

# 电子等离子体波反射点附近的 有质动力效应

余 玮 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

## 提 要

本文首次研究了电子等离子体波反射点附近的有质动力效应, 确定了描写这一效应的各特征参量之间的联系, 并自洽地求出位于该区域的等离子体密度台阶及相应的电子等离子体波。

关键词: 等离子体波; 密度轮廓。

光场有质动力在等离子体临界密度区造成的密度轮廓修正已为人们所熟知<sup>[1~3]</sup>。在那里, 由于入射光波的反射, 等离子体承受着两倍的光压、光子动量的局部沉积<sup>[4]</sup>将使密度梯度明显变陡, 并在其上、下两端的邻近区域形成梯度平缓的上、下坪台。不难设想, 当电子等离子体波在其临界密度区反射时, 那儿的等离子体也将承受两倍的波压, plasmon 动量的局部沉积也将造成类似的“台阶状结构”。由于激光-等离子体相互作用的多数物理过程均伴有电子等离子体波生成, 因此, 对电子等离子体波反射点附近的有质动力效应作一定量的研究是有意义的。

本文首次采用分析力学类比的方法, 自洽地计算了临界区等离子体密度轮廓及相应的电子等离子体波, 导出了各特征参量之间的依赖关系。计算结果表明: 与光波反射点附近的情况相比, 电子等离子体波反射点附近将出现更为陡峭的密度台阶。

为了自洽地导出电子等离子体波临界区的密度轮廓与场分布, 必须对稳态流体动力学方程及波动方程联立求解。稳态流体动力学方程为<sup>[1~3]</sup>:

$$\frac{d}{d\xi}(NV) = 0, \quad (1)$$

$$V \frac{dV}{d\xi} = -\frac{1}{4} \frac{d}{d\xi} q^2 - \frac{1}{N} \frac{dN}{d\xi}, \quad (2)$$

这里采用了归一化单位:

$$N = n_0/n_{cr}; V = v_0/c_s; \xi = \frac{\omega}{v_0} x;$$

$$q = eE(x)/m\omega v_e; v_e = (T_e/m)^{\frac{1}{2}}; c_s = (zT_e/m_i)^{\frac{1}{2}},$$

式中,  $n_0, v_0$  为等离子体密度及等离子体流动速度,  $n_{cr}$  为电子等离子体波的临界精度,  $c_s, v_e$  为离子声速及电子热速度,  $e, m, m_i, z, \omega, E$  分别为电子电荷、电子质量、离子质量、离子电荷数、等离子体波频率及电场强度。由方程(1)、(2)可导出下列关系式:

$$V = N_s/N, \quad (3)$$

$$q^2 = q_s^2 - 2(V^2 - \ln V^2 - 1), \quad (4)$$

$$\frac{d}{d\xi} q^2 = 4(N_s^2 N^{-3} - N^{-1}) \dot{N}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\xi^2} q^2 &= 2(\dot{q}\dot{q} + \dot{q}^2) \\ &= 4[(N_s^2 N^{-3} - N^{-1}) \dot{N} - (3N_s^2 N^{-4} - N^{-2}) \dot{N}^2], \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $N_s, q_s$  为  $N, q$  在声速点(即  $V=1$  的点)的值,  $\dot{N}, \dot{q}, \ddot{q}$  表示  $N, q$  对  $\xi$  的一次及二次导数。

在不均匀等离子体中, 电子等离子体波波动方程为:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} q - \frac{1}{N} \frac{dN}{d\xi} \frac{dq}{d\xi} + (1-N)q = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dq}{d\xi} = -\delta N, \quad (8)$$

其中  $\delta N = \delta n/n_{or}$ ,  $\delta n$  为电子等离子体波引起的等离子体本底密度基础上的电子密度起伏。方程(7)可改写为

$$\frac{d}{d\xi} \left( \frac{\dot{q}}{N} \right) + \frac{1}{N} (1-N)q = 0, \quad (9)$$

将  $p = \frac{\dot{q}}{N}$  视为动量,  $q, \xi$  视为坐标与时间, 则由(9)式可列出哈密顿方程:

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} = -\frac{1}{N} (1-N)q, \quad (10)$$

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad (11)$$

用分析力学的方法求解上述方程, 并以由流体动力学方程导出的(5)式代入, 即可得到“能量积分”:

$$\frac{1}{2N^2} \dot{q}^2 + 2 \left( -\frac{1}{4} N_s^2 N^{-4} + \frac{1}{3} N_s^2 N^{-3} + \frac{1}{2} N^{-2} - N^{-1} \right) = E, \quad (12)$$

其中  $E$  为常数。将(7)式代入(6)式后得到:

$$\dot{q}^2 - (1-N)q^2 = 2(N_s^2 N^{-3} - N^{-1}) \dot{N} - 4(2N_s^2 N^{-4} - N^{-2}) \dot{N}^2. \quad (13)$$

在声速点,  $N = N_s$ , 且  $q_s, \dot{N}_s$  为有限值, 由(5)式可知  $\dot{q}_s = 0$ , 因此声速点即场量  $q$  在临界区的驻点。由(12)、(13)式可知:

$$E = \frac{1}{2} N_s^{-2} - \frac{4}{3} N_s^{-1}, \quad (14)$$

$$\dot{q}^2 = \frac{1}{V^2} \left[ (1-V^2)^2 - \frac{8}{3} N_s \left( 1 + \frac{1}{2} V^3 - \frac{3}{2} V \right) \right], \quad (15)$$

$$4 N_s^{-2} \dot{N}_s^2 = (1-N_s) q_s^2, \quad (16)$$

我们用右下标  $m$  表示电子密度起伏  $\delta N$  的驻点, 在那里  $\delta \dot{N}_m = \ddot{q}_m = 0$ 。由(5)、(7)、(12)式得到:

$$\ddot{q} - \frac{1}{2(V^2-1)} q \dot{q}^2 + (1-N)q = 0,$$

$$\delta N_m^2 = 2(1 - N_m)(V_m^2 - 1) = \frac{1}{V_m^2} \left[ (1 - V_m^2)^2 - \frac{8}{3} N_s \left( 1 + \frac{1}{2} V_m^3 - \frac{3}{2} V_m \right) \right], \quad (17)$$

$$N_s = \frac{3}{8} (1 - N_m^2) / \left( 1 - \frac{1}{4} V_m^3 - \frac{3}{4} V_m \right), \quad (18)$$

在上坪台, 场强及其导数均趋于零<sup>[1~3]</sup>, 用  $N_s$ 、 $V_s$  表示上坪台密度及流动速度, 代入(4)、(15)式, 得到

$$q_s^2 = 2(V_s^2 - \ln V_s^2 - 1), \quad (19)$$

$$N_s = \frac{3}{8} (1 - V_s^2)^2 / \left( 1 + \frac{1}{2} V_s^3 - \frac{3}{2} V_s \right), \quad (20)$$

在下坪台,  $q=0$ 、 $\dot{q} \neq 0$ , 用  $N_1$ 、 $V_1$  表示下坪台密度及流动速度, 得到:

$$q_1^2 = 2(V_1^2 - \ln V_1^2 - 1), \quad (21)$$

$$\dot{q}_1^2 = \delta N_1^2 = \frac{1}{V_1^2} \left[ (1 - V_1^2)^2 - \frac{8}{3} N_s \left( 1 + \frac{1}{2} V_1^3 - \frac{3}{2} V_1 \right) \right], \quad (22)$$

(16)~(22)式给出了有关临界区密度轮廓及电子等离子体波的各主要特征参量之间的依赖关系。对于任一给定的声速点场强  $q_s$ ,  $N_s$ 、 $N_1$ 、 $N_m$ 、 $N_s$ 、 $\dot{N}_s$ 、 $\delta N_m$ 、 $\delta N_1$  均可随之确定。

等离子体密度轮廓通常由其局域定标长度  $L(\xi)/\lambda_{D0} = |N/(dN/d\xi)|$  描叙, 其中  $\lambda_{D0} = v_e/\omega$ 。将(4)、(15)式代入(5)式后求得, 除声速点外, 临界密度区各点的局域定标长度为:

$$L(\xi)/\lambda_{D0} = 2V|V^2 - 1| / \left[ (1 - V^2)^2 - \frac{8}{3} N_s \left( 1 + \frac{V^3}{3} - \frac{3}{2} V \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ \times [q_s^2 - 2(V^2 - \ln V^2 - 1)]^{\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

声速点的局域定标长度可以由(16)式得到。对(23)式求积分, 可以得到临界区各点的等离子体密度及等离子体流动速度; 再以此代入(4)、(15)式, 则得到临界区各点的等离子体波场强及电子密度起伏。

由有质动力引起的密度轮廓修正仅出现在光波或电子等离子体波反射点附近的临界密度区, 下坪台以下的低密度等离子体的密度轮廓仍可由稀疏波的自相似解描叙<sup>[4]</sup>:

$$N(\xi) = N_1 \exp[(\xi_1 - \xi)\lambda_{D0}/L], \quad (24)$$

其中  $\xi_1$  为下坪台坐标,  $\xi$  轴指向低密度区并以声速点为坐标原点; 低密度区的定标长度  $L$  为一恒量, 且  $L \gg \lambda_{D0}$ 。上述指数型密度轮廓中的等离子体波场强及电子密度起伏可以用 W. K. B. 法由(7)、(8)两式解出:

$$q(\xi) \sim 2q_0 \epsilon^{-1/4} e^{(\xi_1 - \xi)\lambda_{D0}/2L} \sin \left[ -\frac{L}{\lambda_{D0}} \left( 2\sqrt{\epsilon} + \ln \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} + c \right) \right], \quad (25)$$

$$\delta N(\xi) \sim -2q_0 \epsilon^{1/4} e^{(\xi_1 - \xi)\lambda_{D0}/2L} \cos \left[ \frac{L}{\lambda_{D0}} \left( 2\sqrt{\epsilon} + \ln \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} + c \right) \right], \quad (26)$$

其中  $c = -2\sqrt{\epsilon_1} - \ln(1 - \sqrt{\epsilon_1}) / (1 + \sqrt{\epsilon_1})$ ,  $\epsilon = 1 - N$ ,  $\epsilon_1 = 1 - N_1$ ,  $q_0$  是描叙低密度区电子等离子体波振幅的特征参量。由(26)式得到, 在下坪台

$$\delta N_1 = -2q_0 (1 - N_s/V_1)^{\frac{1}{4}}, \quad (27)$$

由(22)、(27)式得到:

$$4q_0^2 = \left[ (1 - V_q^2)^2 - \frac{8}{3} N_s \left( 1 + \frac{1}{2} V_1^3 - \frac{3}{2} V_1 \right) \right] / V_1^2 (1 - N_s/V_1)^{\frac{1}{2}}, \quad (28)$$

这样就将  $q_0$  与  $q_s$  及临界密度区的其他特征参量联系起来。图 1、2 中画出了临界密度区特征参量  $N_1, N_2, N_s, N_m, \delta N_m, q_s$  及  $L_s/\lambda_{DC}$  对于  $q_0$  的依赖关系。图 3 则画出了当  $q_0=0.09, L/\lambda_{DC}=1000$  时的等离子体密度轮廓(a)、电子等离子体波场强(b)及电子密度起伏(c)。由于图 2 中的  $\lambda_{DC} = \frac{v_e}{2\pi C} \lambda_0$  ( $\lambda_0$  为光在真空中的波长)、而  $v_e \ll c$ , 故与光波反射点附近的情

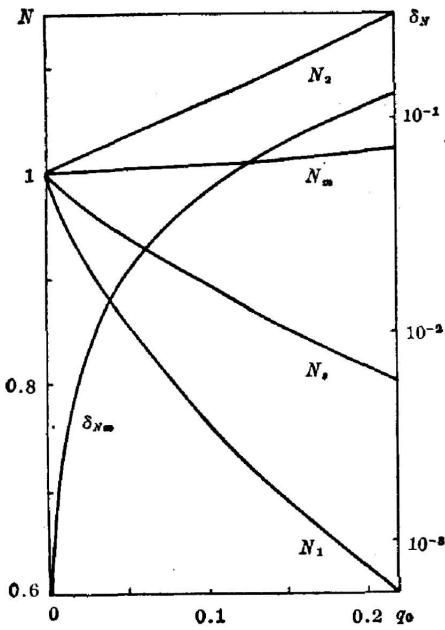


Fig. 1 The  $q_0$  dependence of parameters characterizing the critical region

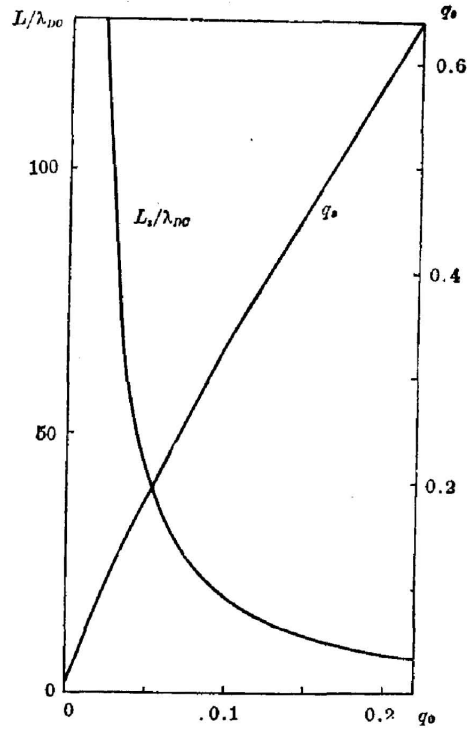


Fig. 2 The  $q_0$  dependence of parameters characterizing the critical region

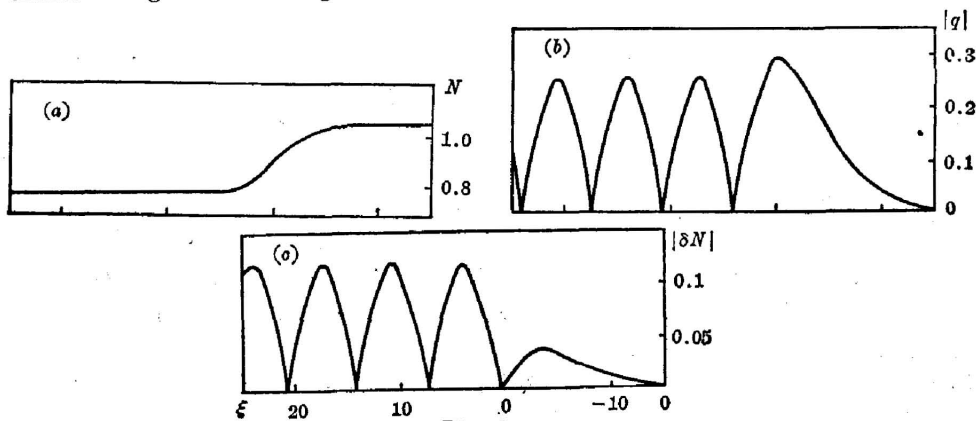


Fig. 3

- (a) Plasma density profile; (b) Electric field of the plasma waves;
- (c) Electron density fluctuation (where  $q_0=0.09, L/\lambda_{DC}=1000$ )

况<sup>[3]</sup>相比,电子等离子体波反射点附近的小区域内将出现更为陡峭的密度台阶。这一结果在激光-等离子体相互作用的研究中是值得注意的。

### 参 考 文 献

- [1] K. Lee *et al.*; *Phys. Fluids*, 1977, **20**, No. 1 (Jan), 51~54.  
 [2] W. L. Kruer, K. G. Estabrook; *Phys. Fluids*, 1983, **26**, No. 7 (Jul), 1888~1892.  
 [3] 徐至展,余玮;《物理学报》,1984, **33**, No. 10 (Oct), 1442~1447.  
 [4] R. D. Jones *et al.*; *Phys. Fluids*, 1981, **24**, No. 2 (Feb), 310~314.

## Ponderomotive effect near the reflection points of electron plasma waves

YU WEI AND XU ZHIZHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 18 March 1986; revised 15 July 1986)

### Abstract

In this paper, the ponderomotive effect near the reflection points of electron plasma waves is investigated for the first time. The interdependent relations among the various parameters which characterize the effect are determined, and the plasma density jump and electron plasma wave are self-consistently derived.

**Key Words:** plasma wave; density profile.

(上接第 165 页)

与会代表普遍认为,光学测试既是一门古老的但又是一门崭新的学科;既是一门理论性很强的但又是一门应用性很强的学科,它是一门完整的、具有独立科学体系的光学分支,光学以及与之相关领域的发展有赖于光学测试技术的发展;同时,现代科学技术的相互渗透,又促进了光学测试本身向更高水平的发展。这次会议显示了目前国内已具有一支新老结合的雄厚的光学测试工作者的队伍,他们分散在各类研究机构、高等院校及工矿企业部门,为了加强横向联系和更有效地为国民经济服务,为便于同国内外相应组织及同行进行学术交流,因此,大会一致通过:

1. 关于“申请成立中国光学学会光学测试专业委员会的报告”,呈报中国光学学会审批;为便于今后开展工作,这次会议成立了全国光学测试联络组;

2. 会议决定 1988 年 9 月在江西召开下一届全国光学测试技术交流会。

(徐德衍 高峰)