入射光与偏转光幅值。  $K_{id}, K_{di}$  分别为两光波间互耦合系数

$$K_{id} = K_{di}^* = \frac{\omega \varepsilon_0}{4iP} \int_{-\infty}^{\infty} (n_p^2 - n^2) (\mathbf{E}_{it}^* \cdot \mathbf{E}_{dt} + \frac{n^2}{n_p^2} \mathbf{E}_{is}^* \cdot \mathbf{E}_{ds}) dx, \quad (6)$$

式中  $\omega$  为光波频率;  $\varepsilon_0$  为真空介电常数;  $n, n_p$  分别为区域 III 无光栅与有光栅时的折射率;  $\mathbf{E}_t, \mathbf{E}_s$  为光波横向场与纵向场;  $P$  为单位  $y$  轴长度上沿  $z$  方向传输的功率。 设入射光在  $z=0$  处幅值为  $O_i(0)$ , 偏转光在  $z=L$  处幅值为零, 则由方程(4)得到入射光与偏转光在光栅区 III 的幅值分别为

$$\left. \begin{aligned} O_i &= -iO_i(0) \exp \left[ \left( \alpha + i \frac{\Delta}{2} \right) z \right] \frac{[\alpha + i(\Delta/2)] \operatorname{sh}[\gamma(z-L)] + i\gamma \operatorname{ch}[\gamma(z-L)]}{[\alpha + i(\Delta/2)] \operatorname{sh}(\gamma L) + \gamma \operatorname{ch}(\gamma L)}, \\ O_d &= K_{di} O_i(0) \exp \left[ - \left( \alpha + i \frac{\Delta}{2} \right) z \right] \frac{\operatorname{sh}[\gamma(z-L)]}{[\alpha + i(\Delta/2)] \operatorname{sh}(\gamma L) + \gamma \operatorname{ch}(\gamma L)}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中  $\gamma$  为复传播常数

$$\gamma^2 = K^2 + [\alpha + i(\Delta/2)], \quad K^2 = K_{di} \cdot K_{id} \quad (8)$$

则偏转系数  $R$  在  $z=0$  处为

$$R = \left| \frac{O_d(0)}{O_i(0)} \right|^2 = \frac{K^2 \operatorname{sh}^2(\gamma L)}{[\alpha + i(\Delta/2)] \operatorname{sh}(\gamma L) + \gamma \operatorname{ch}(\gamma L)}^2, \quad (9)$$

从(9)式可见,  $R$  是  $K, L, \alpha$  等一系列光栅参量的函数。 下面就偏转系数  $R$  与布喇格偏离  $\Delta$  间关系利用(8)式作进一步的讨论。

### 1. 理想光栅 ( $\alpha \approx 0$ )

在这一条件下, 由(8)、(9)两式可得到

$$R \approx \frac{K^2}{(\Delta/2)^2 + S^2 \operatorname{th}^2(SL)}, \quad S = \sqrt{K^2 - (\Delta/2)^2}. \quad (10)$$

(1) 光栅足够长, 即  $L \rightarrow \infty$ 。 由(10)式分析得

(a) 在  $\Delta < 2|K|$  范围, 无论  $|K|$  多大总满足

$$R \approx \frac{K^2}{(\Delta/2)^2 + S^2} = 1. \quad (11)$$

(b) 在  $\Delta > 2|K|$  范围,  $S$  为虚数, 即

$$S = i\sqrt{(\Delta/2)^2 - K^2}, \quad R = \frac{K^2}{(\Delta/2)^2 + S^2 \operatorname{ctg}^2(SL)}. \quad (12)$$

图 2 给出这一情况下光栅偏转特性。 显然, 当  $2|K| > \Delta > -2|K|$ , 对布喇格条件的偏离不会对偏转系数  $R$  产生影响。

(2) 光栅有限长

(a) 在  $\Delta < 2|K|$  范围

当  $\Delta=0$  (布喇格条件下)

$$R_0 = \operatorname{th}^2(|K|L). \quad (13)$$

当  $\Delta \neq 0$

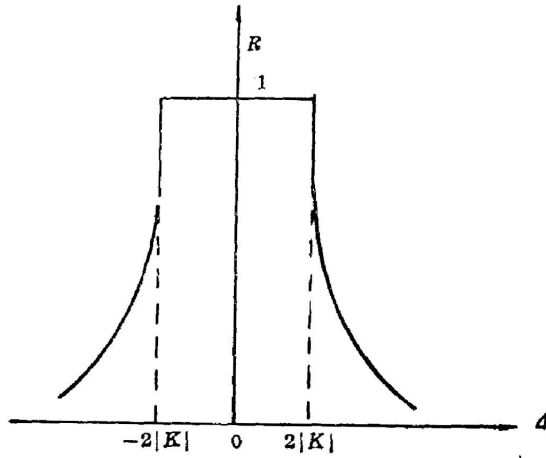


Fig. 2

$$R = \frac{K^2}{(\Delta/2)^2 + S^2 \operatorname{ctg}^2(SL)} \quad (14)$$

(b) 在  $\Delta > 2|K|$  范围

$$R = \frac{K^2}{(\Delta/2)^2 + S^2 \operatorname{ctg}^2(SL)} \quad (15)$$

图 3 给出对应上述情况下光栅的偏转特性。

我们由一系列耦合系数  $|K|$  与光栅长度  $L$  对偏转系数  $R$  进行了计算。其结果如图 4 所示。值得注意的是所有曲线的形状取决于  $|K|L$  的乘积而不是取决于单独的  $|K|$  或  $L$ ；其次随着  $|K|L$  值的增加，偏转特性的起伏将收敛得更快，而曲线的斜率也将变得更陡峭，当  $|K|L > 5$  后，偏转系数  $R$  在  $|\Delta| < 2|K|$  范围内将总是趋于 1。显然，这一结果说明， $|K|L$  是偏转光栅的一个重要特征参量。为了更清楚地理解它的意义，我们对具有任意  $|K|L < 5$  的光栅定义一个半偏转带宽  $\Delta_f$ ，如图 5 所示。在  $R \sim \Delta$  特性中，对应  $\Delta_f$  处的偏转系数  $R_f$  为满足布喇格条件 ( $\Delta = 0$ ) 下偏转系数  $R_0$  的一半。由此定义，可从 (13)、(15) 式引出

更快，而曲线的斜率也将变得更陡峭，当  $|K|L > 5$  后，偏转系数  $R$  在  $|\Delta| < 2|K|$  范围内将总是趋于 1。显然，这一结果说明， $|K|L$  是偏转光栅的一个重要特征参量。为了更清楚地理解它的意义，我们对具有任意  $|K|L < 5$  的光栅定义一个半偏转带宽  $\Delta_f$ ，如图 5 所示。在  $R \sim \Delta$  特性中，对应  $\Delta_f$  处的偏转系数  $R_f$  为满足布喇格条件 ( $\Delta = 0$ ) 下偏转系数  $R_0$  的一半。由此定义，可从 (13)、(15) 式引出

$$0.5 \operatorname{th}^2(|K|L) = \frac{K^2}{(\Delta_f/2)^2 + S_f^2 \operatorname{ctg}^2(S_f L)} \quad (16)$$

$$S_f = \sqrt{(\Delta_f/2)^2 - K^2} \quad (17)$$

(16) 式为一超越方程，只要光栅长度  $L$  和耦合常数  $|K|$  给定，用数值计算即可求得  $\Delta_f$ 。

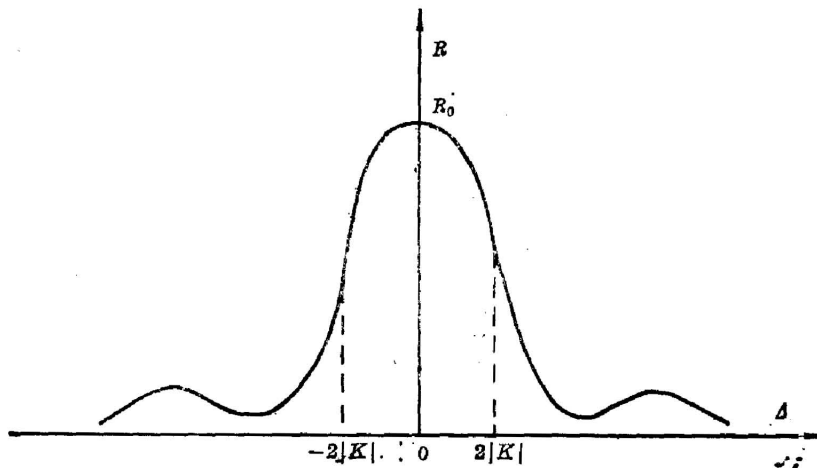


Fig. 3

图 6、图 7 分别给出  $R_0 \sim |K|L$ ， $\Delta_f \sim |K|L$  关系曲线。可以看到，对于任一偏转光栅，其偏转系数  $R_0$  与半偏转带宽决定于光栅的  $|K|L$  值。 $R_0$  总是随着  $|K|L$  值增大而增大，当  $|K|L > 3$  后即趋于 1；而  $\Delta_f$  则随  $|K|L$  值增大而减小，当  $|K|L > 3$  后即向  $2|K|$  靠近。可见， $|K|L$  值决定了偏转光栅的这两个最重要特性。

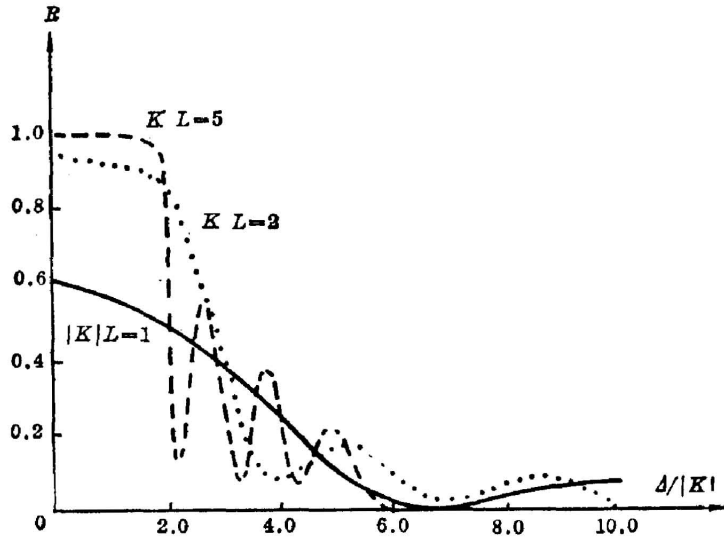


Fig. 4

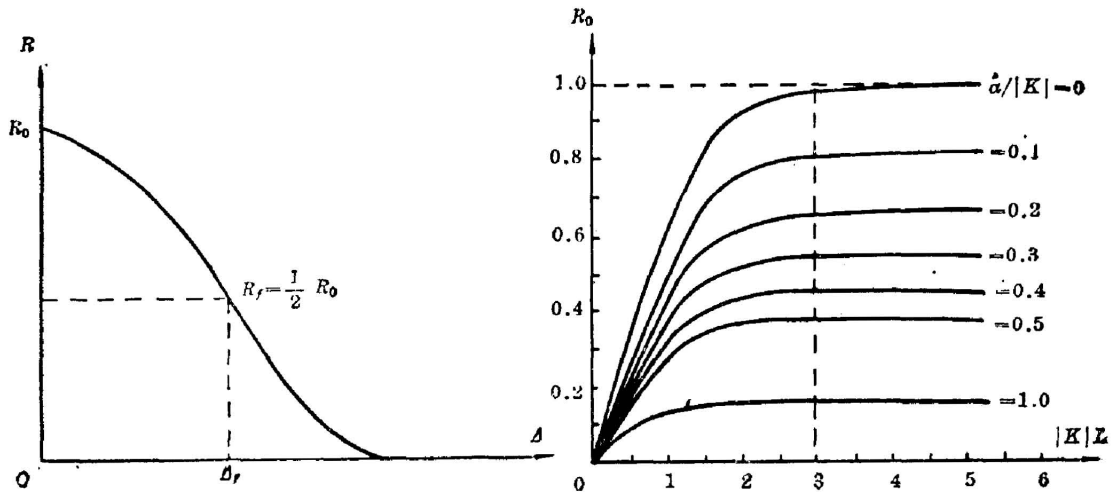


Fig. 5

Fig. 6

2. 光栅存在损耗 ( $\alpha \neq 0$  或  $\alpha/|K| \geq 0.1$ )

在这一情况下, (9) 式可改写为如下形式:

$$R = \left| \frac{K \operatorname{sh}[(a+ib)L]}{[\alpha+i(\Delta/2)] \operatorname{sh}[(a+ib)L] + (a+ib) \operatorname{ch}[(a+ib)L]} \right|^2, \quad (18)$$

$$\gamma = a+ib, \quad a = \left[ \frac{G^2 + \sqrt{G^4 + (\Delta\alpha)^2}}{2} \right]^{1/2},$$

$$b = \left[ \frac{-G^2 + \sqrt{G^4 + (\Delta\alpha)^2}}{2} \right]^{1/2}, \quad G^2 = K^2 + \alpha^2 - (\Delta/2)^2.$$

(1) 光栅足够长 ( $L \rightarrow \infty$ )

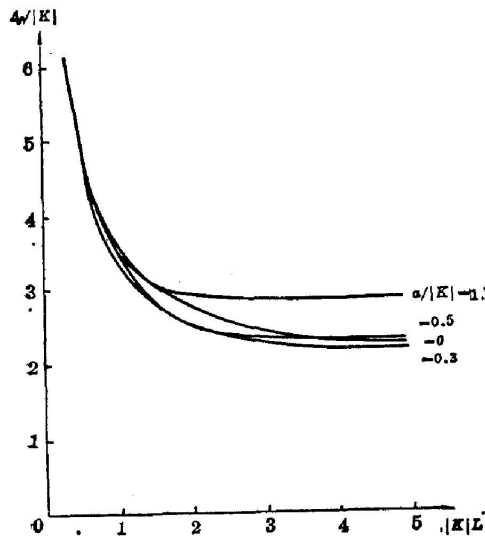


Fig. 7

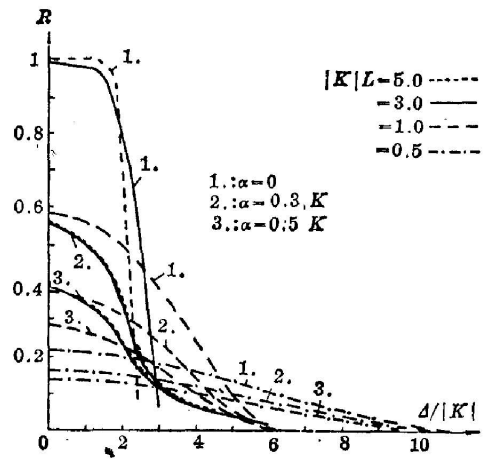


Fig. 8

当  $\Delta=0$ , 由(18)式可得  $b=0$ ,  $a=\sqrt{K^2+\alpha^2}$  偏转系数  $R_0$  为

$$R_0 \approx \frac{K^2}{(\alpha+a)^2} < 1. \tag{19}$$

(2) 光栅有限长

(18)式可改写为

$$\left. \begin{aligned} R &= \left| \frac{K}{[\alpha+i(\Delta/2) + (a+ib)\text{cth}[(a+ib)L]]} \right|^2 = \frac{K^2}{(\alpha+M)^2 + [(\Delta/2)+N]^2}, \\ M &= \frac{a \text{sh}(2aL) + b \sin(2bL)}{2\{[\text{sh}(aL)\cos(bL)]^2 + [\text{ch}(aL)\sin(bL)]^2\}}, \\ N &= \frac{b \text{sh}(2aL) - a \sin(2bL)}{2\{[\text{sh}(aL)\cos(bL)]^2 + [\text{ch}(aL)\sin(bL)]^2\}}. \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

从上面分析可以看到, 当光栅区存在损耗时, 最大偏转系数  $R_0$  始终小于 1。图 8 给出了一组有损耗存在时的  $R \sim \Delta$  曲线, 它们与无损耗时的变化规律十分相近。与前所述方法一样, 半偏转带宽  $\Delta_f$  可由下超越方程求得

$$\frac{0.5}{[\alpha+a\text{cth}(aL)]^2} = \frac{1}{(\alpha+M)^2 + [(\Delta_f/2)+N]^2}. \tag{21}$$

图 6、图 7 也分别给出不同损耗系数  $\alpha$  下光栅的  $R_0 \sim |K|L$ ,  $\Delta_f \sim |K|L$  关系曲线。从图可看到, 在相同  $|K|L$  值下,  $R_0$  随  $\alpha$  的增大而很快减小, 当  $\alpha \approx |K|$  时, 偏转效率已很低。 $\alpha$  对  $\Delta_f$  的影响在  $(\alpha/|K|) \leq 0.1$  时不太明显, 在  $|K| \approx 2$  附近还使得  $\Delta_f$  略有下降。当  $|K|L \geq 5$  后,  $\Delta_f$  将随  $\alpha$  的增大而增加。

## 二、角度偏转特性

作为偏转光栅常常要求它有较高的偏转效率。根据上面分析, 只要光栅满足  $|K|L \geq 5$

即可使  $R$  趋于最大。在这一情况下, 半偏转带宽将为一最小定值。由(5)式我们可得到在给定波长下允许入射角对布喇格条件的偏离值为

$$\Delta\theta_{if} = \pm \left\{ \theta_{iB} - \cos^{-1} \left[ \frac{(K_A - \Delta_f)^2 - \beta_a^2 + \beta_i^2}{2\beta_i(K_A - \Delta_f)} \right] \right\}. \quad (22)$$

对于同阶模的偏转( $\beta_i \approx \beta_a$ ), 上式又可近似为

$$\Delta\theta_{if} \approx \pm \left[ \theta_{iB} - \cos^{-1} \left( \frac{K_A - \Delta_f}{2\beta_i} \right) \right], \quad (23)$$

式中  $\theta_{iB}$  为布喇格入射角, 从(23)式可看到,  $\Delta_f$  愈大,  $\Delta\theta_{if}$  将愈大。因此在满足偏转效率要求的前提下, 减小  $|K|L$  将有利于增大  $\Delta\theta_{if}$ 。不难理解, 对于具有相同  $|K|L$  值的光栅,  $|K|$  愈大的有更大的  $\Delta\theta_{if}$ 。由计算表明(图7), 最小半偏转带宽约为  $|\Delta_{f\min}| \approx 2|K|$ , 因此  $|K|$  大的光栅, 最小允许偏离角  $(\Delta\theta_{if})_{\min}$  也大。(22)、(23)式也适于计算允许的偏转角偏离。这时分别以  $\theta_{aB}$ 、 $\Delta\theta_{af}$  代替式中  $\theta_{iB}$ 、 $\Delta\theta_{if}$  即可。如前所述, 损耗的存在使  $\Delta_f$  增加, 因而使  $\Delta\theta_{if}$  (或  $\Delta\theta_{af}$ ) 增加。

利用上述分析我们可以提出作光偏转器用的光栅以及输入输出微波导的设计原则。

### 三、频率偏转特性

对于具有任意  $|K|L < 5$  的光栅, 若入射角与偏转角均保持布喇格条件, 则由(5)式可得到满足半偏转条件的工作带宽(波长)为

$$\Delta\lambda_f = \pm \left[ \lambda_B - \frac{2\pi(N_i \cos \theta_i + N_a \cos \theta_a)}{K_A - \Delta_f} \right], \quad (24)$$

式中  $\lambda_B$  为布喇格工作波长,  $N_i$ 、 $N_a$  分别为入射波与偏转波对应传播模式的波导有效折射率。显然具有较大  $\Delta_f$  的偏转光栅其工作带宽  $\Delta\lambda_f$  较宽。从图7可看到, 要使得  $\Delta_f$  增大,  $|K|L$  值应减小; 在这一情况下损耗对带宽的影响较小。相反, 当需要光栅窄带工作时,  $|K|L$  值选择较大, 这时光栅损耗必须加以考虑。与前讨论一样, 在  $|K|L \geq 5$ ,  $\alpha \rightarrow 0$  时, 最小工作带宽的  $\Delta_f$  约为  $|\Delta_{f\min}| \approx 2|K|$ 。

由以上分析可见,  $|K|L$  值大小标志着波导偏转光栅选频特性的好坏, 其作用如同平面衍射光栅中光栅数  $N$  一样。在波导偏转光栅中,  $|K|L$  愈大光栅选频特性愈好, 而在平面衍射光栅中则是  $N$  愈大光栅分辨本领愈强。利用波导偏转光栅这一重要特征参量, 我们可以根据需要来设计光栅偏转器。例如我们考虑的一种波导光栅稳频器, 它要求光栅具有较宽的带宽。由于这种器件仅要求提取光源很小部分功率作为输入信号, 因此选择较小的  $|K|L$  值正好适宜。一旦  $|K|L$  值确定, 即可根据具体情况, 通过调节  $|K|(L \text{ 一定})$  或  $L(|K| \text{ 一定})$  来达到目的。利用增大  $|K|L$  值来实现窄带波导光栅滤波器或达到减小半导体(GaInAsP)分布反馈激光器输出谱线宽度也为许多学者所注意<sup>[8,9]</sup>。

### 四、数值举例

以  $\text{Ag}^+$  离子交换波导为例, 该波导各区域折射率分布如图9所示, 为对  $(\lambda_B = 0.6328$

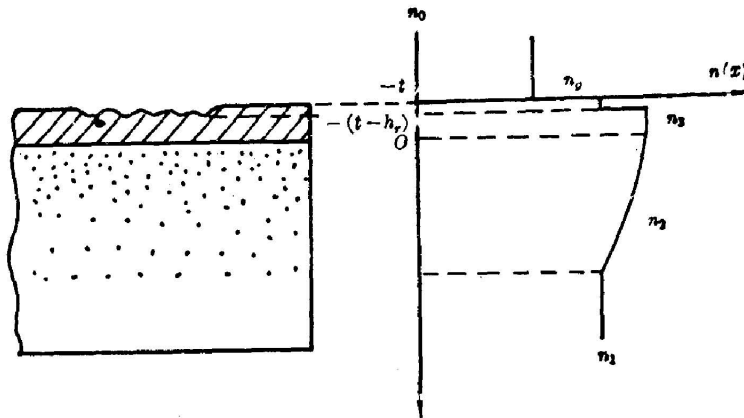


Fig. 9

$\mu\text{m}$ ) 波长, 衬底折射率  $n_1=1.512$ , 波导折射率  $n_2=1.5984-0.091x-0.009x^2$ , 空气折射率  $n_0=1$ 。光栅为一光刻胶光栅(AZ-1350J), 光胶厚  $t=0.15\mu\text{m}$ , 折射率  $n_3=1.618$ ; 光栅周期  $\Lambda=0.2893\mu\text{m}$ ; 光栅呈正弦形, 槽深  $h_r=0.10\mu\text{m}$ ; 光栅长  $L=1.2\mu\text{m}$ ; 偏转角  $\theta_{iB}=45^\circ$ 。由(6)式, 当入射光为  $TE_{10}$  波而偏转光为  $TM_{00}$  波, 且  $l=1$  可计算得到光栅耦合常数  $|K|=1.62\times 10^{-3}\mu\text{m}^{-1}$ 。利用(23)、(24)式计算可得到  $\Delta\theta_f=\pm 44''$ ,  $\Delta\lambda_f=\pm 1.35\text{\AA}$ ,  $R_0=0.9$  ( $\alpha=0$ )。若选择  $L=0.5\text{mm}$ , 则有  $\Delta\theta_f=\pm 1'5''$ ,  $\Delta\lambda_f=\pm 2\text{\AA}$ ,  $R_0=0.45$ 。表1列出由这一偏转光栅在不同长度下计算的  $\Delta_f$ 、 $\Delta\lambda_f$  以及  $R_0$ 。

Table 1  $\lambda=0.6328\mu\text{m}$ ,  $|K|=1.62\times 10^{-3}\mu\text{m}^{-1}$ ,  $\alpha=0$ 

$L$ (mm)	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2
$\Delta_f(10^{-3})$	4.87	5.06	5.30	5.63	6.10	6.82	8.09	10.00	14.20
$\Delta\lambda_f(\pm\text{\AA})$	1.42	1.48	1.55	1.64	1.78	1.99	2.34	2.93	4.17
$R_0$	0.85	0.81	0.74	0.66	0.56	0.45	0.33	0.20	0.10

表1数据也可由图6和图7得到。例如由  $|K|L=1.62$ , 在图7的  $\alpha=0$  曲线上可查得  $\Delta_f\approx 4.9\times 10^{-3}\mu\text{m}^{-1}$ , 在图6的  $\alpha=0$  曲线上查得  $R_0\approx 0.85$ 。同样可计算  $\alpha\neq 0$  时的特性。最后, 利用测量光栅的偏转效率与损耗, 根据上述公式可直接求得光栅耦合常数  $|K|$ 。

## 五、结 束 语

从偏转波耦合方程出发, 对偏转光栅的偏转系数  $R$  的分析, 可以得到光栅的角度偏转特性与频率(波长)偏转特性。分析表明, 入射波与偏转波间的耦合系数  $|K|$  以及光栅长度  $L$  的乘积  $|K|L$  对这些特性产生决定性影响。因此, 可以认为  $|K|L$  是波导光栅偏转器的一个重要特征参量。在设计这类器件时把  $|K|$  与  $L$  孤立地处理意义是不大的。

分析还表明  $|K|L$  值增加, 偏转效率增加; 而半偏转带宽下降。当光栅损耗存在时, 将使偏转效率明显降低。因此在光偏转器的设计中, 选择  $|K|L\geq 5$  并尽量减小损耗是必要

的。与此同时,注意增大光栅耦合常数 $|K|$ 有利于增大 $\Delta_f$ 值,从而增大输入输出微波导角度设计的允许误差范围。在光栅频率偏转器的实际设计中要根据所要求的偏转效率与工作带宽来选取 $|K|L$ 值。若为了获得窄带偏转,应在选择 $|K|L \geq 5$ 的同时,尽量减小损耗以及尽可能地减小耦合常数 $|K|$ 值。光栅损耗对半偏转带宽的影响主要表现在 $|K|L > 1$ ,  $(\alpha/|K|) > 0.1$ 范围。

以上分析仅是对平面波导光栅得出的结论。分析仅考虑了一维(长度)情况。当引入输入输出实用化的微波导后,必须考虑入射光的宽度及其分布,这时必须考虑二维光栅(长度、宽度)情况。上述分析所得一维光栅结果原则上可推广到二维光栅中应用。

感谢里摩日大学微波与光通讯实验室 J. Marcon 教授的有益指导。

### 参 考 文 献

- [1] H. M. Stoll; *Appl. Opt.*, 1978, **17**, No. 15/16 (Aug), 2562~2568.
- [2] K. Furuya, et al.; *IEEE Trans. O. S.*, 1979, **Cas-26**, No. 12 (Dec), 1049~1054.
- [3] A. C. Livanos, A. Katzir et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **30**, No. 10 (May), 519~521.
- [4] K. Wagatsuma, H. Sakai et al.; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1979, **QE-15**, No. 7 (Jul), 632~637.
- [5] D. Marcuse; *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, (New York, Academic, 1974) section 3.2.
- [6] W. W. Rigrod, D. Marcuse; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1976, **QE-12**, No. 11 (Nov), 673~685.
- [7] F. T. Stone, S. Austin; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1976, **QE-12**, No. 11 (Nov), 727~732.
- [8] R. V. Schmidt, D. C. Flanders et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1974, **25**, No. 11 (Dec), 651~652.
- [9] L. D. Westbrook, I. D. Henning et al.; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**, No. 6 (Jun), 51~518.

## Analysis of deflecting characteristics for the deflection gratings on planar optical waveguide

LIU YONGZHI

(Department of Optical-Electronics, Chengdu Institute of Radio Engineering)

(Received 11 April 1986; revised 2 June 1986)

### Abstract

The angular and frequency characteristics of deflection gratings on planar optical waveguide are discussed through evaluating the deflection efficiencies  $R$  obtained from the coupled mode equation. The analysis shows that these properties in principle depend on the product  $|K| \cdot L$  of the length  $L$  and the coupling coefficient  $|K|$  between incident and deflecting waves, rather than  $|K|$  or  $L$  individually.

**Key Words:** integrated optics, planar optical waveguide, deflection gratings, deflection efficiency, coupled modes.