

超声驻波波面的激光相关成像

易 明 刘立新 吴志贤 黄宗华 杨选民
(南京大学物理系)

提 要

本文利用傅氏光学概念分析激光通过声驻波后的远场光场,不但被分解成空间频谱,而且在空间频谱中又有时间频谱。以此为依据,分析了超声驻波成稳定像的原理和过程;通过时间互相关过程,得出不同空间频谱中同时间频率光的非零相关值;再由不同时间频率的非相干光进行强度线性叠加,最后形成超声驻波波面的稳定像。从而澄清了声驻波成像中的一些理论上的混淆,找到了成像的新途径,实验上也得到了证实。

关键词: 超声驻波波面; 相关成像。

一、前 言

Toepler 从几何光学的观点考虑介质中存在微小不均匀性区域的成像的方法称为暗场法或称 Schlieren 法^[1], 条件是此区域和引起光波位相的变化使路径改变的大小两者都较大, 这时可以用非相干光束, 且只能在像平面上成像。但当不均匀区域的大小较小时, 就必须以衍射光学为基础的 Abbé-Porter 理论出发讨论问题。因为是位相物体, 必须要有一个利用 Zernike 相衬法等光波相幅转换的成像过程^[2], 并要用相干光束才能成像。

由于声驻波引起声光介质折射率的变化, 造成透射光波的位相变化, 当声波长较长及声压引起折射率变化较大时, 可用前述几何光学办法在像平面上直接成像。当声波长较短、处在超声频段时, 由于光的衍射就要用 Abbé-Porter 成像原理, 利用相干光束和相衬法成像。这里同样也存在两个适用范围, 两种概念。前者已获得了成功^[3], 后者作了实验^[4], 得到了否定的结果。作者认为, 把超声驻波作为位相物体考虑是对的。用相衬法成像不能成功的原因是由于声驻波的位相物与纯光学的位相物有所不同。声驻波引起的位相是随时间而变化的。但是, 由于在实际工作中发现后者的成像手段中, 需挡去零级光, 相似于 Toepler 的几何光学的成像手段。因此, 许多著作^[4~6]没有能分清这两者的根本区别, 不仅把这方法因袭称之为“阴影法”或称 Schlieren 法, 而且还在原理上也用几何光学成像道理来介释它, 造成理论上相当大的混淆。

本文通过对驻声波的光场中, 含有空间频谱和时间频谱的分析, 运用时间相关概念, 不仅可阐明超声驻波波面成稳定像的原理, 以帮助澄清声驻波成像中的混淆概念, 又进而找到超声驻波成像的新途径, 也从实验上得到了证实, 这样更进一步证明了本文论述的正确性。

二、原 理

1. 单色光垂直入射于超声驻波场时的空间频谱和时间频谱效应

众所周知, 声驻波在声光介质中, 除表现为周期状的位相物体, 从而引起光波衍射产生空间频谱效应外, 由于这样位相物体又是时间 t 的函数, 故还必须研究单色光垂直入射于超声驻波场时的时间频谱效应。

设如图 1 中由声压 p 引起的折射率变化幅值为 ΔN , 则驻波介质中折射率变化为*

$$N(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) = N_0 + \Delta N [\cos(\omega_A t - \mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1) + \cos(\omega_A t + \mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1)], \quad (1)$$

式中 N_0 为介质中未受声扰动时的平均折射率, ω_A 为超声圆频率, \mathbf{K}_A 为声波矢, \mathbf{r}_1 为位置矢量。若以光频 ω_0 , 光波矢 $\mathbf{k} = (\omega_0/c)$ 的平面单色光垂直入射, 通过长度为 l 的介质后, 在 \mathbf{r}_1 面出射的光场为

$$E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) = E_0 \exp\{i[\omega_0 t - k l N(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t)]\}, \quad (2)$$

该光场通过透镜 L_0 的傅氏变换, 在后焦面 \mathbf{r}_2 上得到光场 $E_2(\mathbf{r}_2, t)$

$$E_2(\mathbf{r}_2, t) \propto \int_W E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) \exp(-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2/f) d\mathbf{r}_1, \quad (3)$$

式中 W 为 \mathbf{r}_1 面上宽度为 W 的光照区。把(1)式、(2)式代入(3)式, 再利用恒等式

$$\exp(-i\beta \cos \theta) = (-i)^p \sum_{p=-\infty}^{\infty} J_p(\beta) \exp(ip\theta), \quad (4)$$

又令 $\theta_1 = (\omega_A t - \mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1)$, $\theta_2 = (\omega_A t + \mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1)$ 。积分得**

$$E_2(\mathbf{r}_2, t) \propto E_0 \sum_p \sum_q J_p(\beta) J_q(\beta) \exp\{i[\omega_0 + (p+q)\omega_A]t\} \sin O \left[\left(-p\mathbf{K}_A + q\mathbf{K}_A + \mathbf{k} \frac{\mathbf{r}_2}{f} \right) \frac{W}{2} \right], \quad (5)$$

式中 p, q 整数 $0, \pm 1, \pm 2, \dots$, $\beta = kl\Delta N$ 。从(5)式中 $\sin O$ 函数可见, 因为光束的线度比声驻波长大得多, 可以只考虑衍射的主极大值为 $-p\mathbf{K}_A + q\mathbf{K}_A + \mathbf{k}(\mathbf{r}_2/f) = 0$, 即 $|\mathbf{r}_2| = (p-q)K_A(f/k) = n\lambda f/\Lambda_A$, 式中 λ 为光波长, Λ_A 为声波长, $n = (p-q)$ 为衍射级次, 可见衍射光分离为不同的衍射级次, 即空间频谱。

又从(5)式中指数项可知, 衍射光的光频为

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \omega_0 + (n+2q)\omega_A, \quad q=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (6)$$

显然, 在每一个衍射级次(例如第 n 级中), 具有对应于不同的 q 值的分离的光频成份。

再从(5)式中振幅项可见, 不同衍射级次, 不同光频的光场振幅值为

$$E(\mathbf{r}_2, n+q, q) \propto J_{(n+q)} J_{q0} \quad (7)$$

* 为简单起见, 假设驻波由等声压的入射波及反射波所引起。

** $J_p(\beta), J_q(\beta)$ 为第一类贝塞耳函数, 简写作 J_p, J_q 。

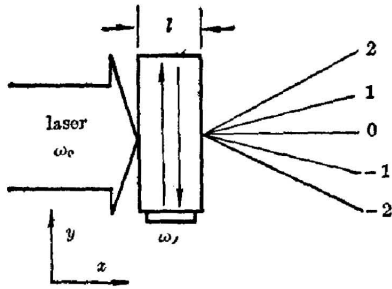


Fig. 1 Optical diffraction of ultrasonic standing waves

可见,光在驻声波场中的衍射,既分离为空间频谱,并在空间频谱中含有不同振幅的时间频谱。为清楚起见,今把驻声波光场不同衍射级次的移频与振幅关系整理成表 1。

Table 1 The relation between frequency shifted and amplitude of different orders for acoustic standing wave grating

Diffracted order $n=p-q$	Spatial spectrum $ \mathbf{r}_2 =n\lambda f/\Delta_A$	The amplitude of different shifted frequency								
		0	ω_A	$-\omega_A$	$2\omega_A$	$-2\omega_A$	$3\omega_A$	$-3\omega_A$	$4\omega_A$	$-4\omega_A$
0	$ \mathbf{r}_2 =0$	J_0J_0			J_1J_1	$J_{-1}J_{-1}$			J_2J_2	$J_{-2}J_{-2}$
+1	$ \mathbf{r}_2 =\lambda f/\Delta_A$		J_1J_0	J_0J_{-1}			J_2J_1	$J_{-1}J_{-2}$		
-1	$ \mathbf{r}_2 =-\lambda f/\Delta_A$		J_0J_1	$J_{-1}J_0$			J_1J_2	$J_{-2}J_{-1}$		
+2	$ \mathbf{r}_2 =2\lambda f/\Delta_A$	J_1J_{-1}			J_2J_0	J_0J_{-2}			J_3J_1	$J_{-1}J_{-3}$
-2	$ \mathbf{r}_2 =-2\lambda f/\Delta_A$	$J_{-1}J_1$			J_0J_2	$J_{-2}J_0$			J_1J_3	$J_{-3}J_{-1}$

为简单起见,表 1 中只列出了前二级空间频谱。表的右边表示各时间移频值对应不同的光振幅值(列到移频值 $\pm 4\omega_A$ 以下为止)。例如,第一行表示零级衍射光,即零级空间频谱中有多个时间移频值: $0, 2\omega_A, -2\omega_A, 4\omega_A, -4\omega_A, \dots$ 分别具有不同的光振幅值: $J_0J_0, J_1J_1, J_{-1}J_{-1}, J_2J_2, J_{-2}J_{-2}, \dots$, 即空间频谱中有时间频谱。

2. 移动位相物体的时间相关直接成像

前面已论述,通过透镜 L_e , 在其后焦面 \mathbf{r}_2 面上得到 \mathbf{r}_1 面上光场 $E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t)$ 的傅氏变换,即空间频谱如图 2 所示,当 \mathbf{r}_3 平面离开 \mathbf{r}_2 面的距离 l 足够大,满足远场条件时, \mathbf{r}_3 平面的光场是 \mathbf{r}_2 光场的傅氏变换。由于 $\omega_0 \approx 10^{14} \gg \omega_A \approx 10^8$, 故在 \mathbf{r}_2 面上不同时间频率的光波矢均可用同一 k 表示。则 \mathbf{r}_3 面光场为*

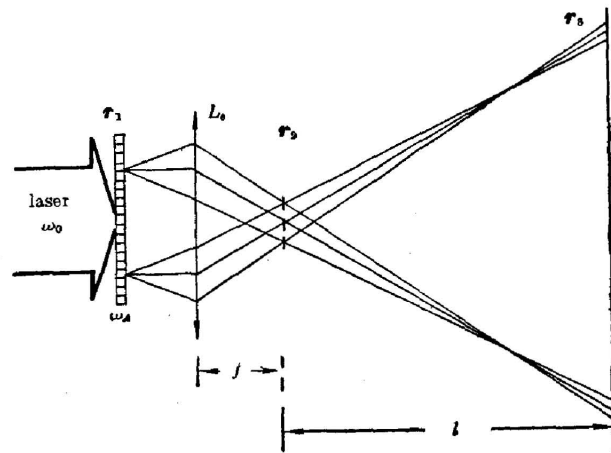


Fig. 2 Optical setup

$$E_3(\mathbf{r}_3, t) \propto \iint E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) \exp\left(-ik \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2}{f}\right) \exp\left(-ik \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{l}\right) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2$$

$$= \iint E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) \exp\left[-ik\left(\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2}{f} + \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{l}\right)\right] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \tag{8}$$

$$\therefore |\mathbf{r}_3|/|\mathbf{r}_1| = -l/f = M, \tag{9}$$

$$\therefore E_3(\mathbf{r}_3, t) \propto E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t) = E_1\left(\frac{\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_3}{M}, t\right). \tag{10}$$

由(10)式, \mathbf{r}_3 面上光场 $E_3(\mathbf{r}_3, t)$ 即为 \mathbf{r}_1 面上光场 $E_1(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1, t)$, 其放大倍数为 M 。

* 为简单起见,这里忽略透镜口径受限制的常数因子。

考虑到光强 $I \propto EE^*$, 在 r_3 面利用光强探测器所得光强是时间互相关, 利用时间平均关系

$$\langle f(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t) dt, \quad (11)$$

则 r_3 面上光强为

$$I(r_3, t) \propto \langle E_3(r_3, t) E_3^*(r_3, t) \rangle, \quad (12)$$

其中 E_3^* 是 E_3 的共轭项, 利用关系式(10), 则

$$I(r_3, t) \propto \langle E_1(K_A \cdot r_1, t) E_1^*(K_A \cdot r_1, t) \rangle, \quad (13)$$

与求 $E_1(r_1, t)$ 方法相似, 把(1)式代入(2)式, 利用(4)式即得

$$E_1(K_A \cdot r_1, t) \propto E_0 \sum J_p \sum J_q \exp\{i[\omega_0 + (n+2q)\omega_A]t\} \exp(-inK_A \cdot r_1). \quad (14)$$

再把(14)式代入(13)式展开, 整理归并成不同时间频率和相同时间频率的两大项, 可以看出, 时间积分项具有以下形式

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \exp[i(\omega_0 + m_1\omega_A)t] \exp[-i(\omega_0 + m_2\omega_A)t] dt,$$

其中 $m_1 = n_1 + 2q_1$, $m_2 = n_2 + 2q_2$. 当 $m_1 \neq m_2$ 时, 积分项为零, 即不同时间频率的光, 在时间上是不相关的。而当 $m_1 = m_2 = m$ 时, 积分为常数, 即相同时间频率的光是互相关的, 有非零相关值。

这样, 把在不同空间频率中但具有相同时间频率的光分别叠合在一起写成

$$I(r_3) \propto E_0(K_A \cdot r_1) E_0^*(K_A \cdot r_1) + E_{\omega_A}(K_A \cdot r_1) E_{\omega_A}^*(K_A \cdot r_1) + E_{-\omega_A}(K_A \cdot r_1) E_{-\omega_A}^*(K_A \cdot r_1) + E_{2\omega_A}(K_A \cdot r_1) E_{2\omega_A}^*(K_A \cdot r_1) + \dots, \quad (15)$$

式中的下脚标 $\Delta\omega = 0, \omega_A, -\omega_A, 2\omega_A, -2\omega_A, \dots$ 分别表示为具有同频的光频移频值。现在(15)式内已经不含时间 t 了。

(15)式表示了在 r_1 面的光场内已隐含了空间和时间频谱。显然, 为简单起见, 以后就可以用在 r_1 面的相同时间频率而不含时间变量 t 的光场 $E_0(K_A \cdot r_1), E_{\omega_A}(K_A \cdot r_1) \dots$ 等直接表示此成像结果, 而此结果表明, 虽然声驻波是变化的位相物体, 但确得到了一个不随时间变化的、稳定的驻声波波面像。

(15)式就是各种不同时间频率的光强度线性叠加原理, 也就是本文所讨论的成像基础。可见, 不论 l 为何值, 只要足够大, 在 r_3 屏上总可成 $M = (l/f)$ 倍的像, 这一结论不同于 Toepler 的几何光学理论只能在像平面才能成像。

3. 空间滤波与线性成像的对比度

(15)式虽用 r_1 面上的空间光场表示了在 r_3 面的成像结果, 可是实际上空间频谱及不同空间频谱中的时间频谱, 通过傅氏变换后一定要在 r_2 面上才能得到。为获得所需的不同成像效果, 必须在 r_2 面上进行空间滤波, 必须根据表 1 选择合适的空间频谱、采取适当的滤波方法。现在分析两种超声驻波成像方法。

(1) 先按照一般声驻波成像方法, 只取正负一级和零级空间频谱, 则根据(15)式, 在 r_3 面上, 正负一级加零级空间谱的成像强度分布为

$$I(r_3) \propto I_0 + I_{\omega_A} + I_{-\omega_A} + I_{2\omega_A} + I_{-2\omega_A} + I_{4\omega_A} + I_{-4\omega_A},$$

根据表 1 及关系式 $J_{-p} = (-1)^p J_p$ 和三角变换公式得

$$I(r_3) \propto J_0^4 + 2J_1^4 + 2J_2^4 + 4J_1^2(J_0^2 + J_2^2)(1 + \cos 2K_A \cdot r_1). \quad (16)$$

从(16)式可知,前三项纯为零级光所造成的背景光,而最后一项 $(1+\cos 2\mathbf{K}_A\cdot\mathbf{r}_1)$ 为正负一级相同光频项相关所造成的空间光强分布,这个图像分布和时间 t 无关,是一个稳定的像。其中, $2\mathbf{K}_A=[2\pi/(\Lambda_A/2)]$,故空间周期为 $(\Lambda_A/2)$,也就是说,在 \mathbf{r}_3 面显示了声驻波的半个声波长的周期波面强度像。

按定义对比度为

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4J_1^2(J_0^2 + J_2^2)}{J_0^4 + 2J_1^4 + 2J_2^4 + 4J_1^2(J_0^2 + J_2^2)}, \quad (17)$$

式中 $J_0^4 + 2J_1^4 + 2J_2^4$ 项为零级光所造成,零级光强时,对比度小。故若完全挡去零级光,则可获得对比度为1的声驻波波面像。这就是为什么要挡去零级光的原因,也是文献[4]不能成功的关键所在。但这和 Toepler 的基于几何光学原理挡去透镜轴上光点的暗场法手段上相似,然而后者是基于光线路径变化而成像,和前者有本质上不同。

(2) 若选取具有相同时间频谱的正负二级及零级光,在 \mathbf{r}_3 面上相关成像,则强度分布按(15)式及表1可得

$$I(\mathbf{r}_3) = I_0 + I_{2\omega_A} + I_{-2\omega_A} + I_{4\omega_A} + I_{-4\omega_A} \propto J_0^4 + 2(J_1^4 + J_2^4) + 4[-J_0^2 J_1^2 + 2(J_0 J_1^2 J_2 + J_1 J_2^2 J_0)] \cos 2(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1) + 2[J_1^4 + 2(\overline{J_0 J_2^2} + \overline{J_1 J_3^2})] [1 + \cos 4(\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1)], \quad (18)$$

式中 $(1 + \cos 4\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1)$ 项为 $\Lambda_A/4$ 的成像,即驻声波的空间倍频像。通常情况下, $J_0 \gg J_1 \gg J_2 \gg J_3$ 故此项可略去,其它项为声驻波光学成像项,即也为驻声波波面的稳定像。这时,对比度为

$$V \cong \frac{4J_0^2 J_1^2}{J_0^4 + 2J_1^4} \cong \frac{4J_1^2}{J_0^2}. \quad (19)$$

若对零级光加以衰减,衰减系数 $\alpha = (4J_1^2/J_0^2)$,则 $V=1$ 。故可适当选择 α ,使对比度最大而倍频像不明显。

若完全挡去零级光,则按(14)式及表1可得

$$I(\mathbf{r}_3) \propto (2J_1^4 + 4\overline{J_0 J_2^2} + 4\overline{J_1 J_3^2})(1 + \cos 4\mathbf{K}_A \cdot \mathbf{r}_1). \quad (20)$$

那么,这样的成像就纯粹是声驻波波面的空间倍频像。故这种方法中,零级光参与成像,只能作适当衰减,不能完全挡去。并且由于正负二级光具有相同位相,不必象通常相衬法成像方法中那样,零级光要加上 $\pi/2$ 位相板,就能得强度像。这是利用本文原理分析得出的一种新方法,完全与前述几种方法不同。这样,也更可以说明利用本文原理,可以充分揭示超声驻波成光学像的物理本质。

三、实验装置与结果

为了证实以上的讨论,我们采用如图2所示的实验装置。声驻波器件为重火石玻璃,驻波声频为22 MC,透镜焦距 $f=11.5$ cm,滤波平面离屏 $l=313$ cm,放大倍数为27倍。实验结果见以下照片,由于当零级与正负一级光同时成像的照片对比度极差,故不列入。图3系正负一级光成驻波波面像。图4系正负二级光成驻波波面空间倍频像。图5系正负二级及部分衰减的零级光成驻波波面像,由于零级衰减过大,有空间倍频现象存在。

本实验装置及器件制作都有甘进福同志协助完成,谨致感谢。

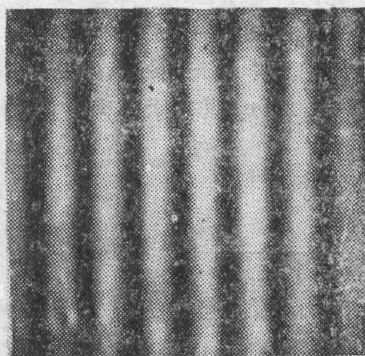


Fig. 3 Imaging of
 ± 1 order

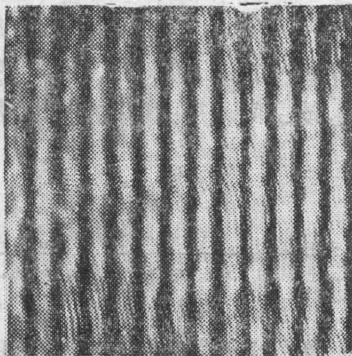


Fig. 4 Imaging of
 ± 2 order



Fig. 5 Imaging of ± 2 order
and partial decayed 0 order

参 考 文 献

- [1] A. Toepler; *Acoustical Measurements Methods and Instrumentation*, (Miller, Harry Bernard, ed., Hurchinson Ross Press, Stroudsbury, 1982), 188.
- [2] Max Born, Emil Wolf; *Principles of Optics*, (Pergamon Press, Oxford, 1980), 424.
- [3] Kolb, A. P. Loeber; *J. Acoust. Soc. Am.*, 1954, **26**, No. 2 (Mar), 249.
- [4] V. E. Heinemann; *Optik*, 1952, **9**, No. 8 (Aug), 379.
- [5] L. 别尔格曼; *超声*, (中译本) (L. 别尔格曼, 国防出版社, 北京, 1964), 152.
- [6] P. Kang, F. C. Yong; *Amer Journal of Physics*; 1972, **40**, No. 5 (May), 697.

Laser correlation imaging of UHF acoustic standing wavefront

YI MING, LIU LIXIN, WU ZHIXIAN, HUANG ZONGHUA AND YANG XUANMIN
(Department of Physics, Nanjing University)

(Received 10 April 1986; revised 6 June 1986)

Abstract

On the basis of the Fourier optics, we've analysed the optical far-field of a laser beam passing through the UHF acoustic standing waves and found that there is temporal spectrum in the spatial spectrum on the far-field plane besides the spatial spectrum. In accordance with the above results we've developed an imaging principle of UHF acoustic standing wavefronts: by temporal crosscorrelation, the non-zero value of correlation of the same temporal frequencies in the different spatial frequencies is obtained; then by intensity linear superposition of incoherent light of the different temporal frequencies, a stable visible image of UHF acoustic standing wavefronts is obtained. Therefore we have not only clarified the confusion of the theory but also developed a new method for imaging the UHF acoustic standing wavefronts. And the results have been proved experimentally.

Key Words: UHF acoustic standing wave front, Correlation imaging.