第7卷 第12期
1987年12月

光学学报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 7, No. 12
December, 1987

光学系统经济公差探讨

姜会林
(中国科学院长春光学精密机械研究所)

提　　要

本文从提高光学系统经济效益的宗旨出发，提出了以成本最小为目标函数，以对比传递函数允许改变量和加工能力为约束条件，用概率统计方法制订光学公差的思想和计算公式，并用实例证明了它的可行性。

关键词：光学系统的公差。

一、引　　言

目前，有几种通过计算制订公差的办法[1~3]。其基本思想大都是从满足光学性能指标(如球差、彗差、色差以及焦距等)出发，列出各项结构参数变化对各性能影响的关系式(一般是近似的)，或单独求解或联立求解，从而确定光学公差值。

这样给出的公差，普遍反映偏严，即并非使用要求所必需的。之所以偏严，是因为设计者在制订公差时，主要考虑的就是满足上述那些分立的几何象差和焦距等，而这些量对总体性能和使用要求的定量影响关系，目前还不完全明确，因而常常是在工艺上能做得到的情况下觉得严比松有把握；另外，对补偿因素及其能力考虑得不够，制订公差有时不分主次，也是公差偏严的原因。

要想合理地制订光学公差，就应该既要保证必要的光学性能，又要获得尽量高的经济效益。根据目前制订光学公差的现状和对国内一些光学工厂生产情况的初步调查，提出如下制订光学公差的基本思想：

以成本最小为目标函数，以单一性能指标 MTF 的允许改变量和加工能力为约束条件，充分利用各参数间的补偿作用，并运用概率统计方法，进行优化计算确定光学公差值。

二、步　　骤

1．列出成本与各公差间关系式，然后以成本最小作为求公差的单一目标函数。其中成本与各公差间的函数关系，是通过国内一些工厂的初步调查整理得到的。

2．以 MTF 作为单一性能指标(小象差系统可用波差)，用其允许改变量与各公差间的关系式作为第一约束条件。这样可克服多性能指标的一些缺点(如各项指标的要求不好确定，彼此间权重不易分配，多指标的数学求解不大方便等)。函数中各灵敏度系数可通过光线计算或微分求出。

收稿日期：1986年9月4日；收到修改稿日期：1987年3月9日

3．用加工能力作为第二约束条件。加工能力即指公差上下限。如 $1\leqslant N\leqslant 10$，若计算中得到某一面 $N>10$，则认为没有必要这么松，应将它定为 $N=10$，再参加运算；若计算中得到 $N<1$，则认为此要求过严了，应把它定为 $N=1$，再参加运算。

4．各结构参数的制造误差是服从某方差的正态分布的随机变量；性能实际值也近似为服从正态分布的随机变量；列出二方差间方程式。

5．计算出空气间隔等参数对 MTF 的补偿能力，其目的主要在于利用它来放松严公差。求出公差后，再复算 MTF 值。

三、公 式

下面以球面光学系统为例，并主要考虑光圈 N（可换算成曲率误差）、中心厚度差 Δd、折射率差 Δn、偏心差 δ 等四种公差。

1．目标函数

为使成本在制订公差中能取得极小值，可用两种方法。第一种是用总工时成本计算公式参加运算，其中对有些公差间相关影响的处理途径有两条。一条是请北京光学仪器厂光学车间编制了公差交叉影响系数表，另一条是首先计算基础工时，然后对各相关项乘上各自系数，而非相关项影响相加。第二种方法是把总成本最小转化为成本变化部分（公差引起的）最小。如用 TR、TD、TX、TN 分别表示 N、Δd、δ、Δn 四项公差，则工时成本变化部分为

$$\begin{aligned}\Delta C(\boldsymbol{T})=&\sum_{j=1}^{N_1}\Big[C_0(j)\times K_1(j)\times\Big(\frac{1}{TR(j)}-\frac{1}{10}\Big)^{0.65}+C_0(j)\times K_1(j)\times K_2(j)\\&\times\Big(\frac{1}{TR(j)}-\frac{1}{10}\Big)^{0.65}\times(0.2-TD(j))^{3.8}\Big]\\&+\sum_{j=N_1+1}^{N_2}[C_0(j)\times K_2(j)\times(0.2-TD(j))^{3.8}]\\&+\sum_{j=1}^{N_1}[C_1(j)\times K_3(j)\times(0.1-TX(j))^{2.5}]\\&+\sum_{j=N_1+1}^{N_2}\Big[C_2(j)\times K_4(j)\times\Big(1-\frac{TN(j)}{10^{-3}}\Big)^2\Big]。\end{aligned}$$

式中 $C_0(j)$、$C_1(j)$、$C_2(j)$ 分别表示细磨抛光、定心磨边工序的基础工时成本和光学材料合格品的成本；当 $10\leqslant\phi(j)<27$ 时，$K_1(j)=0.515$，$K_2(j)=42$；当 $27\leqslant\phi(j)<45$ 时，$K_1(j)=0.59$，$K_2(j)=59$；当 $45\leqslant\phi(j)<120$ 时，$K_1(j)=0.77$，$K_2(j)=67$；当 $10\leqslant\phi(j)\leqslant 35$ 时，$K_3(j)=110$；当 $35\leqslant\phi(j)<50$ 时，$K_3(j)=135$；当 $50\leqslant\phi(j)<80$ 时，$K_3(j)=160$；当 $80\leqslant\phi(j)<100$ 时，$K_3(j)=205$；对于常用的 K、F 玻璃 $K_4(j)$ 可近似取为 6。

2．第一约束条件

设 MTF 与结构参数 $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ 间的关系式为 $MTF=f(x_1, x_2, \cdots, x_N)$。

对这样一个多元函数作泰勒展出，并略去高于二阶以上的项，得

$$\begin{aligned}MTF=MTF_0&+\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial f(x_{10}, x_{20}, \cdots, x_{N0})}{\partial x_j}\Delta x_j\\&+\frac{1}{2}\Big(\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial}{\partial x_j}\Delta x_j\Big)^2 f(x_{10}, x_{20}, \cdots, x_{N0})。\end{aligned}$$

*: $\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial}{\partial x_j}\Delta x_j\right)^2 f(x_{10}, x_{20}, \cdots, x_{N0})$ 的意义是对各 x_j 的二阶导数及交叉项。传函展开式也可用另外的方法表示[4]。

当系统尚未充分校正时，一阶系数较大，二阶以上影响较小，可只取线性项，文献[4, 5, 6]列出的 MTF 随 N、Δd、Δn 变化的数和图表，属这种情况；但当系统已得到较充分校正后，无论参数相对名义值变大还是变小，其 MTF 总会下降，非线性严重。

为了方便地运用概率统计方法，应把非线性转化为线性。为此，首先计算出最佳像面处和适当离焦(达到线性)处的灵敏度系数 K_0 和 K_1，并把最佳像面处给出的初始公差 T_{j0} 换算成离焦后的初始公差 T_{j1}(保持二者引起的 ΔMTF 相同)，即 $T_{j1}=T_{j0}\cdot(K_0/K_1)$；然后用 K_1 和 T_{j1}(换算成加工误差 Δx_j)，代入 MTF 展开式中，得到

$$\Delta MTF \doteq \sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)\Delta x_j。$$

这样就把非线性转化为线性了。设离焦位置算出公差 T_j^*，相应的 MTF 下降量 $\Delta MTF'$，换算成最佳像面处 $T_j'=T_j^*\cdot(K_0/K_1)$(先线性缩放)，再算出 T_j' 对应的 ΔMTF 及斜率 K_2，并算出 $\Delta=(\Delta MTF-\Delta MTF')/K_2$，则 $T_j=T_j'-\Delta$ 即为所求公差。

从多数批量产品的统计分析看，加工误差 Δx_j 近似为服从某方差的正态分布的随机变量，即 $\Delta x_j\sim N(0, \delta_j)$；$\Delta x_j$ 的分布方差根 δ_j 与公差 T_j 的关系是 $\delta_j=\frac{1}{3}T_j$。由于 ΔMTF 是 Δx_j 的线性组合，所以有 $MTF\sim N(MTF_0, \delta_M)$，它的数学期望是 MTF_0，方差 δM^2 满足下列方程式

$$\delta M^2=\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)^2\delta_j^2。$$

为了求解公差 T_j，需先由此式求出 δ_j，为此应先定出 δ_M。因为 MTF 值事实上是以一定概率落在某一范围内的，如取 ΔMTF 为方差根的两倍时，MTF 落在此范围内的概率为 95.4% [$\because P(|MTF-MTF_0|\leqslant 2\delta M)=95.4\%$]，所以可根据每个系统对 MTF 的概率要求来定出其相应的分布方差要求。假如我们以 95.4% 的概率要求来保证 MTF 在其允差之内，则要求 $\delta M=\frac{1}{2}\Delta MTF$。

综合以上情况，可列出第一约束条件为

$$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)^2\delta_j^2\leqslant\delta M^2。$$

其中 $\delta M=\frac{1}{2}\Delta MTF$(当取 95.4% 概率要求时)；$\delta_j=\frac{1}{3}T_j$。

3. 第二约束条件

根据初步调查，一般情况下的光学系统可认为：1. 光圈 N：$1\leqslant N\leqslant 10$，2. 中心厚度差 Δd：$0.01\leqslant|\Delta d|\leqslant 0.2$，3. 偏心差 δ：$0.01\leqslant\delta\leqslant 0.1$(当 $|r|\leqslant 500$ 时)，4. 折射率差 Δn：$10^{-4}\leqslant|\Delta n|\leqslant 10^{-3}$。第二约束条件只在修正和控制公差边界时使用，并不参预优化求解。为方便，把第二约束条件简记为 $G(\boldsymbol{T})=0$。

经过上面分析论证，以成本最小为目标函数、以 MTF 允许改变量和加工能力为约束条件，用概率统计方法制订光学公差的数学模型是：

目标函数：$\mathrm{Min}\ C(\boldsymbol{T})$ 或 $\mathrm{Min}\ \Delta C(\boldsymbol{T})$（具体公式略）。

约束条件：$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)^2\delta_j^2\leqslant\delta M^2$，$G(\boldsymbol{T})=0$。

可见，求公差就变成为解带不等式约束的单目标函数的极小值问题。

其中，灵敏度系数 $\partial MTF/\partial x_j$ 可以通过实际 MTF 计算得到，也可通过微分法求出。用微分法的公式推导结果如下：

由 $MTF=\frac{1}{N}\sqrt{\left\{\sum_{j=1}^{N}\cos[2\pi(\nu_y TA_{yj}+\nu_z TA_{zj})]\right\}^2+\left\{\sum_{j=1}^{N}\sin[2\pi(\nu_y TA_{yj}+\nu_z TA_{zj})]\right\}^2}$。其中 N——所计算的光线条数，j——光线序号。设 $u_j=2\pi(\nu_y TA_{yj}+\nu_z TA_{zj})$，$K_0=2\pi\Big/\left[N\sqrt{\left(\sum_{j=1}^{N}\cos u_j\right)^2+\left(\sum_{j=1}^{N}\sin u_j\right)^2}\right]$，$K_1=\sum_{j=1}^{N}\sin u_j$，$K_2=\sum_{j=1}^{N}\cos u_j$。因为 $TA_{yj}=y_j-y_0$，$TA_{zj}=Z_j$，所以

$$\begin{cases}dTA_{yj}=dy_j-dy_0,\\ dTA_{zj}=dz_j。\end{cases}$$

式中 y_j——第 j 条光线的 y（像面坐标），记为 $y_{M+1,j}$；

y_0——主光线的 y（像面坐标），记为 $y_{M+1,0}$；

z_j——第 j 条光线的 z（像面坐标），记为 $z_{M+1,j}$。

可得 $\frac{dMTF}{dP(i)}=K_0\cdot\sum_{j=1}^{N}\left\{(K_1\cos u_j-K_2\sin u_j)\left[\nu_y\frac{dy_{M+1,j}-dy_{M+1,0}}{dP(i)}+\nu_z\frac{dz_{M+1,j}}{dP(i)}\right]\right\}$。式中 $P(i)$ 代表结构参数 $C(i)$，$d(i)$，$n(i)$；$dy_j/dP(i)$，$dz_j/dP(i)$ 的计算公式可查文献[7]获得。

四、实 例

光学系统：三片照相物镜。$D/f'=1/4$，$f'=50$，$2\omega=40°$。参照国外出口镜头 MTF 检验标准，特定频率选为 30 l/mm，要求比频率下的 $MTF_{0W}\geqslant0.30$，$MTF_{0.7W}\geqslant0.15$。结构形成及参数如图所示。

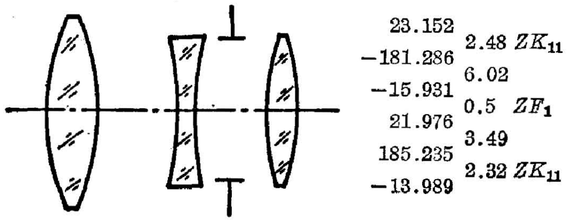

Fig. 1

把三种色光的权重取为：$W_D:W_C:W_g=2:1:1$；把零视场和 0.7 视场的权重取为 1:1。则计算结果是：$MTF_{0W}=0.584$，$MTF_{0.7W}=0.272$，$MTF_{总}=0.428$。

在此我们仅考虑 r、d 的公差；由于测试的 MTF 值与计算值会有误差，并兼顾轴上和轴外 0.7 视场的 MTF 值，把公差引起的 MTF 下降量定为 $\Delta MTF=0.1$，并进一步把 Δr，Δd 引起的 MTF 下降量定为 $\Delta MTF=0.06$。

1．首先按一般方法给出公差初值。

用以往经验和常规计算方法给出：$N_1=7$，$N_2=7$，$N_3=2$，$N_4=3$，$N_5=4$，$N_6=2$；$\Delta d_1=\pm0.04$，$\Delta d_3=\pm0.03$，$\Delta d_5=0.02$；$\Delta n_2=\pm0.0010$，$\Delta n_4=\pm0.0005$，$\Delta n_6=\pm0.0005$；$\delta_1=0.02$，$\delta_2=0.05$，$\delta_3=0.02$，$\delta_4=0.02$，$\delta_5=0.05$，$\delta_6=0.02$；光洁度 $P_1=\mathrm{III}$，$P_2\sim P_6=\mathrm{IV}$；局部光圈取为 $N/10$。灵敏度系数计算结果见表 1。

Table 1

parameter	optimum image plane					defocus		
	ΔMTF for plus manufacturing error	K_0 for plus manufacturing error	ΔMTF for minus manufacturing error	K_0 for minus manufacturing error	average K_0	ΔMTF for plus manufacturing error	ΔMTF for minus manufacturing error	K_1
$R_1(N_1=7)$	0.0012	24.2	−0.0019	40.6	32.4	0.0078	−0.0070	154.2
$R_2(N_2=7)$	0.0009	19.4	−0.0028	58.4	38.9	0.0131	−0.0131	275.5
$R_3(N_3=2)$	−0.0095	309.5	0.0070	229.1	269.3	−0.0199	0.0205	657.5
$R_4(N_4=3)$	−0.0093	202.8	0.0065	141.2	172.0	−0.0192	0.0202	429.6
$R_5(N_5=4)$	0.0064	104.1	−0.0106	173.1	138.6	0.0238	−0.0244	394.3
$R_6(N_6=2)$	0.0093	301.8	−0.0133	435.0	368.4	0.0258	−0.0251	831.2
$\Delta d_1=0.04$	−0.0018	0.045	0.0009	0.023	0.034	−0.0043	0.0048	0.115
$\Delta d_3=0.03$	−0.0037	0.122	0.0001	0.0038	0.063	0.0080	−0.0085	0.275
$\Delta d_5=0.02$	−0.0095	0.476	0.0061	0.304	0.39	−0.0155	0.0155	0.775

在上述公差下算出：$\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)^2\delta_j^2=0.00012<\delta M^2$，此时材料与加工成本为 $C=24.67$ 元。

2．根据光学加工经验，把一些较严公差放宽，以 $\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial MTF}{\partial x_j}\right)^2\delta_j\leqslant\delta M^2$ 为准，反复运算得到成本尽可能低的公差解见表 2。

Table 2

probability calculation value	$N_1=7$	$N_2=7$	$N_3=5.11$	$N_4=5.11$	$N_5=5.11$	$N_6=5.2$	$\Delta d_1=\pm0.17$	$\Delta d_3=\pm0.12$	$\Delta d_5=\pm0.10$
value revised with Δ	7	7	4.6	4.7	4.82	4.4	0.14	0.07	0.072
selected value	7	7	5	5	5	5	0.15	0.10	0.10

按取值公差计算出 $C=23.84$ 元。

局部光圈取为 $N/10$。我们按这组公差算出 MTF 值，来检验性能是否在允差之内，在正负公差的各种组合中，基本都满足要求；(其中已同时考虑了局部光圈)，最差的一组计算结果是：

$$MTF_{0W}=0.541,\quad MTF_{0.7W}=0.122,\quad MTF_{总}=0.330。$$

3．用空气间隔 d_2、d_4 的改变量补偿 MTF 值，并进一步放松较严的公差。

上面最差的一组，MTF_{7W} 和 $MTF_{总}$ 都已低于要求值，我们把 $d_4=3.49$ 改变为 $d_4=3.35$，再把 $N_6=3$ 放宽到 $N_6=5$，$\Delta d_5=\pm0.07$ 放宽到 $\Delta d_5=\pm0.10$。计算结果是：$MTF_{0W}=0.550$，$MTF_{7W}=0.217$，$MTF_{总}=0.383$，满足要求。成本 $C^*=23.30$ 元，$\Delta C=C-C^*=$

1.37 元, $\Delta C/C=5.6\%$, 说明成本降低了 5.6%

如果按文献[2]指出的以前那种办法给公差，即 $N=2\sim3$, $\Delta d=\pm0.01\sim0.02$, $\Delta n=\pm0.0005$, 则 $C=25.47$ 元, $\Delta C/C=8.8\%$。以上仅是改变 N, Δd 两种公差时结果(玻璃炉号选定后, Δn 可作为系统误差处理), 如果再把偏心差 δ、光洁度 P 做类似考虑，其成本还会降低。这样做，对大批量产品，经济效益将会明显提高。

如何合理地制订光学公差。一直是光学设计工作者所讨论的重要课题之一。本文所阐述的制订公差的思想和方法，只是初步的，有待于进一步完善。

本文曾得到导师王大珩和翁志成的指导，并得到唐九华、王之江、袁旭沧、邓必鑫以及北京光学仪器厂、上海光学仪器厂等单位一些同志的启发和帮助，在此一并感谢。

参 考 文 献

[1] 王之江;《光学设计理论基础》,(科学出社版,1965), 336。
[2] М. Д. Мальцев; 《光学零件的公差计算》, (国防工业出版社, 1974), 78.
[3] 松居吉哉;《品质管理》, 1974, **25**, No. 4 (Apr), **24**.
[4] M. P. Rimmer; *Proc. SPIE*, 1978, **147** (Aug), 66.
[5] D. G. Koch; *Proc. SPIE*, 1978, **147** (Aug.), 71.
[6] D. P. Feder; *J. O. S. A*, 1968, **58**, No. 11 (Nov) 1494.

On the econoimc tolerance of optical system

JIANG HUILIN

(*Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received September 1986; revised 9 March 1987)

Abstract

This paper tries to analyze the economic benefits of an optical system, and to make a proposal in the estimating and calculating formulae for making optical tolerance with probability—statistical method. In the equations which are usec to find the solution of tolerance, the target function is minimum cost, while the restraint conditions are the permitted variation of *MTF* value and manufacturing ability. Its feasibility is proved by a practical example.

Key Words: Tolerance of optical system.