

序列脉冲激光中的原子共振辐射

张卫平

(中国科学院安徽光学精密机械研究所)

谭维翰

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文详细研究了序列脉冲激光与二能级原子共振作用的 Bloch 方程的解。在此基础上, 结合数值计算, 求出了序列脉冲作用下二能级原子的共振辐射谱; 并得出如下结论: 对满足 $K_1/K=1$ 的原子(如仅受自然展宽的气体原子), 序列脉冲差不多等效于一单色激光场; 而对满足 $K_1/K \ll 1$ 的原子(比如一些固体原子)序列脉冲场中边频成份也表现出较强的作用, 辐射谱呈现出多边峰现象。

关键词: 序列脉冲, 共振辐射, 共振荧光。

一、引 言

自 1969 年 B. R. Mollow^[1] 研究了二能级原子在强单色外场作用下的共振荧光现象以来, 这方面的工作^[2~4] 与日俱增; 它们从不同角度揭示了原子在外场作用下的共振辐射现象的机制。本文将考察一个二能级原子在序列脉冲激光场作用下的共振辐射。作者发现, 对线宽较窄的原子(如金属蒸气), 序列脉冲的影响差不多等效于一单色场, 它的频率就是序列脉冲激光的中心频率 ω_1 , 它激发出的原子荧光谱表现出明显的三峰结构; 序列脉冲激光中的其它频率成份几乎对原子辐射过程不产生影响。而对线宽较宽的原子(如一些固体, 象红宝石), 除中心频率 ω_1 处的激光外, 序列脉冲激光的一部分边频也会与二能级原子发生强烈作用, 正是这些边频的作用在原子的辐射荧光谱中激起了许多次边峰。另外, 我们还发现序列脉冲的疏密程度直接影响原子荧光谱中次边峰的形成。

二、光学 Bloch 方程及其解

一般序列脉冲激光场在理论上常用以下函数描述^[5]

$$E(t) = E_0 e^{-a^2 \sin^2 \Delta v t - i \omega_1 t} = E_0 \sum_n e^{-a^2/2} J_n(a^2/2) e^{-i \omega_1 t - 2i n \Delta v t} \quad (1)$$

在原子与序列脉冲中心频率共振的条件下, 根据文献[6], 且定义

$$\left. \begin{aligned} \rho_{00} e^{i \omega_1 t} &= \frac{1}{2} (u + i v), \\ \rho_{10} e^{-i \omega_1 t} &= \frac{1}{2} (u - i v). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

我们有如下布洛赫 (Bloch) 方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -\frac{1}{2}Ku, \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{2}Kv - \Omega_0 e^{-a^2 \sin^2 \Delta \nu t} \Delta, \\ \frac{d\Delta}{dt} &= -K_1(\Delta - \Delta_0) + \Omega_0 e^{-a^2 \sin^2 \Delta \nu t} v, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 $\Omega_0 = (\partial \mu \cdot E_0 / \hbar)$ 是峰值拉比 (Rabi) 频率, $K_1 = 1/T_1$, $K = 1/T_2$ 分别是纵向、横向弛豫时间, Δ_0 是反映初始光泵抽运影响的参数; 当初始时刻二能级原子处于基态时, 有 $\Delta_0 = -1$. u, v 分别给出了原子偶极矩的实部和虚部; $\Delta = \rho_{aa} - \rho_{bb}$ 是二能级之间的反转粒子数密度。从方程 (3) 的第一式可得出

$$u(t) = u(0) e^{-\frac{K}{2}t}, \quad (4)$$

它表明原子偶极矩实部是随时间指数式衰减的。若令

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= e^{-\frac{K}{2}t} W(t) e^{(-\frac{1}{2}\gamma t + \frac{a^2}{4} \cos 2\Delta \nu t)}, \\ \gamma &= K_1 - K/2, \\ z &= \Delta \nu t, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(5) 式代入方程 (3) 的第 2, 3 式中, 我们得到关于 $W(t)$ 的扩展的非齐次 Hill 方程^[7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 W}{dz^2} + \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n e^{2in z} \right) W &= F(z), \\ \theta_0 &= \frac{\Omega_0^2}{\Delta \nu^2} I_0(a^2) e^{-a^2} - \frac{1}{4} \frac{\gamma^2}{\Delta \nu^2} - \frac{1}{8} a^4, \\ \theta_1 &= \frac{\Omega_0^2}{\Delta \nu^2} I_1(a^2) e^{-a^2} - \frac{1}{2} a^2 + i \frac{1}{4} a^2 \frac{\gamma}{\Delta \nu}, \\ \theta_{-1} &= \theta_1^*, \\ \theta_2 &= \theta_{-2} = \frac{\Omega_0^2}{\Delta \nu^2} I_2(a^2) e^{-a^2} + \frac{1}{16} a^4, \\ \theta_n &= \theta_{-n} = \frac{\Omega_0^2}{\Delta \nu^2} I_n(a^2) e^{-a^2} \quad (n > 2), \\ F(z) &= R \Delta_0 e^{i\gamma z} e^{-\frac{1}{2}a^2 \sin^2 z} = R \Delta_0 e^{i\gamma z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon_n e^{2in z}, \\ R &= \frac{-K_1 \Omega_0 e^{-a^2/4}}{\Delta \nu^2}, \quad \gamma = \frac{1}{2} (K_1 + K/2) / \Delta \nu, \\ \varepsilon_n &= \varepsilon_{-n} = e^{-\frac{1}{4}a^2} I_n\left(\frac{1}{4}a^2\right) \quad (n=0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$I_n(a^2)$ 为虚宗量 Bessel 函数。根据微分方程理论, 上面方程的解可以分成齐次通解 W_h 与非齐次特解 W_I 之和, 即 $W = W_I + W_h$; 其中

$$\frac{d^2 W_h}{dz^2} + \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n e^{2in z} \right) W_h = 0, \quad (7a)$$

$$\frac{d^2 W_I}{dz^2} + \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \theta_n e^{2in z} \right) W_I = F(z). \quad (7b)$$

对齐次方程 (7a), 根据 Floquet 定理^[8], 有

$$W_\lambda = e^{i\lambda z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{2ins}. \quad (8)$$

代入(7a)中得到复数间联立方程组

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm} b_m = 0 \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (9)$$

诸 B_{nm} 由下式定义

$$\begin{cases} B_{nn} = 1, \\ B_{nm} = \frac{\theta_{n-m}}{\theta_0 - (\lambda + 2n)^2} \quad (n \neq m), \end{cases} \quad (10)$$

方程组(9)有解的充要条件是 $\text{Det}|B_{nm}| = 0$, 展开写就成为

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1 & \frac{\theta_{-1}}{\theta_0 - (\lambda - 4)^2} & \frac{\theta_{-2}}{\theta_0 - (\lambda - 4)^2} & \frac{\theta_{-3}}{\theta_0 - (\lambda - 4)^2} & \frac{\theta_{-4}}{\theta_0 - (\lambda - 4)^2} & \dots \\ \dots & \frac{\theta_1}{\theta_0 - (\lambda - 2)^2} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{\theta_0 - (\lambda - 2)^2} & \frac{\theta_{-2}}{\theta_0 - (\lambda - 2)^2} & \frac{\theta_{-3}}{\theta_0 - (\lambda - 2)^2} & \dots \\ \dots & \frac{\theta_2}{\theta_0 - \lambda^2} & \frac{\theta_1}{\theta_0 - \lambda^2} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{\theta_0 - \lambda^2} & \frac{\theta_{-2}}{\theta_0 - \lambda^2} & \dots \\ \dots & \frac{\theta_3}{\theta_0 - (\lambda + 2)^2} & \frac{\theta_2}{\theta_0 - (\lambda + 2)^2} & \frac{\theta_1}{\theta_0 - (\lambda + 2)^2} & 1 & \frac{\theta_{-1}}{\theta_0 - (\lambda + 2)^2} & \dots \\ \dots & \frac{\theta_4}{\theta_0 - (\lambda + 4)^2} & \frac{\theta_3}{\theta_0 - (\lambda + 4)^2} & \frac{\theta_2}{\theta_0 - (\lambda + 4)^2} & \frac{\theta_1}{\theta_0 - (\lambda + 4)^2} & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

(11)式完全确定了特征标 λ 。根据函数理论可推得 λ 满足如下方程^[9]

$$\sin^2\left(\frac{\lambda\pi}{2}\right) = D(0) \sin^2\left(\frac{\sqrt{\theta_0}}{2}\right). \quad (12)$$

从(12)式可知, 只有当

$$0 \leq D(0) \sin^2\left(\frac{\sqrt{\theta_0}}{2}\right) \leq 1, \quad (13)$$

特征标 λ 才为实数, 否则 λ 为虚数; 根据(8)式, λ 为虚数时, 必然存在一解 W ; 当 $z \rightarrow \infty$ 时, 有 $W \rightarrow \infty$; 这种随自变量的增大而趋向发散的解称为不稳定解^[8], 在物理上是不期望出现的。而实特征标对应的解始终是自变量 z 的有限函数, 常称为稳定解。本文仅限于讨论由(13)式限制的稳定解。从(12)式可求得特征标为 $\pm\lambda$, 于是得到两个线性无关的解:

$$f_1(z) = e^{i\lambda z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{2ins}; \quad (14a)$$

$$f_2(z) = e^{-i\lambda z} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b'_n e^{-2ins}, \quad (14b)$$

系数 b_n 已由(9)式决定。将 $f_2(z)$ 代入(7a)中, 同样得 b'_n 满足的联立方程

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B'_{nm} b'_m = 0, \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} B'_{nn} = 1, \\ B'_{nm} = \frac{\theta_{m-n}}{\theta_0 - (\lambda + 2n)^2} = B^*_{nm}, \quad (n \neq m) \end{cases} \quad (16)$$

由 $B'_{nm} = B^*_{nm}$, 立即推得 $b'_n = b^*_n$ 。综上所述, 我们得到齐次方程 (7a) 的通解为

$$W_h = Af_1(z) + Bf_2(z) = Ae^{i\lambda z} \sum_n b_n e^{2in^2 z} + Be^{-i\lambda z} \sum_n b_n^* e^{-2in^2 z}, \quad (17)$$

待定系数 A, B 可从初始条件定出。另一方面, 对非齐次方程 (7b), 根据右边非齐次项 $F(z)$ 的形式来看, W_I 可以展开成

$$W_I = R\Delta_0 e^{y^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{2in^2 z}. \quad (18)$$

将 W_I 代入 (7b) 中, 得到系数 c_n 满足的方程组

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{nm} c_m = \frac{\epsilon_n}{(y^2 - 4n^2 + \theta_0 + 4in\gamma)}, \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (19)$$

$$\begin{cases} A_{nn} = 1, \\ A_{nm} = \frac{\theta_{n-m}}{y^2 - 4n^2 + \theta_0 + 4in\gamma} \quad (n \neq m). \end{cases} \quad (20)$$

因此 Bloch 方程的解为

$$\begin{aligned} v(t) &= [Ae^{i\lambda\Delta\nu t} \sum_n b_n e^{2in\Delta\nu t} + Be^{-i\lambda\Delta\nu t} \sum_n b_n^* e^{-2in\Delta\nu t}] \\ &\quad \times e^{-\nu\Delta\nu t} e^{\frac{\alpha^2}{4} \cos 2\Delta\nu t} + (R\Delta_0 \sum_n c_n e^{2in\Delta\nu t}) e^{\frac{\alpha^2}{4} \cos 2\Delta\nu t}, \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} \Delta(t) &= -\frac{1}{\Omega_0} e^{-\nu\Delta\nu t} e^{\frac{\alpha^2}{4} \cos 2\Delta\nu t} [A \sum_n S_n e^{i(\lambda+2n)\Delta\nu t} + B \sum_n S_n^* e^{-i(\lambda+2n)\Delta\nu t}] \\ &\quad - \frac{R\Delta_0}{\Omega_0} e^{\frac{\alpha^2}{4} \cos 2\Delta\nu t} \sum_n \bar{K}_n e^{2in\Delta\nu t}, \end{aligned} \quad (21b)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} S_n &= \left[-\frac{1}{2} \gamma + i(\lambda + 2n) \Delta\nu \right] b_n + i \frac{\alpha^2 \Delta\nu}{4} (b_{n-1} - b_{n+1}), \\ \bar{K}_n &= \left[\frac{K}{2} + 2in\Delta\nu \right] c_n + i \frac{\alpha^2 \Delta\nu}{4} (c_{n-1} - c_{n+1}). \end{aligned} \right\} \quad (21c)$$

由初始条件 $v(t)|_{t=0} = 0, \Delta(t)|_{t=0} = \Delta_0$ 可求得

$$A = B^* = \frac{F\Delta_0 + L}{c};$$

其中 F, L, c 被定义为

$$\begin{aligned} F &= \frac{\Omega_0 e^{-\frac{\alpha^2}{4}}}{\sum_n S_n^*}, \quad L = R\Delta_0 \left(\frac{\sum_n \bar{K}_n}{\sum_n S_n^*} - \frac{\sum_n c_n}{\sum_n b_n^*} \right) \\ c &= \frac{\sum_n b_n}{\sum_n b_n^*} - \frac{\sum_n S_n}{\sum_n S_n^*}. \end{aligned}$$

三、相关函数和原子辐射谱

原子在外场作用下, 一方面从外场中吸收能量, 另一方面通过偶极跃迁向外辐射能量。

原子的辐射光谱可定义为^[10]

$$\tilde{g}(\nu) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^\infty \langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle e^{-i\nu\tau} d\tau \right\}, \quad (22)$$

式中 $\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle$ 是原子的偶极算符相关函数, 由量子回归定理^[6, 11], 并根据(21)式, 我们得到

$$\begin{aligned} \langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t+\tau) \rangle e^{i\nu\tau} &= \frac{1}{2} (1 + \Delta(t)) e^{-\frac{\pi}{2}\tau} + \left\{ \left[\frac{1}{2} (1 + \Delta(t)) f^{(0)}(t) e^{-\frac{1}{4}a^2 \cos 2\Delta\nu t} \right. \right. \\ &\quad - \frac{1}{4} R \Delta_0 v(t) f^{(0)}(t) \sum_n c_n e^{2in\Delta\nu t} - \frac{1}{4} \Omega_0 e^{-\frac{1}{2}a^2} e^{\frac{1}{4}a^2 \cos 2\Delta\nu t} \\ &\quad \times v(t) f^{(1)}(t) + \frac{1}{4} R \Delta_0 v(t) f^{(1)}(t) \sum_n K_n e^{2in\Delta\nu t} \left. \right] \left(\sum_n b_n e^{2in\Delta\nu(t+\tau)} \right) \\ &\quad \times e^{i\lambda\Delta\nu\tau - \nu\Delta\nu\tau} e^{\frac{1}{4}a^2 \cos 2\Delta\nu(t+\tau)} + \text{c.c.} \left. \right\} \\ &\quad + \frac{1}{4} R \Delta_0 v(t) e^{\frac{1}{4}a^2 \cos 2\Delta\nu(t+\tau)} \sum_n c_n e^{2in\Delta\nu(t+\tau)}, \end{aligned} \quad (23)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} f^{(0)}(t) &= \frac{\sum_n S_n^* e^{-2in\Delta\nu t}}{\left(\sum_n b_n e^{2in\Delta\nu t} \right) \left(\sum_n S_n^* e^{-2in\Delta\nu t} \right) - \left(\sum_n b_n^* e^{-2in\Delta\nu t} \right) \left(\sum_n S_n e^{2in\Delta\nu t} \right)}, \\ f^{(1)}(t) &= \frac{\sum_n b_n^* e^{-2in\Delta\nu t}}{\left(\sum_n b_n e^{2in\Delta\nu t} \right) \left(\sum_n S_n^* e^{-2in\Delta\nu t} \right) - \left(\sum_n b_n^* e^{-2in\Delta\nu t} \right) \left(\sum_n S_n e^{2in\Delta\nu t} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由级数理论, $f^{(0)}(t)$, $f^{(1)}(t)$ 可展开成

$$\left. \begin{aligned} f^{(0)}(t) &= \sum_n f_n^{(0)} e^{-2in\Delta\nu t}, \\ f^{(1)}(t) &= \sum_n f_n^{(1)} e^{-2in\Delta\nu t}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$f_n^{(0)}$, $f_n^{(1)}$ 可由计算机数值上求出。将(23)式代入(22)式中, 经冗长繁复的计算, 我们得到

$$\tilde{g}(\nu) = \tilde{g}_0(\nu) + (\tilde{g}_+(\nu) + \tilde{g}_-(\nu)) + \tilde{g}_{\text{coh}}(\nu), \quad (26a)$$

$$\tilde{g}_0(\nu) = \left(1 - \frac{R \Delta_0 e^{\frac{1}{2}a^2}}{\Omega_0} \sum_n (-1)^n K_n I_n \left(\frac{1}{4} a^2 \right) \right) \frac{K/2}{K^2/4 + (\nu - \omega_l)^2}, \quad (26b)$$

$$\tilde{g}_+(\nu) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{nm} b_n I_m \left(\frac{1}{4} a^2 \right) P_{n+m} \frac{y\Delta\nu + i[\lambda\Delta\nu + 2(n+m)\Delta\nu + (\nu - \omega_l)]}{(\nu - \omega_l + \lambda\Delta\nu + 2(n+m)\Delta\nu)^2 + y^2\Delta\nu^2} \right\}, \quad (26c)$$

$$\tilde{g}_-(\nu) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{nm} b_n^* I_m \left(\frac{1}{4} a^2 \right) P_{n+m}^* \frac{y\Delta\nu + i[(\nu - \omega_s) - \lambda\Delta\nu - 2(n+m)\Delta\nu]}{[\nu - \omega_l - \lambda\Delta\nu - 2(n+m)\Delta\nu]^2 + y^2\Delta\nu^2} \right\}, \quad (26d)$$

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{\text{coh}}(\nu) &= \frac{1}{2} R^2 \Delta_0^2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{q,r} \left(\sum_j I_q \left(\frac{1}{4} a^2 \right) I_{q+r+j} \left(\frac{1}{4} a^2 \right) C_r C_j \right) \right. \\ &\quad \left. \times \delta(\nu - \omega_l - 2(q+r)\Delta\nu) \right\}, \end{aligned} \quad (26e)$$

$$\begin{aligned}
P_{n+m} = & \sum_r (-1)^{r-(n+m)} f_r^{(0)} I_{r-(n+m)} \left(\frac{1}{4} a^2 \right) - \frac{R \Delta_0}{\Omega_0} e^{\frac{1}{2} a^2} \\
& \times \sum_{j,r} (-1)^{j-r-(n+m)} K_r I_{j-r-(n+m)} \left(\frac{1}{2} a^2 \right) f_j^{(0)} - R^2 \Delta_0^2 \\
& \times \sum_{r,j} C_r C_j f_j^{(0)} I_{j-r-(n+m)} \left(\frac{1}{4} a^2 \right) - \Omega_0 R \Delta_0 e^{-\frac{1}{2} a^2} \\
& \times \sum_{r,j} C_r f_j^{(1)} I_{j-r-(n+m)} \left(\frac{1}{2} a^2 \right) + R^2 \Delta_0^2 \sum_{r,l,j} K_r C_l f_j^{(1)} \\
& \times \left(I_{j-r-(n+m)} \left(\frac{1}{4} a^2 \right) \right). \tag{26f}
\end{aligned}$$

四、数值结果及分析

(26)式给出的原子辐射谱按其性质可分为两大部分;一部分 $\tilde{g}_{\text{coh}}(\nu)$ 是分立谱,它来源于(23)式中的最后一项,该项包含着与序列脉冲相同的振荡成份。文献[1]把辐射场中这种与作用场具有相同振荡形式的部分称为相干部分;而另一部分

$$\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu) = \tilde{g}_0(\nu) + \tilde{g}_+(\nu) + \tilde{g}_-(\nu)$$

则称为非相干部分。非相干部分 $\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu)$ 是连续谱。数值计算表明 $\tilde{g}_{\text{coh}}(\nu)$ 值很小,而且随 K_1/K 值减小而不断减弱。当 $K_1/K \ll 1$ 时, $\tilde{g}_{\text{coh}}(\nu) \approx 0$ (见图3与图5)。从数学上来说,相干部分 $\tilde{g}_{\text{coh}}(\nu)$ 是由 Bloch 方程中含 Δ_0 的项引起的,这表明它的存在只取决于原子在外场作用前是处在什么状态,并不能反映原子与外场相互作用过程的特征。而能揭示出原子与外场相互作用特征的是辐射谱中的非相干部分 $\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu)$ 。从(26)式可见, $\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu)$ 中前一项 $\tilde{g}_0(\nu)$ 是一线宽为 $K/2$ 的罗仑兹型,它的结构与外场无关,完全由原子偶极矩中指数衰减项引起,是原子自发辐射的结果;这意味着原子自发辐射过程是不受作用场制约的。 $\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu)$ 中后两项给出了辐射谱中相对于 $\tilde{g}_0(\nu)$ 的边峰线型。从公式(26)乍看起来,已有多次边峰存在,它们的位置和强度明显依赖于外场参量。数值计算的结果分别绘在图2-6中。图2(a)是在 $K_1/K = 1$ (对应仅受自然展宽的气体原子,如金属蒸气)情况下,固定其它参数,改变脉冲调制深度(即参数 a)而得到的 $\tilde{g}_{\text{inc}}(\nu)$ 。当 a 较小时,辐射谱仍为较明显的三峰结构,但随 a 增加,边峰向中峰移动,最后与中峰重合而消失。我们可以这样来理解这一现象;因脉冲序列可以展开成如下形式

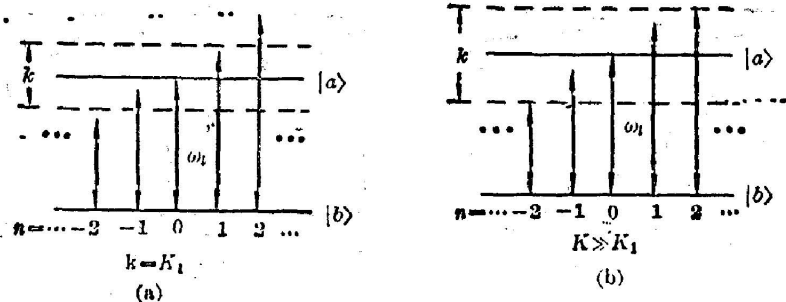


Fig. 1 The scheme of the interaction of the atom with the laser pulse trains

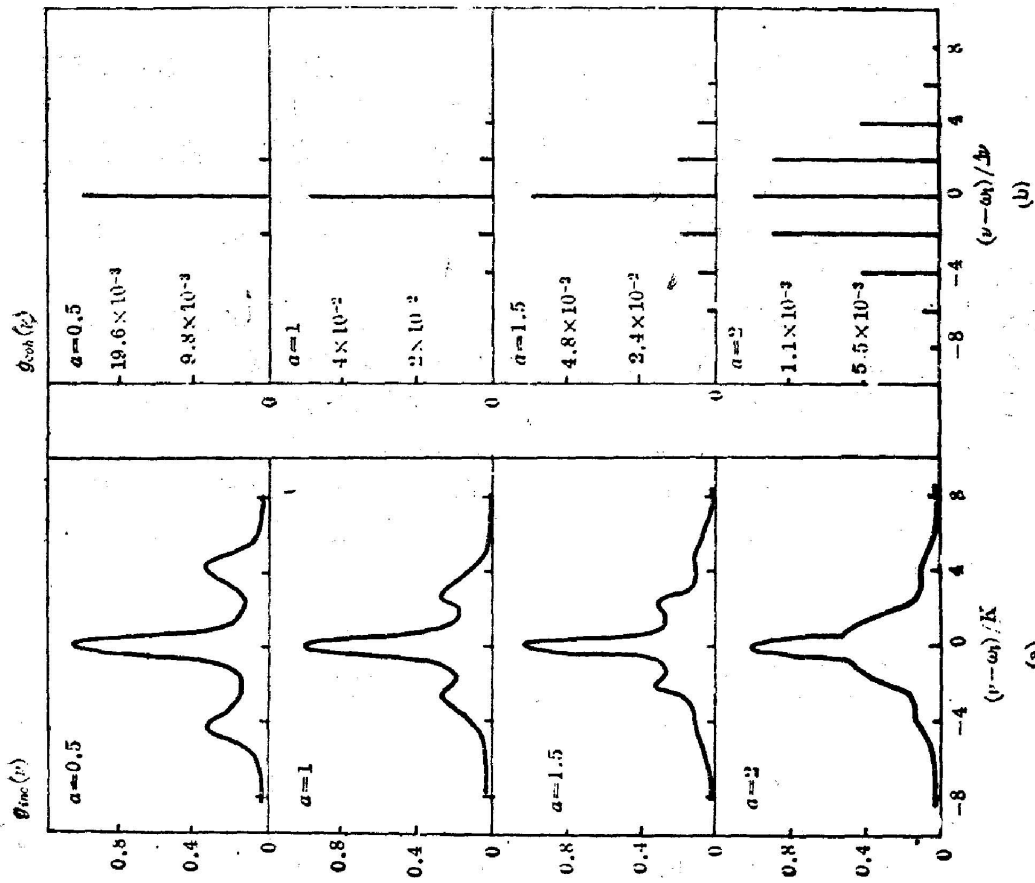


Fig. 2 $K_1/K=1$, $\Omega_0/4\nu=5$, $4\nu/K=1$, $\Delta_0=-1$

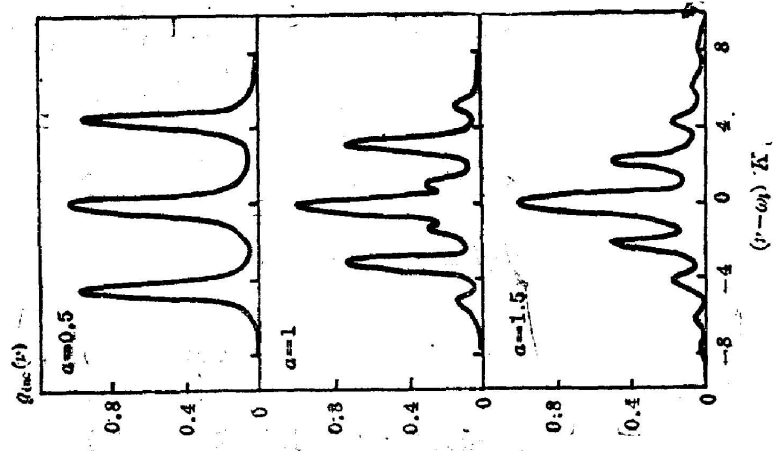


Fig. 3 $K_1/K=10^{-3}$, $\Omega_0/4\nu=5$, $4\nu/K=1$, $\Delta_0=-1$

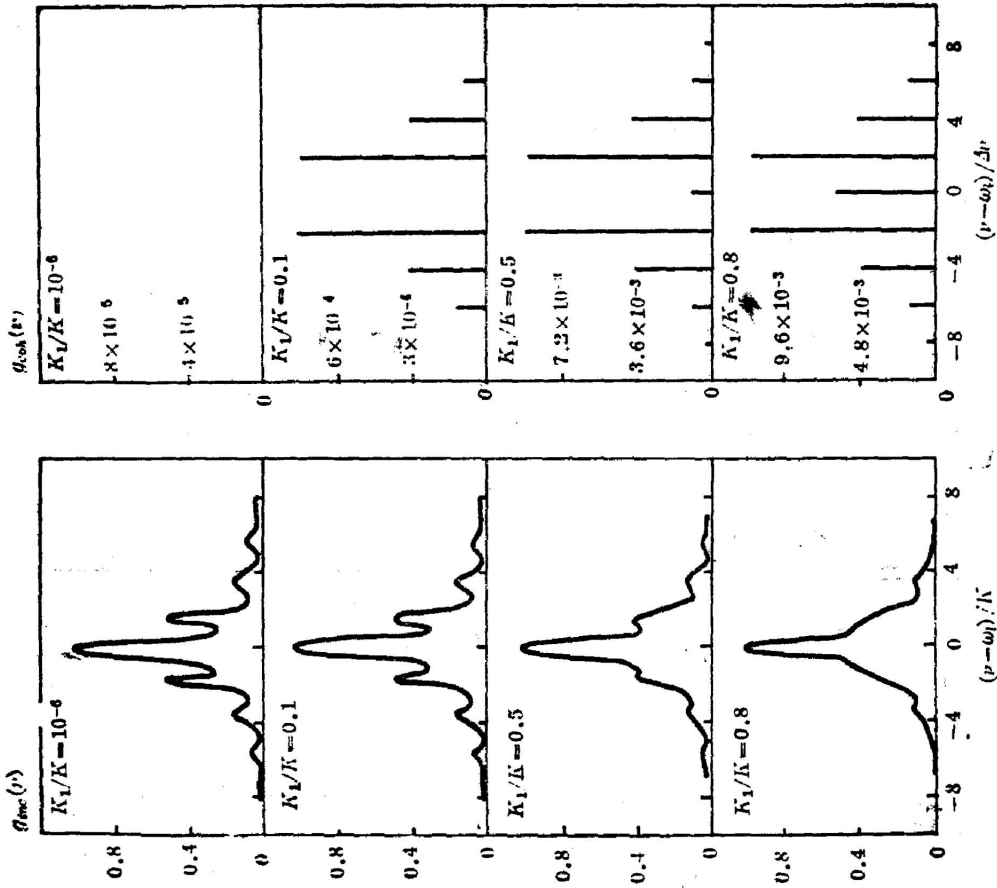


Fig. 4 $a=2, \Omega_0/\Delta\nu=5, \Delta\nu/K=1, \Delta_0=-1$

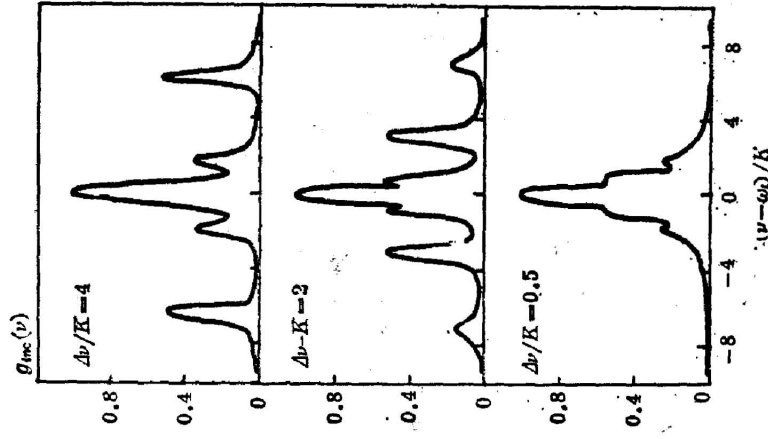


Fig. 5 $a=2, \Omega_0/\Delta\nu=5, K_1/K=10^{-6}, \Delta_0=-1$

$$E(t) = E_0 \sum_n e^{-a^2/2} I_n(a^2/2) e^{-i\omega_1 t - 2in\Delta\nu t}. \quad (27)$$

它可以看成是无穷多个幅度为 $e^{-a^2/2} I_n(a^2/2)$, 频率为 $\omega_1 + 2n\Delta\nu$ 的单色场叠加, 这些单色场中只有 ω_1 ($n=0$) 成份的激光与原子能级共振, 而其它成份都与二能级间有 $\Delta\omega_n = 2n\Delta\nu$ 的失谐量, 这里 n 可正可负, $\Delta\nu$ 是与形成序列脉冲激光的谐振腔相联系的参量, 恒为正数; 因此 n 的绝对值越大, 失谐越严重。对仅受自然展宽的气体原子而言, 它的线宽较窄, 这样一来, 使得序列脉冲中 n 绝对值较大的成份几乎对原子二能级间粒子布居不产生影响; 而起主要作用的是 $n=0$ 附近的频率成份(见图 1(a)); 因此光谱仍然与一单色场作用下的情形相似, 只是这时的边峰位置(即 Rabi 频率值)正比于 $e^{-a^2/2} I_n(a^2/2)$, 随 a 的增加在不断减小。然而对满足 $K \gg K_1$ 的原子(如一些固体原子, 象红宝石 $K_1/K \approx 10^{-7}$), 它的线宽较宽; 因此序列脉冲中 n 绝对值较大的成份对二能级的粒子布居的影响也就重要起来[图 1(b)], 正是这些成份的作用, 使得 $K \gg K_1$ 的原子荧光谱出现了多峰现象, 这些峰的位置基本上落在

$$\Omega_n = \lambda\Delta\nu + 2K\Delta\nu$$

上(见图 3)。图 4 更进一步说明, 随原子的线宽不断变窄, 即 K_1/K 不断增加, 能与原子二能级间近共振作用的激光成份越来越少, 边峰也就随之越来越弱, 最终消失。另一方面, 上面的讨论也会使我们必然产生这样的想法: 只要不断减小 $\Delta\nu$, 失谐量 $\Delta\omega_n$ 也会不断减小, 因而对线宽一定的原子, 我们可以通过减小 $\Delta\nu$, 使得序列脉冲中更多的 n 绝对值较大的调制成份对原子产生作用而激发出多峰现象。但事实并非如此。图 5 与图 6 给出了改变 $\Delta\nu$ 情

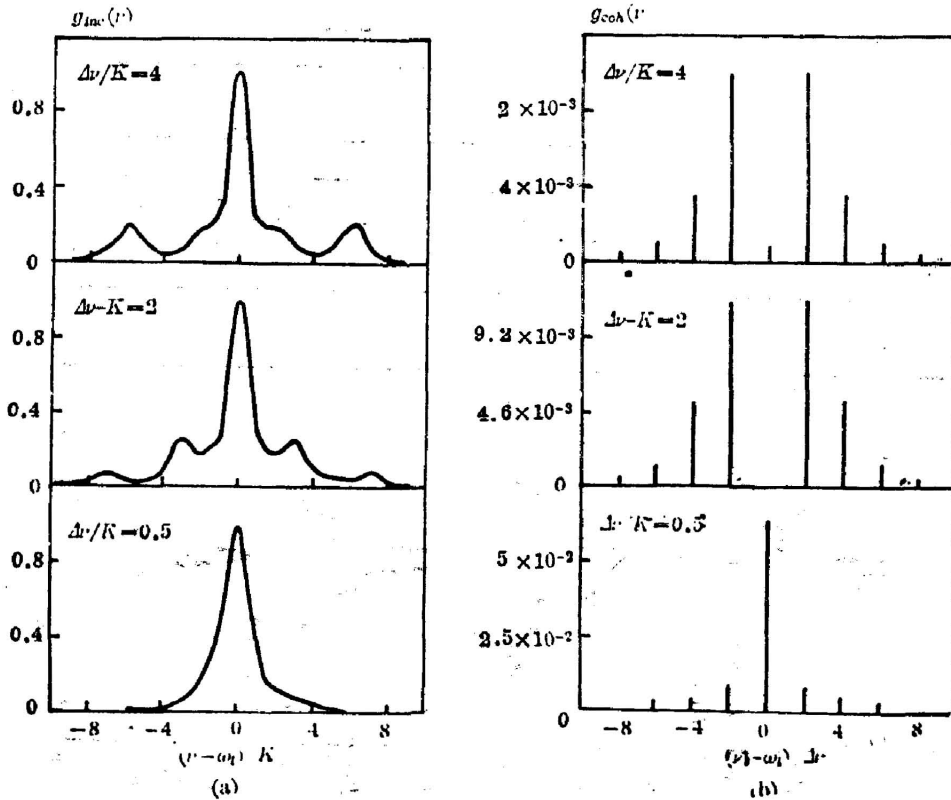


Fig. 6 $a=2$, $\Omega_0/\Delta\nu=5$, $K_1/K=1$, $A_0=-1$

况下所得到的荧光谱型;它告诉我们,不论 $K_1/K \ll 1$ 还是 $K_1/K = 1$, $\Delta\nu$ 太小,被激发出的次边峰很少, $\Delta\nu$ 太大,也是如此;只有适中的 $\Delta\nu$, 才能更有效地激发出多边峰。这种现象与上面讨论的情况并不矛盾,只要注意到序列脉冲的疏密程度也会影响边峰结构,则图 5 与图 6 中的现象就容易理解了。我们知道序列脉冲的疏密度取决于相邻两脉冲的间隔 ΔT , 因

$$\Delta T = \frac{\pi}{\Delta\nu};$$

$\Delta\nu$ 越大,脉冲越密,因此序列脉冲对原子作用的效果趋向于连续场^[1];多峰光谱也就向三峰过渡;而 $\Delta\nu$ 越小,序列脉冲越疏,对原子来说,在较长时间 ΔT 内,只受到一个脉冲的扰动,因此辐射光谱仅取决于原子自发辐射过程,其线型近似趋向罗仑兹型。

五、总 结

根据上面的计算和分析,我们已经看到序列脉冲,或推广之,对任意非单色外场,它们与二能级原子相互作用呈以下特点:(1)对仅受自然加宽影响的气体原子,含多频率成份的外场差不多等效于一单色场;(2)对受其它加宽机制影响的原子(尤其是固体原子),外场中边频成份也将对原子产生作用,表现在辐射光谱中出现了多峰现象。

参 考 文 献

- [1] B. R. Mollow; *Phys. Rev.*, 1969, **188**, No. 5 (Dec), 1973.
- [2] X. Y. Huang, R. Tanás et al.; *Phys. Rev.*, 1982, **A26**, No. 2 (Aug), 892.
- [3] Rzażewski, K., Florjanczyk, M.; *J. Phys.*, 1984, **B17**, No. 15 (Aug), L509.
- [4] E. J. Robinson, P. R. Berman; *J. Phys.*, 1984, **B17**, No. 24 (Dec), L847.
- [5] Amnon Yariv; *Quantum Electronics*, (John Wiley & Son, 1975), 263.
- [6] Tan Weihai, Zhang Weiping; *Chinese Phys. Lett.*, 1985, **2**, No. 7 (Feb), 309.
- [7] *Nonlinear Oscillations*, (John Wiley & Son, 1979), 295.
- [8] 王竹溪;《特殊函数论》, (科学出版社, 1979), 681.
- [9] 谭维翰, 栾绍金;《激光》, 1982, **9**, No. 3 (May), 129.
- [10] M. Lax; *Phys. Rev.*, 1963, **129**, No. 5 (Mar), 2343.
- [11] M. Lax; *Phys. Rev.*, 1967, **157**, No. 1 (May), 213.

The resonant radiation of an atom excited by laser pulse trains

ZHANG WEIPING

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

TAN WEIHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 4 June 1986; revised 26 August 1986)

Abstract

This paper discussed the solution of the Bloch equations of a two-level atom resonantly interacting with laser pulse trains in detail. In terms of the solution, we calculate the radiation spectrum of the two-level atom excited by the laser pulse trains and obtain the following conclusions: (1) for the atoms satisfying the condition $K_1/K = 1$ (such as gas atoms broadened by spontaneous emission), the laser pulse trains are almost equivalent to a CW laser; (2) for the atoms $K_1/K \ll 1$, saying, some solid atoms like ruby, the radiation spectrum of the atom exhibits the multipeak structure induced by the strong interaction of the atom with the side frequency components of the laser pulse trains.

Key Words: laser pulse trains; resonant radiation; resonance fluorescence.