

二维光学传递函数测量

杨向阳 郭敏贤 金国藩
(清华大学精密仪器系)

提 要

本文提出了一个应用 Radon 反变换测量二维光学传递函数的方法,文中讨论了测量原理,给出了实验结果。实验表明,这种方法在原理上和技术上都是可行的。

关键词: 光学传递函数, 测量。

一、引 言

光学传递函数(OTF)作为对光学系统质量的综合描述,全面地反映了系统孔径、光谱成分、衍射情况及像差大小所引起的综合效果。随着现代光学理论和技术的不断发展,它在像质评价、光学设计、光学信息处理等方面都得到了一定的应用。光学传递函数是二维的。但是由于其计算和测量都比较复杂,测量所得的数据量很大,不易处理,一般只能对不同方向的 OTF 做一维分析。在做像质评价时,常以几个方向上的 OTF 平均值来描述光学系统的全面特性。这一平均值显然不能表征 OTF 的全貌,也不能全面地反映光学系统的实际情况。

今天,由于大容量高速度计算机的发展,二维 OTF 的计算和测量结果的处理已不再成为问题。但至今仍没有切实可行的二维 OTF 测量方法出现。这在一定程度上限制了光学传递函数的发展、应用和普及。为了解决这一问题,作者利用雷顿(Radon)分析法对线扩散函数做二维综合得到点扩散函数(PSF),对其做二维傅氏变换得到二维 OTF。

雷顿分析是医用断层扫描仪(CT)的数学基础。在七十年代后期,Barrett 等人曾致力于光学模拟 CT 处理机的研究^[1,2],把雷顿分析引入到光学信息处理的研究领域。后来 Barrett 等人又借助雷顿分析原理,用一维空间光调制器实现了二维甚至三维卷积、相关、傅氏变换的光学模拟运算^[3,4]。而运用雷顿分析方法测量光学系统的传递函数是作者首先尝试去做的。

二、数学原理

奥地利数学家 J. Radon 于 1917 年证明^[5]: n 维物体可以由它的 $(n-1)$ 维投影得到。其再现公式即是著名的雷顿反变换公式。取 $n=2$, 设有一个二维分布 $g(x, y)$ 。其一维投影称为雷顿变换:

收稿日期: 1986 年 5 月 14 日; 收到修改稿日期: 1986 年 7 月 4 日

$$h(s, \theta) = \mathcal{R}[g(x, y)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(s \cos \theta - \mu \sin \theta, s \sin \theta + \mu \cos \theta) d\mu, \quad (1)$$

显然(1)式是沿投影线:

$$\begin{cases} x = s \cos \theta - \mu \sin \theta, \\ y = s \sin \theta + \mu \cos \theta, \end{cases} \quad (2)$$

的线积分。

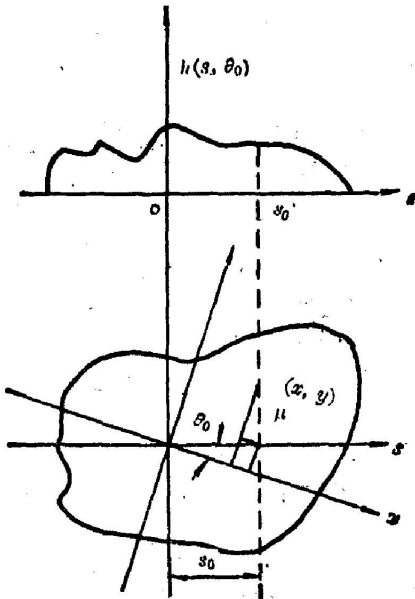


Fig. 1 Demonstration of Radon Transform

反投影变换由下式定义:

$$\mathcal{B}[h(s, \theta)] = \int_0^\pi h(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta. \quad (3)$$

$\mathcal{B}\mathcal{R}[g(x, y)] \neq g(x, y)$ 。所以反投影变换与雷顿变换不能构成变换对。为了推导雷顿反变换,令:

$$g(x, y) = \mathcal{R}_s^{-1} \mathcal{R}[g(x, y)], \quad (4)$$

$$g(x, y) = \mathcal{F}_s^{-1} \mathcal{F}[g(x, y)] = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathcal{F}_s g(x, y)] \cdot$$

$$|f_s| e^{i2\pi f_s(x \cos \theta + y \sin \theta)} df_s d\theta,$$

其中 f_s 为变量 s 所对应的傅氏谱变量。

由中心切片定理^[3]:

$$\mathcal{F}_s[g(x, y)] = \mathcal{F}_Y \mathcal{R}[g(x, y)]. \quad (5)$$

则:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \{ |f_s| \cdot \mathcal{F}_Y \mathcal{R}[g(x, y)] \} \\ &\quad e^{i2\pi f_s(x \cos \theta + y \sin \theta)} df_s d\theta \\ &= \mathcal{B} \mathcal{F}_Y^{-1} \{ |f_s| \cdot \mathcal{F}_Y \mathcal{R}[g(x, y)] \}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{B} \mathcal{H}_Y \mathcal{D}_Y \mathcal{R}[g(x, y)], \quad (7)$$

其中 $\mathcal{F}_Y, \mathcal{H}_Y, \mathcal{D}_Y$ 分别是雷顿空间的傅氏变换算符; 希尔伯特变换算符和微分算符。它们都是一维算符, 只作用于变量 s 。

(7)式就是 J. Radon 在 1917 年用算符所表示的雷顿反变换公式。尽管其数学形式很完美, 却不适于计算机处理。在用计算机处理时多将其改写为:

$$g(x, y) = \mathcal{B} \{ \mathcal{F}^{-1} [|f_s| \cdot \mathcal{R}[g(x, y)]] \}. \quad (8)$$

这就是目前所有医用 CT 扫描仪所采用的“滤波反投影公式”^[3]。它表明: 对投影数据做卷积滤波后再做反投影, 即可不失真地再现出原分布。

在二维 OTF 测量中, 用刀口扫描 PSF, 如图 2 所示, 接收到的透射信号为:

$$P(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^s g(x, y) ds d\mu. \quad (9)$$

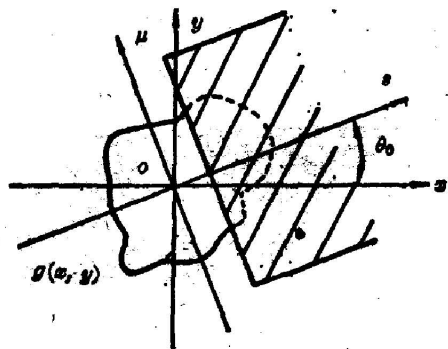


Fig. 2 Scanning

微分后得到线扩散函数:

$$I(s) = \frac{dP(s)}{ds} = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) d\mu$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g(s \cos \theta_0 - \mu \sin \theta_0, s \sin \theta_0 + \mu \cos \theta_0) d\mu = h(s, \theta_0) = h(s, \theta) |_{\theta=\theta_0} \quad (10)$$

因此, 线扩散函数就是点扩散函数的一维投影。转动刀口, 重复测量, 可以得到整个投影族。用公式(8)对投影数据做雷顿反变换, 综合出二维 PSF。经计算机做二维傅氏变换就得到了二维 OTF。(严格地讲, 这里得到的是二维调制传递函数 MTF)。

三、实验研究

笔者实测了一个 40 倍显微物镜作为光盘读写微光斑聚焦头的光学传递函数。图 3 为测量系统图。激光器经针孔滤波后由被测镜聚焦为一微光斑。针孔看作点源则该光斑即为聚焦物镜的 PSF。刀口位于像平面上。计算机经高压驱动器带动电致伸缩微位移器件往复

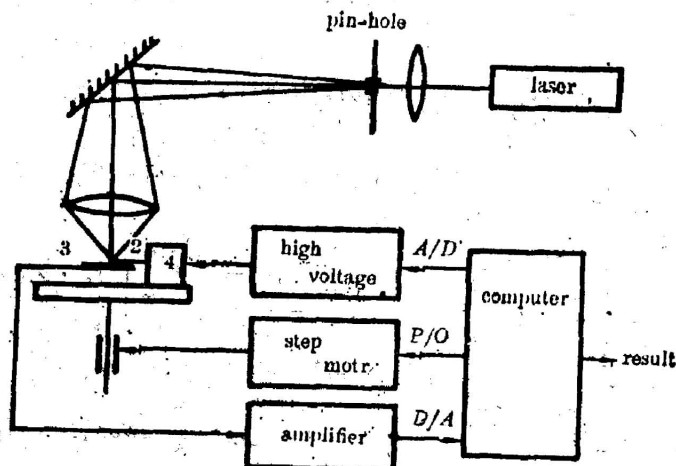


Fig. 3 Experimental Setup

1—Objective to be tested; 2—Knife-edge; 3—Detector; 4—Piezocrystal

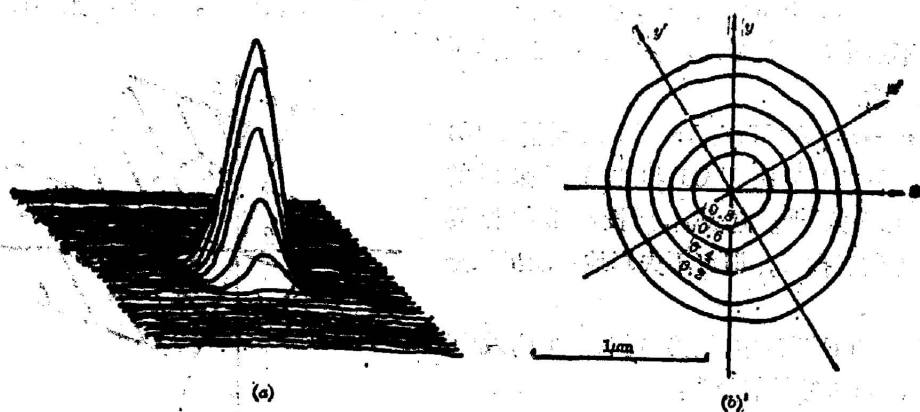


Fig. 4 Point Spread Function

运动实现刀口的扫描。扫描运动的位移重复性优于 $0.03 \mu\text{m}$ 。光电检测器件将透射光信号转化为电信号并送到计算机中。对这一信号微分就得到一个一维投影。步进电机带动刀口工作台转过某一角度,重复以上步骤,得到另一个方向上的投影。如此直到转过 180° 后完成全部投影测量工作。计算机对投影族做雷顿反变换和二维 FFT,得出聚焦物镜的二维点扩散函数和二维调制传递函数。测量结果如图 4、图 5 所示。

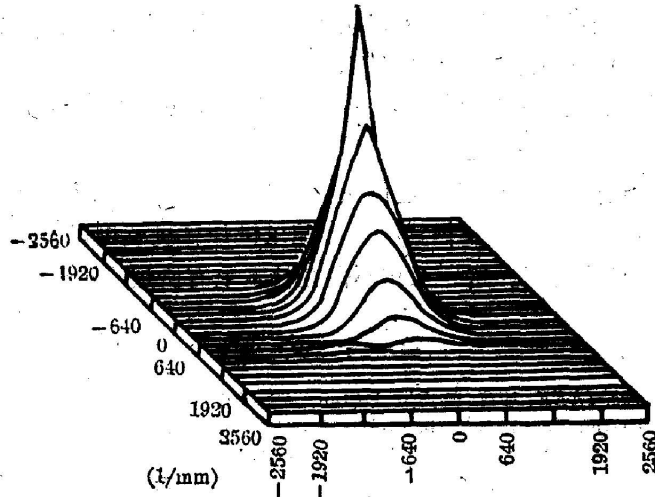


Fig. 5 Modulation Transfer Function

图 3 中针孔上的光场应为高斯分布。根据傅里叶光学理论^[7],被测镜聚焦后的点扩散函数为准高斯分布,次极大很小。所以图 4 中看不出有次极大存在。图 4(b) 表明 PSF 不是严格回转对称的,说明透镜存在像差。星点检查表明该透镜确有慧差存在,证明测量结果可信,PSF 的长短轴在 $x'-y'$ 方向上,因此 MTF 在 $x'-y'$ 方向差异最大,而在实验选定的 $x-y$ 方向,即所谓子午-弧矢方向上则相差不多(如图 6 所示)。这也说明仅做两个正交方向上的 MTF 测量是远远不够的。

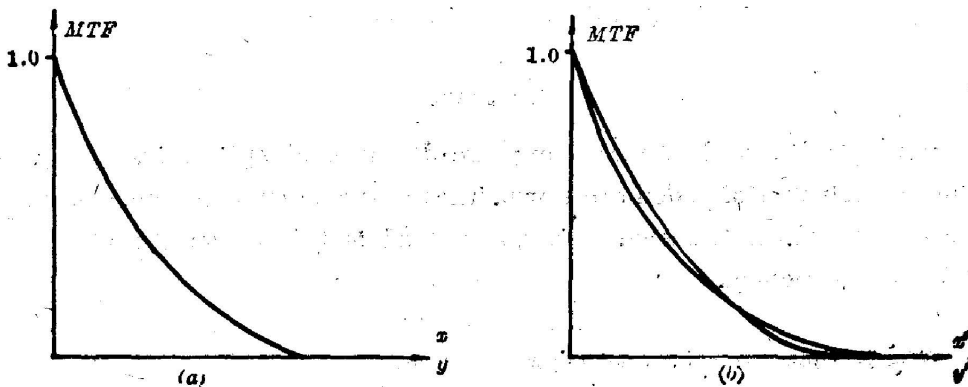


Fig. 6 MTF in $x-y$ and $x'-y'$ direction
(a) $x-y$ direction; (b) $x'-y'$ direction

用此法做多次重复测量,结果之间最大偏差小于5%;精度不是很高。对测量系统改进以后,比如选用高精度轴系、刀口和光电检测元件后,精度可以提高。

四、结 束 语

一个完善的二维光学传递函数测量仪应能测量不同波长、不同孔径的OTF。做为原理实验,我们只对图3的光盘聚焦系统进行了测量。实验结果表明这一方法无论在原理上和技术上都是切实可行的。这一工作为雷顿分析法开辟了新的应用领域,解决了二维OTF测量问题,有助于光学传递函数的发展和应用普及。

国内许多单位现有的一维传函检查仪由于精度低,使用不便,利用率很低。若利用此原理,用一转动刀口代替原来的光栅扫描机构再配以微计算机就可以改装成高精度、高效率、操作简便的二维OTF检测仪。这一工作不但在技术上有所进步而且具有很大的经济效益。

参 考 文 献

- [1] H. H. Barrett; *Proc. IEEE*, 1977, **65**, No. 1 (Jan), 89~107.
- [2] A. F. Gmitro *et al.*; *Opt. Eng.*, 1980, **19**, No. 3 (May/Jun), 260~272.
- [3] H. H. Barrett; *Opt. Lett.*, 1982, **7**, No. 6 (Jun), 248~252.
- [4] A. J. Ticknor *et al.*; *Opt. Eng.*, 1985, **24**, No. 1 (Jan/Feb), 82~85.
- [5] J. Radon; *Ber. Sachs. Akad. Wiss (Leipzig)*, 1917, **69**, 262~275.
- [6] S. W. Rowland; *Image Reconstruction from Projections*, (G. T. Herman, Springer-Verlag, Berlin, 1979), 9~69.
- [7] G. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, (McGraw-Hill, 1968), 115~117.

Measurement of two-dimensional optical transfer function

YANG XIANGYANG, WU MINXIAN AND JIN GUOFAN

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing)

(Received 14 May 1986; revised 4 July 1986)

Abstract

A method is discussed of measuring two-dimensional optical transfer function applying the principle of Radon transform. The measuring principle and experimental result are described. It is shown that the method is feasible on the view of both principle and technology.

Key Words: Optical transfer function; Measurement.