第7卷 第3期
1987年3月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 7, No. 3
March, 1987

存在中心凹陷时α光纤的 LP_{11} 模的归一化截止频率

蒋 时 俊
(南京工学院电子工程系)

提 要

本文采用归一化数学模型描述有中心凹陷的α光纤的折射率分布，利用级数法求解第一个高次模(LP_{11})的截止特性，给出了与实际折射率分布直接对应的归一化截止频率，对单模α光纤的设计和测量分析具有一定的实际意义。

关键词：纤维光学，光纤传输，光纤通信。

一、引 言

LP_{11} 模的归一化截止频率限定了单模光纤的最大工作范围，是设计单模光纤的一个重要参数。对各种α光纤，Gambling 等人精确计算了 LP_{11} 模的截止频率[1]。目前，光纤的制作大多仍采用 MCVD(Modified Chemical Vepour Deposition)工艺，用此法制备的光纤在折射率分布的中心通常存在一凹陷(称为中心凹陷)，它对α光纤 LP_{11} 模的截止频率的影响已有许多文章作过分析和计算[2~4]。在这些文献中，归一化频率的定义表达式和相应的归一化截止频率表达式中包含了在理论分析时引进的一个参考值 n_1，因此，所得的结果与实际折射率分布参数不直接对应，不能直观地反映存在中心凹陷时α光纤的 LP_{11} 模的截止特性；且在实际折射率分布测量中只能测出芯包折射率差，而无法测出引进的参考值 n_1，因此不易对测量结果进行分析讨论。

本文采用归一化数学模型描述有中心凹陷的α光纤的折射率分布，使截止频率的定义与实际折射率分布参数直接对应。利用级数法求解，得出了适合理论设计和测量分析的 LP_{11} 模的归一化截止频率。

二、数学模型与计算公式

设中心凹陷的α光纤的折射率分布(图1)为

$$n^2(R)=\left\{\begin{array}{ll} n_0^2\left[1-2\Delta\dfrac{g(R)-g_0}{1-g_0}\right], & 0\leqslant R\leqslant 1 \\ n_0^2(1-2\Delta)=n_2^2, & R\geqslant 1 \end{array}\right\} \tag{1}$$

收稿日期：1985年7月1日；收到修改稿日期：1986年8月18日

$$\left.\begin{aligned} R=\frac{r}{a},\ \Delta=\frac{n_0^2-n_2^2}{2n_0^2}\approx\frac{n_0-n_2}{n_0},\\ g(R)=R^{\alpha}+\gamma(1-R)^{\alpha_d}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中 a 是芯半径，n_0 和 n_2 分别是芯中最大折射率和包层的折射率；α (取正整数) 反映芯中折射率分布梯度，γ 和 $\alpha_d(0\leqslant\gamma\leqslant1,\ 4\leqslant\alpha_d\leqslant\infty)$ 描述中心凹陷的深度和宽度[3]；$g_0=\min\limits_{0<R<1} g(R)=g(R_0)$，$R_0$ 是方程 $[dg(R)/dR]=0$ 的根。

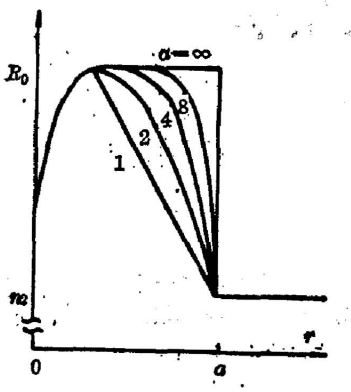

Fig. 1 Radial refractiveindex profile for α-power fibers with a central dip

(1) 式中采用了 $g(R)$ 的归一化形式 $[g(R)-g_0]/1-g_0$，因此它描述的是存在中心凹陷时 α 光纤的实际折射率分布，其芯中最大折射率和芯包折射率差分别与图 1 中的 n_0 和 n_0-n_2 相一致。并具有下列性质：

(1) $R=R_0$ 时，$g(R_0)=g_0$、$n(R_0)=n_0$。因此 R_0 对应中心凹陷的相对宽度；

(2) $R=0$ 时，$g(0)=\gamma$、$n(0)=n_0\{1-2\Delta[(\gamma-g_0)/(1-g_0)\}^{1/2}$，因此 $\{[n^2(0)-n_2^2]/[n_0^2-n_2^2]\}=[(\gamma-g_0)/(1-g_0)]=H$ 对应中心凹陷的相对深度；

(3) γ 越大，α_d 越小，H 和 R_0 越大。即中心凹陷的深度和宽度越大；

(4) $\gamma=0$ 或 $\alpha_d=\infty$ 时，$g(R)=R^{\alpha}$，对应无中心凹陷时的 α 分布。

弱导光纤 $(\Delta\ll1)$ 中的场满足下列标量波动方程

$$\frac{d^2\psi(R)}{dR^2}+\frac{1}{R}\frac{d\psi(R)}{dR}+\left\{a^2[k_0^2n^2(R)-\beta^2]-\frac{l^2}{R^2}\right\}\psi(R)=0, \tag{3}$$

式中 $\psi(R)$ 代表电场或磁场的径向变化关系，$k=(2\pi/\lambda)$，λ 是自由空间的光波长，β 是纵向传输常数，l 为周向阶数。把 (1) 式代入上式，可得芯和包层中的场方程

$$\frac{d^2\psi_1(R)}{dR^2}+\frac{1}{R}\frac{d\psi_1(R)}{dR}+\left\{u^2+\frac{v^2g_0}{1-g_0}-\frac{v^2}{1-g_0}[R^2+\gamma(1-R)^{\alpha_d}]-\frac{l^2}{R^2}\right\}\psi_1(R)=0,$$

$$0\leqslant R\leqslant1 \tag{4}$$

$$\frac{d^2\psi_2(R)}{dR^2}+\frac{1}{R}\frac{d\psi_2(R)}{dR}-\left(w^2+\frac{l^2}{R^2}\right)\psi_2(R)=0,\quad R\geqslant1 \tag{5}$$

式中

$$\left.\begin{aligned} u=a(n_0^2k_0^2-\beta^2)^{1/2},\\ w=a(\beta^2-n_2^2k_0^2)^{1/2}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$v=\frac{2\pi}{\lambda}a(n_0^2-n_2^2)^{1/2}\approx\frac{2\pi}{\lambda}an_0\sqrt{2\Delta}。 \tag{7}$$

类似文献[5]中的分析，取 α_d 为正整数，利用级数法可以求得 LP 模的特征方程

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[n+l-w\frac{K_l'(w)}{K_l(w)}\right]a_n=0, \tag{8}$$

式中 K_l 和 K_l' 是第二类修正贝塞尔函数以及它的一阶导数

$$a_0=1,\quad a_1=0,$$

$$a_n=\begin{cases}\dfrac{1}{n(n+2l)}\left[\dfrac{\nu^2\gamma}{1-g_0}\left(\sum_{i=0}^{N}(-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i-2}\right)-\left(u^2+\dfrac{\nu^2 g_0}{1-g_0}\right)a_{n-2}\right], & (2\leqslant n\leqslant\alpha+1)\\[2ex] \dfrac{1}{n(n+2l)}\left\{\dfrac{\gamma^2}{1-g_0}\left[a_{n-\alpha-2}+\dfrac{\nu^2\gamma}{1-g_0}\left(\sum_{i=0}^{N}(-1)^i C_{\alpha_d}^i a_{n-i-2}\right)-\left(u^2+\dfrac{\nu^2 g_0}{1-g_0}\right)a_{n-2}\right]\right\}, & (n\geqslant\alpha+2)\end{cases}$$

$$C_{\alpha_d}^i=\frac{\alpha_d!}{(\alpha_d-i)!\,i!},\tag{9}$$

式中 N 取 $(n-2)$ 和 α_d 的最小值。截止时，$\beta=n_2k_0$，或 $w=0$、$u=\nu=\nu_c$[1]。利用贝塞尔函数的递推关系及 $\lim\limits_{w\to0}[K_{l+1}(w)/K_l(w)]=2l$，容易得到计算 LP 模截止频率的公式

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+2l)a_n=0。\tag{10}$$

令 $l=1$，就可以求出存在中心凹陷时 α 光纤的 LP_{11} 模的截止频率。

三、结果与讨论

图 2 给出的是存在中心凹陷($\gamma=1$, $\alpha_d=4$)时 LP_{11} 模的截止频率 ν_c 与分布指数 α[对应从阶跃型分布($\alpha=\infty$)到三角形分布($\alpha=1$)]的变化关系。对一些常见的 α 分布，表 1 和图 3 详细给出了在不同 γ 和 α_d 下的 ν_c 值。在这些图表中，$\gamma=0$ 或 $\alpha_d=\infty$ 对应无中心凹陷时的结果，其值与文献[1]中的结果一致。从图 3 可以看出：只有当 γ 较大和 α_d 较小(即中心凹陷较大)时，ν_c 值才有较明显的变化，这是由于 LP_{11} 模的场强在芯中心等于零的缘故。图 2 还表明：当 α 较大时($\alpha\geqslant16$)，有中心凹陷时的 ν_c 值比无中心凹陷时略有增大；而当 α 较小时，有中心凹陷时的 ν_c 值比无中心凹陷时小，特别是对 $\alpha=1$ 和 2 的三角形分布和抛物型分布，ν_c 减小较明显，这与文献[3]中的结果有所不同*，其原因在引言中已提及，他们的截止频率的定义不对应实际的芯包折射率差[3]，由于引入的参考值 n_1 大于 n_0 ($n_1\geqslant n_0$)，且当给定 γ 和 α_d 时，α 越小，n_1 和 n_0 相差越大。因此，文献[3]中所得的截止频率大于用实际芯包折射率差 (n_0-n_2) 定义的结果，对阶跃型光纤或不存在中心凹陷时，$n_1=n_0$，其值与本文结果一致。

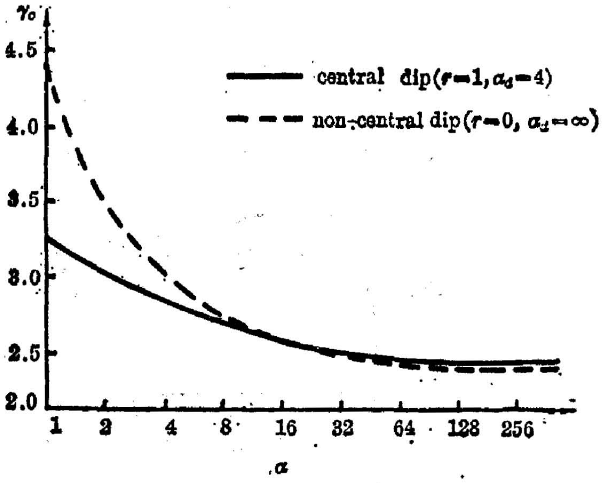

Fig. 2　Variation of cut-off frequency V_c with profile parameter α

LP_{11} 模的截止频率限定了单模光纤芯径的最大值，设法提高 LP_{11} 模的 ν_c 值就可获得大芯径的单模光纤[5,6]。文献[4]利用引进参考值 n_1 所得的截止频率值讨论了抛物型单模

* 文献[3]表 1 指出：无论 α 多大，存在中心凹陷时的截止频率总比无中心凹陷时大。

Table 1 V_C values of LP_{11} mode in some conventional α-power fibers with typical values of γ and α_d

α \ γ, α_d	$\gamma=0$ 或 $\alpha_d=\infty$	$\gamma=0.5$ $\alpha_d=8$	$\gamma=1$ $\alpha_d=8$	$\gamma=0.5$ $\alpha_d=4$	$\gamma=1$ $\alpha_d=4$
1	4.3814	3.7376	3.5974	3.5028	3.2359
2	3.5180	3.3273	3.2737	3.1950	3.0940
4	2.9995	2.9602	2.9499	2.9068	2.8847
∞	2.4048	2.4076	2.4104	2.4217	2.4385

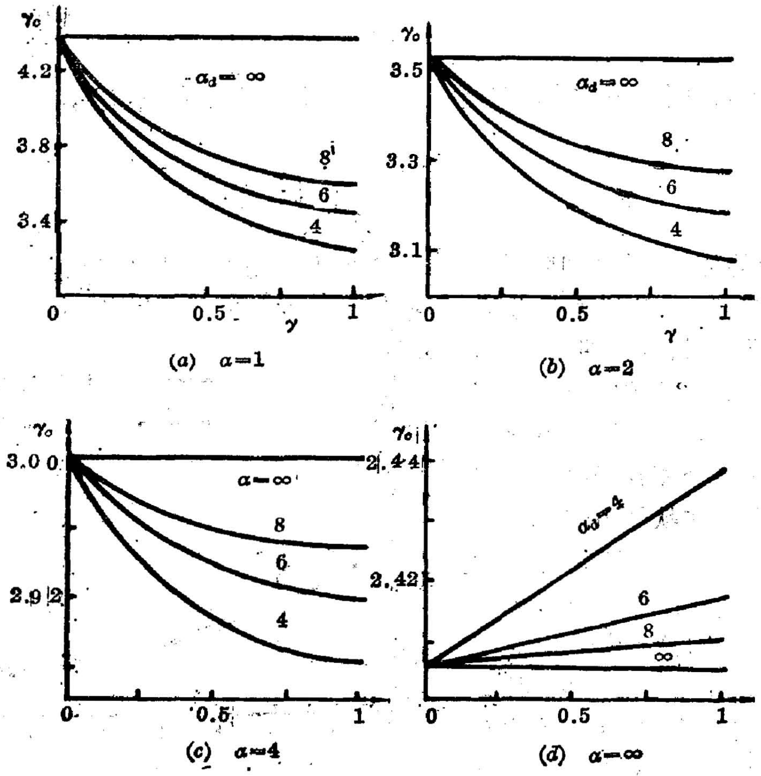

Fig. 3 Variation of cut-off frequency V_C as a function of γ for some typical values of α_d

光纤的芯径最大值与中心凹陷的关系，得出最大芯径随中心凹陷的增大而增大。实际上，按照文献[4]中的折射率模型及前面的分析，芯包折射率差随中心凹陷的增大而减少的结果，而不是截止频率增大的原因。因此，不能以为采用具有大中心凹陷的抛物型分布可以获得芯径较大的单模光纤。相反，在芯包折射率差相同时，对抛物型分布光纤(以及其它α较小的光纤)，存在中心凹陷时LP_{11}模的截止频率比无中心凹陷时有下降，因此，与无中心凹陷时相比，它们的芯径应有所减小(减小量由中心凹陷的大小决定)，才能保证在所需波长仍工作在单模状态。

由于本文得出的LP_{11}模的归一化截止频率与存在中心凹陷时的实际光纤芯包折射率差直接对应，因此可以根据预制棒(preform)折射率分布的测量结果求出LP_{11}模的截止频

率，从而确定从预制到光纤的拉丝芯径[7,8]。另外，对光纤测量结果的分析也很方便。根据测得的折射率分布参数，可求出 LP_{11} 模的截止频率，利用(7)式便可知道相应的截止波长，从而判定在所需波长是否工作在单模状态或与截止波长的测量值作比较分析。

本文讨论了存在中心凹陷时 α 光纤的 LP_{11} 模的归一化截止频率，文中(8)式、(10)式还可直接用于其它模式，并可以计算色散等参数，这些内容将另文发表。

参 考 文 献

[1] W. A. Gambling *et al.*; *Electron. Lett.*, 1977, **13**, No. 5 (Mar), 139.
[2] A. C. Boucovalas *et. al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**, No. 12 (Dec), 2027~2031.
[3] J. Streckert, E. Brinkmeyer; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 11 (Jun), 1910~1915.
[4] E. K. Sharma *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**, No. 12 (Dec), 2317~2325.
[5] 蒋时俊，林志瑗；《南京工学院学报》，1985, **15**, No. 4 (Oct), 76。
[6] S. Kawakami, S. Nishida; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1974, **QE-10**, No. 12 (Dec), 879~887.
[7] Y. Kokubun, I. Kenichi; *J. O. S. A.*, 1980, **70**, No. 1 (Jan), 36.
[8] P. Y. P. Chen; *Electron. Lett.*, 1982, **18**, No. 24 (Nov), 1048.

Normalized cut-off frequencies of the LP_{11} mode in α-power fibers with a central dip

JIANG SHIJUN

(*Department of Electronics, Nanjing Institute of Technology*)

(Received 1 July 1985; revised 18 August 1986)

Abstract

A normalized mathematical model is used for describing the refractive-index profile of α-power fibers with a central dip. The cut-off characteristic of the second-order mode (LP_{11}) is investigated by means of the power-series expansion method. Detailed normalized cut-off frequencies, which directly correspond to the actual refractive-index profile, are given. It is of advantage for theoretical design and measurement analysis of α-power single mode fibers.

Key Words: Fiber optics; Optical fiber transmission; Optical fiber communication.