

渡越加宽对非均匀加宽 线型和线宽的影响

李英洪 高智
(成都气象学院) (中国科学院北京力学所)

提 要

本文讨论了流动和化学激光器的非均匀加宽介质吸收或发射谱线中的渡越加宽效应; 导出了线型函数的积分表示; 并在高速流条件下得到中心频率处线型函数近似表示式; 在等效线宽近似下得到渡越加宽使得线宽的增加随流速加快的关系式; 并用激光谐振腔非涅尔数讨论了渡越加宽有意义的条件。

关键词: 激光光谱学, 谱线宽度, 气动激光器, 化学激光器。

一、引 言

在流动气体激光和化学激光器中, 气流介质往往以极高的宏观流速横向渡越激光作用区。理论分析表明, 以多普勒(Doppler)加宽为主的气流介质的增益饱和规律与无宏观流动的气体介质的增益饱和规律有所不同^[1,2]。说明宏观流动的气体介质的吸收或发射谱线线型也会因流动的影响而发生变化, 这一点也正是文献[1]所预言的。同时, 文献[1]和[2]的结果已为 Gross 和 Coffey 近年来的超声速扩散 HF 化学激光增益饱和试验的结果所证实^[3]。而在一般情况下, 多普勒效应的谱线线型和线宽将取决于渡越时间 τ_f ^[4], 渡越时间引起的谱线加宽比起多普勒线宽约小 3~4 个量级^[5], 因而其影响被多普勒加宽掩盖, 一般不予考虑。因此, 目前对渡越加宽的理论分析和实验研究都是在消除多普勒效应的条件下进行的^[4,6]。然而正当粒子渡越激光作用区的特征流动时间 τ_f 与碰撞驰豫寿命时间 τ_c 之比 $t \ll 1$, 宏观流动引起的“源流效应”将会严重地影响气流介质的吸收或发射的增益曲线。 t 越小, 渡越加宽对以非均匀加宽为主的多普勒谱线线型和线宽的贡献越大, 即使多普勒加宽仍然存在。

本文将进一步讨论渡越加宽引起的非均匀加宽气流介质谱线线型的变化和线宽随流动参数的变化。

二、存在渡越加宽的非均匀加宽线型函数

光谱线线型函数定义为

$$g(\nu, \nu_0) = \frac{I(\nu)}{I}, \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} I(\nu) d\nu, \quad (1)$$

式中 ν 为频率; ν_0 为谱线中心频率; $I(\nu)$ 表示光强按频率的分布函数; I 为谱线廓线下所包

括的总辐射光强。其中线型函数必须满足归一化条件,因此 I 正好是归一化因子。以非均匀加宽为主的气体介质,多普勒效应引起的线型函数为高斯线型 $g_D(\nu, \nu_0)$

$$g_D(\nu, \nu_0) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left\{ - \left[\frac{m c^2}{2kT \nu_0^2} (\nu - \nu_0)^2 \right] \right\}, \quad (2)$$

式中 c 为光速; m 为粒子质量; k 是玻尔兹曼常数; T 代表绝对温度。

对一个在有限时间 T 内以恒定振幅振荡的振子 $E = E_0 \cos \omega_0 t$, 其振幅函数的频谱由傅里叶变换给出

$$S_1(\omega) \sim \int_0^T E_0 \cos \omega_0 t \exp(-i\omega t) dt, \quad (3)$$

式中 $S_1(\omega)$ 表示振幅的傅里叶谱函数。光强与振幅的关系是

$$I_1(\omega) = C S_1(\omega) S_1^*(\omega),$$

其中 C 是归一化系数。对于分别谐振于不同中心频率的一组振子, 它们对谱线的各频段分别作出贡献, 可以将其谱函数用傅里叶变换表示出来

$$S(\omega) \sim \int_0^T f E(\omega, t) \exp(-i\omega t) dt. \quad (4)$$

同样地有 $I(\omega) = C S(\omega) S^*(\omega)$ 。(4) 式中的 f 为权函数由热力学分布来决定。考虑有宏观流动的非平衡态热力学分布函数的确定一般说来比较困难, 因此给讨论其光谱线型带来困难。但是对已知的线型函数(2)式, 可以认为是经(4)式处理后得到的; 也可以先不求出振幅函数表示, 而直接对(3)式作傅里叶逆变换求其在时域中的表示后反过来作傅里叶正变换得到谱函数并同时加入流动的物理内容。

用傅里叶逆变换容易得到(3)式的原象函数^[7]

$$\mathcal{G}_D = F_{\nu, \nu'}^{-1} \left[\frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp(-A \nu'^{1/2}) \right] = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} (\pi A)^{1/2} \exp\left(-\frac{t'^2}{A}\right), \quad (5)$$

$$A = \frac{m c^2}{2kT \nu_0}, \quad \nu' = 2(\nu - \nu_0),$$

式中 $F_{\nu, \nu'}^{-1}$ 表示傅里叶逆变换。

如果考虑高速流动的气体激光介质与光场作用为有限时间, 这时由时域函数(5)式求谱函数时积分限为有限而不是 ∞ 。以 $t (= \tau_i / \tau_0)$ 作为相互作用时间尺度的参数, 以

$$(1/\Delta\nu_D) = \tau_D$$

近似作为无流动时作变换的积分限, 引入 $T' = (t/\Delta\nu_D^*)$ 为流动条件下的变换积分限, 其量纲为时间量纲 sec^{-1} 。

$$\Delta\nu_D^* = A^{-1/2} = (\Delta\nu_D / 2\sqrt{\ln 2}),$$

与 $\Delta\nu_D$ 相差常数 $(1/2\sqrt{\ln 2})$, 是为积分后表达式更整齐而引入。这样对(5)式再作傅里叶变换可得所求的谱分布:

$$g'(\nu, \nu_0, t) = 2(\pi A)^{-1/2} \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \int_0^{T'} \exp\left[-\frac{t'^2}{A} - i2(\nu - \nu_0)t'\right] dt' \\ = \frac{2}{\pi \Delta\nu_D^* A^{1/2}} \int_0^{T'} \exp\left(-\frac{t'^2}{A}\right) [\cos 2(\nu - \nu_0)t' - i \sin 2(\nu - \nu_0)t'] dt', \quad (6)$$

$$\Delta\nu_0 = 2\nu_0 \left(\frac{2kT}{m c^2} \ln 2 \right)^{1/2},$$

式中 2 是使 $g'(\nu, \nu_0, t)$ 归一化而引入, $\Delta\nu_D$ 是高斯线型的半宽度。由于 $I = C S S^*$ 是实数,

对(6)式求模得到相对光强分布即线型函数的积分表示式为

$$g(\nu, \nu_0, t) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_D^* A^{1/2}} \left\{ \left[\int_0^{T'} \exp\left(-\frac{t'^2}{A}\right) \cos 2(\nu - \nu_0)t' dt' \right]^2 + \left[\int_0^{T'} \exp\left(-\frac{t'^2}{A}\right) \sin 2(\nu - \nu_0)t' dt' \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (7)$$

选定参数 t 后上式的值可由数值积分给出。下面进行几点讨论:

(1) 当 $t \rightarrow \infty$, 即 $(\tau_r/\tau_0) \rightarrow \infty$, 这时气流介质渡越激光作用区的时间 τ_r 远大于驰豫时间 τ_0 , 渡越加宽效应被多普勒效应掩盖。取 $t = \infty$, (7) 式的积分可得

$$g(\nu, \nu_0, \infty) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_D^* A^{1/2}} \frac{\sqrt{\pi A}}{2} \exp[-A(\nu - \nu_0)^2] \\ = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D^*} \exp\left[-\frac{mc^2(\nu - \nu_0)^2}{2kT\nu_0^2}\right] = g_D(\nu, \nu_0) \quad (8)$$

这样本文结果回到了无宏观流动或低速流动时的高斯线型(2)式。

(2) 在中心频率处, 即当 $\nu = \nu_0$ 时, (7) 式积分为

$$g(\nu_0, \nu_0, t) = g_D(\nu_0, \nu_0) \operatorname{erf}(t), \\ \operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-x^2) dx \quad (9)$$

式中 $\operatorname{erf}(t)$ 为误差函数。

对高速流情形(即 $t \ll 1$), (9) 式级数展开后, 仅取 t 项, 略去 t 的三阶以上小量可得

$$g(\nu_0, \nu_0, t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} g_D(\nu_0, \nu_0) t \quad (10)$$

可知, 随 t 的减小即流动加快, 其它条件保持不变时, 谱线的峰值高度将下降。

(3) 对 t 与 1 可比拟或 $t \leq 1$ 的情形, 积分由数值积分近似给出。图 1 表示不同 t 值对应的曲线形状, 从图中看出随 t 减小, 峰值下降而曲线变化趋于平缓。

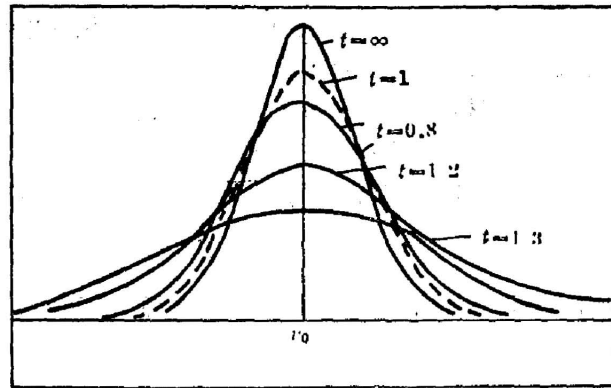


Fig. 1 Showing the profile versus the flowing parameter t . The dash line represents the case of $t=1$

三、渡越加宽对多普勒线宽的影响

由于线型函数具有归一化性质, 可以利用等效线宽的概念将谱线轮廓等效为一矩形线型(如图 2 所示), 使矩形谱线的高度与原谱线中心点重合, 谱线轮廓线下所围面积与原谱线所围面积相等。这样得到等效谱线的宽度为

$$\Delta \nu_e = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} g(\nu, \nu_0) d\nu}{g(\nu_0, \nu_0)} = \frac{1}{g(\nu_0, \nu_0)} \quad (11)$$

从而利用(9)式可得等效线宽比

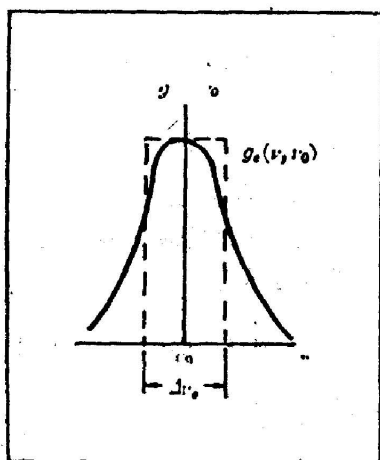
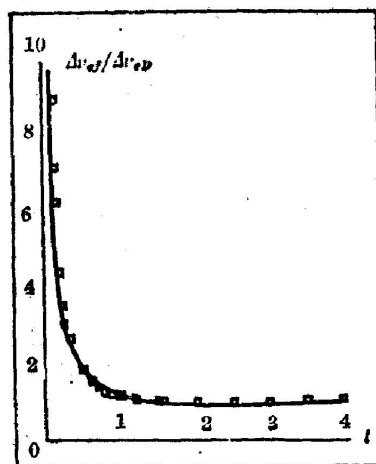


Fig. 2 Square effective profile

Fig. 3 The effective line-width increasing swiftly when $t < 1$

$$\frac{\Delta\nu_{ef}}{\Delta\nu_{eD}} = \frac{g_D(\nu_0, \nu_0)}{g(\nu_0, \nu_0, t)} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[\int_0^t \exp(-x^2) dx \right]^{-1} = \text{erf}^{-1}(t), \quad (12)$$

式中 $\Delta\nu_{eD}$ 和 $\Delta\nu_{ef}$ 分别为高斯线型和同样条件下受渡越加宽影响的线型函数 $g(\nu, \nu_0, t)$ 的等效线宽。图 3 是 (12) 式数值积分的结果。从图 3 中看到, 当 $t < 1$ 后 $\Delta\nu_{ef}/\Delta\nu_{eD}$ 迅速上升, 也就是说流动特征时间越短, 渡越加宽对线宽的贡献越大。一般说来 t 减小至 0.001 以下量级, 则要求气体流速达 10^4 m/s 量级, 这在实际的超声速装置中是不易实现的。因此渡越加宽引起线宽的增长应该有一定的限度。

对高速流动的气流介质, (12) 式可以进一步简化为

$$\Delta\nu_{ef} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Delta\nu_{eD} \frac{1}{t}. \quad (13)$$

(13) 式表明线宽在高速流动时与 t 近似成反比地增加。

四、分析与讨论

(1) 本文结果 (13) 式与参考文献 [4] 的结论比较

本文结果与单粒子消多普勒渡越加宽效应所得的结论是一致的。在文献 [4] 中, 分别在入射的线型是矩形和高斯型两种情形下得到渡越加宽的线宽分别为

$$\delta\omega_T = (5.6/T) \text{ 和 } \delta\omega_D = (1.2v/\omega)$$

其中 T 为渡越时间, v 为粒子运动速度, ω 为高斯光束的腰斑直斑, 这两种情形的结果均与渡越时间成反比, 这点与本文 (13) 式的结论是类似的。应该指出, 在低速流情形, 若以粒子运动速度 $\bar{v} \sim 5 \times 10^2 \text{ m/s}$, 渡越距离 $d = 0.1 \text{ cm}$ 计算, T 约为 $2 \mu\text{s}$, 从文献 [4] 的结论可知此时的消多普勒渡越加宽在 $10^5 \sim 10^6 \text{ Hz}$ 量级, 的确比一般的多普勒宽度小 3~4 个量级。本文以渡越时间与弛豫时间之比 t 来刻划渡越加宽的影响更能从物理实质上反映渡越加宽。傅里叶变换指出, 一个时间函数若是限时的, 其相应的频域函数就是不限频的。另一方面由激光理论知道, 非均匀加宽的谱线实际上是由分布在谱线轮廓下的自然线型的叠加, 而参加叠

加的自然线宽度决定于分布在不同速率区间的粒子群的驰豫寿命, 在渡越加宽不显著时仅由自然线型参加叠加。而渡越加宽效应明显时, 各粒子群的频谱可以重叠在一起, 使那些原来固有频谱不落入无源谐振腔带宽内的粒子群同样能对谱线作出贡献; 也就是说由于渡越加宽的影响, 激光腔的选频作用可能减弱, 非均匀加宽谱线的空间烧孔效应减弱甚至消失。这就使得受渡越加宽影响的非均匀加宽介质的谱线宽度进一步增加。

(2) 本文结果与 Gross-Coffer 实验结果的比较

在 Gross-Coffer 的实验中, 他们测出了 HF 的 $P_2(8)$ 支振转谱线令人吃惊的反常加宽。在实验中超声速喷管出口后温度为室温量级, 但他们却观察到了相当于 2500~3000 K 范围的线宽(参见文献[3], Fig. 2)。据多普勒线宽计算的近似公式

$$\Delta\nu_D \approx 7.16 \times 10^{-7} \nu_0 \sqrt{T/M},$$

其中 T 为绝对温度 K, M 为分子摩尔质量, ν_0 是谱线中心频率, 可以求出他们测得的线宽约为 5×10^8 Hz。然后按他们实验的条件和原有估计多普勒加宽应在 $7 \times 8 \times 10^7$ Hz 左右, 因而他们称之为“令人吃惊的反常加宽”, 并试图用源流膨胀效应来解释这种加宽。但正如文献[8]分析的那样, 源流效应要达到多普勒宽度, 要求气流膨胀的速度要达到声速量级, 这在实际上是很困难的, 因此源流膨胀效应仅仅是部分原因。在 Gross-Coffer 的实验中, 激光束宽约 4 mm, 气流速度 1000~1500 m/s, $\tau_f \sim 4 \times 10^{-11}$ s, $\tau_0 \sim 1.7 \times 10^{-5}$ s, 因此 $t \sim 0.2$, 属于高速流动情形。根据本文(13)式可得 $\Delta\nu_{eff} \approx 4\Delta\nu_D = 3 \times 10^8$ Hz 与 Gross-Coffer 实验结果基本一致。因此我们认为渡越加宽是 Gross-Coffer 实验中观察到反常加宽的主要原因之一。由于渡越加宽具有均匀的特性, 因此只要渡越时间 τ_f 与驰豫时间 τ_0 可比拟或更短, 即 $t \ll 1$ 时, 渡越加宽的影响就必须在谱线加宽中加以考虑, 而不论多普勒效应是否消除, 这是本文的重要结论之一。当然, 本文对渡越加宽的讨论得到的是初步的结果, 更进一步的讨论需要首先确定能描述流动状态的非平衡态分布函数。此外, 本文的讨论对均匀加宽气流介质在原则上也应是适用的。

(3) 渡越加宽引起谱线加宽的范围

由渡越加宽引起的谱线加宽事实上并不会随 t 的增加而无限地加宽下去。这是因为当气流介质的速度达到一定的程度时, 按几何光学观点, 由于介质运动速度太快以至光子将无法在光学谐振腔内往返振荡, 激光器将停振。这相当于在其它条件不变时, 光学谐振腔的损耗将随流动加快而增大, 也就是谐振腔的非涅尔数减小。利用谐振腔非涅尔数的概念可以将光子在腔内往返一次的时间表示为^[9]

$$\tau = \frac{2\eta L}{c} = \frac{\eta a^2}{\lambda c N}, \quad (16)$$

式中 η 为介质折射率; a 为谐振腔反射镜半径; λ 为激光波长; c 为光在真空中传播速度; N 为谐振腔的非涅尔数, 它代表了光能在腔内往返的次数。取 $N=1$, $a=2 \times 10^{-3}$ m, 可以知道往返一次至少需要 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ s 的时间。要保证光子往返不少于一次则要求 $t \geq 0.001$, 按(13)式, 渡越加宽引起的加宽不会超过原有线宽的数百倍。实际上能达到的可能比这更小, 在数倍或数十倍的范围。 t 再进一步减小, 可以认为不再有物理意义, 并且在实际也很难实现。

参 考 文 献

- [1] Gao Zhi; *Scientia Sinica (A)*, 1985, **28**, No. 2 (Feb), 201~214. 也见《中国科学》(A 辑), 1984 年, No. 11 (Nov), 1033~1042.
- [2] Gao Zhi, Li Ying-huog; *Chinese Phys. Lett.*, 1985, **2**, No. 4 (Apr), 1985, 173~176.
- [3] R. W. F. Gross, J. F. Coffey In: *Gas Flow and Chemical Lasers*, (Edited by M. Onorato), (Plenum Press, 1984), 127~140.
- [4] Wolfgang Demtroder; *Laser Spectroscopy*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1981), 99~101.
- [5] P. E. Toschek, W. Neuhauser; *Physica Bl (Germany)*, 1980, **36**, No. 7 (Apr), 198~202.
- [6] V. S. Letokhov, V. P. Chebotayev; *Nonlinear Laser Spectroscopy*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York), 1977, 12~15.
- [7] 梁昆淼编;《数学物理方法》(第二版), (人民教育出版社, 1978), 126~132.
- [8] 高智;《力学学报》, 1986, **18**, No. 3, (5 月) 215~225.
- [9] 方洪烈著;《光学谐振腔理论》, (科学出版社, 1981), 8~10.

Flight-broadening effect in a gas laser with inhomogeneously broadened line

LI YINGHUONG

GAO ZHI

(Chengdu Institute of Meteorology, Chengdu)

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing)

(Received 6 March 1986; revised 19 August 1986)

Abstract

In this paper, we suggest that the flight broadening should be an important factor governing line profile in a high-speed gas laser with inhomogeneously broadened line, if the characteristic flow time τ_f is comparable to the collision relaxation time τ_c . The integration-representation of profile was deduced. The width of line increases inversely proportional to t , i.e. $\Delta\nu_{ef} = \frac{\sqrt{n}}{2t} \Delta\nu_{cD}$, under the proximate condition of effective line width, where $t = \tau_f/\tau_c$, is the flowing parameter.

Key Words: Laser spectroscopy, Line width, Gas dynamic laser, Chemical laser.