

用两个正弦光栅实现光学微分

陈 颜

(北京工业大学应用物理系)

提 要

本文通过实验和理论分析,指出用普通正弦光栅实现光学微分的可行性。

关键词: 正弦光栅, 光学微分。

一、引 言

实现光学微分可以采用不同的方法^[1~5]。其中主要是用复合光栅作为微分滤波器进行光学微分处理,这种方法已经作了比较充分的研究^[4,6]。与其它方法相比,它具有微分效果好,操作简单等优点。但复合光栅的制作技术比较复杂,尤其是用于实现二元微分的复合光栅需要用四个正弦光栅叠加制成。本文通过实验和理论分析将指出用普通正弦光栅对图像实现光学微分的可行性。

二、原 理

二元函数 $f(x, y)$ 的一元微商为

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \Delta_x f(x, y), \quad (1)$$

$$\Delta_x f(x, y) = [f(x + \frac{h}{2}, y) - f(x - \frac{h}{2}, y)] / h, \quad (2)$$

根据 δ 函数的性质有

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(x, y) \otimes g_1(x, y)], \quad (3)$$

$$g_1(x, y) = \delta(x + \frac{h}{2}, y) - \delta(x - \frac{h}{2}, y). \quad (4)$$

对于函数 $f(x, y)$ 的二元微商为

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(x, y) \otimes g_2(x, y)], \quad (5)$$

$$g_2(x, y) = \delta(x + \frac{h}{2}, y) - \delta(x - \frac{h}{2}, y) + \delta(x, y + \frac{h}{2}) - \delta(x, y - \frac{h}{2}). \quad (6)$$

在相干光学系统中进行图像微分处理时, $f(x, y)$ 是输入图像的振幅透过率, $g_1(x, y)$ 和

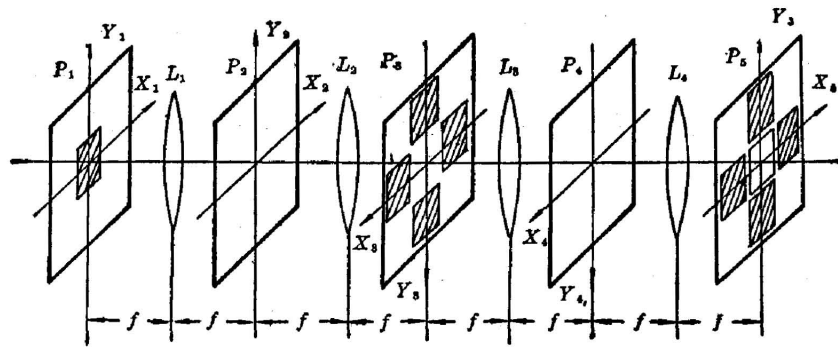


Fig. 1 A spatial differentiation system using simple sinusoidal gratings

$g_2(x, y)$ 是光学系统的脉冲响应函数, \otimes 是卷积符号。

用普通正弦光栅进行光学微分的相干处理系统是由两个 $4f$ 系统组成(如图 1 所示), 图 1 中的 L_1, L_2, L_3, L_4 是傅里叶变换透镜, P_1 为输入平面, P_2 和 P_4 为频谱平面, P_3 和 P_5 为成像平面, 其中 P_5 作为输出平面。

将待处理的图像放在如图 1 所示的系统中的 P_1 平面上, 图像的振幅透过率为 $f(x, y)$, 用振幅为 1 的相干平面光波垂直照射 P_1 平面, 从 P_1 平面出射的光场分布为(如图 2(a) 所示)

$$U_1(x_1, y_1) = f(x_1, y_1), \quad (7)$$

透镜 L_1 对图像 $f(x_1, y_1)$ 进行傅里叶空间变换, 在 P_2 平面上产生图像的傅里叶频谱, 在 P_2 平面上放置一块正交的普通正弦光栅 G_1 , 光栅的振幅透过率为

$$t_1(x, y) = \frac{1}{4} [2 + \cos 2\pi\omega_1 x + \cos 2\pi\omega_1 y], \quad (8)$$

在 P_2 平面上出射的光场分布为

$$U_2(x_2, y_2) = F\{f(x_1, y_1)\}t_1(x_2, y_2). \quad (9)$$

透镜 L_2 对 P_2 平面出射的光场进行傅里叶空间变换, 在 P_3 平面上产生图像 $f(x_1, y_1)$ 的五个像, 用一块挡光片 $D(x, y)$ 挡掉 P_3 平面中央的零级像, 在 P_3 平面上出射的光场分布为(如图 2(a) 所示)

$$U_3(x_3, y_3) = F^{-1}(F\{f(x_1, y_1)\}t_1(x_2, y_2))D(x_3, y_3). \quad (10)$$

透镜 L_3 对 P_3 平面出射的光场进行傅里叶空间变换, 在 P_4 平面上放置一块振幅透过率为 $t_2(x, y)$ 的普通正交正弦光栅

$$t_2(x, y) = \frac{1}{4} \left[2 + \cos \left(2\pi\omega_2 x + \frac{\pi}{2} \right) + \cos \left(2\pi\omega_2 y + \frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (11)$$

光栅 G_2 的空间频率 ω_2 与光栅 G_1 的空间频率 ω_1 有微小的差别, 两个光栅在 P_2 和 P_4 平面的坐标原点处的条纹相差四分之一一个条纹宽度。在 P_4 平面上出射的光场分布为

$$U_4(x_4, y_4) = F[F^{-1}\{F\{f(x_1, y_1)\}t_1(x_2, y_2)\}D(x_3, y_3)]t_2(x_4, y_4). \quad (12)$$

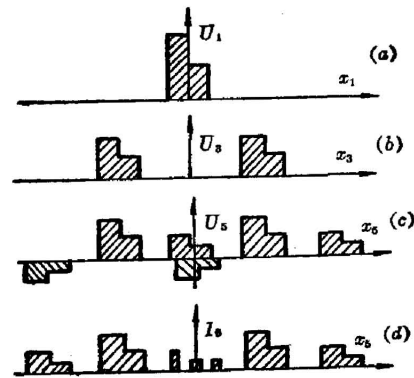


Fig. 2

- (a) complex amplitude distribution of plane P_1 ;
- (b) complex amplitude distribution of plane P_2 ;
- (c) complex amplitude distribution of plane P_3 ;
- (d) optical intensity distribution of plane P_4 .

透镜 L_4 对 P_4 平面出射的光场进行傅里叶空间变换, 在 P_5 平面上产生的光场分布(如图 2(c)所示)为

$$U_5(x_5, y_5) = F^{-1}\{F[F^{-1}\{F(f(x_1, y_1))\}t_1(x_2, y_2)]D(x_3, y_3)]t_2(x_4, y_4)\}. \quad (13)$$

将(6)式代入(13)式并展开

$$U_5(x_5, y_5) \propto f(x_5, y_5) \otimes g_2(x_5, y_5) + C.C. \quad (14)$$

$$g_2(x_5, y_5) = \delta(x_5 + \lambda f \Delta\omega_1 y_5) - \delta(x_5 - \lambda f \Delta\omega_1 y_5) + \delta(x_5, y_5 + \lambda f \Delta\omega) - \delta(x_5, y_5 - \lambda f \Delta\omega), \quad (15)$$

(14)式中的 $f(x_5, y_5) \otimes g_2(x_5, y_5)$ 项就有图像 $f(x, y)$ 的二元微分, 其微分图像位于 P_5 平面中心(如图 2(d)所示)。

如果光栅 G_2 与光栅 G_1 的空间频率相同, 可通过转动光栅或改变处理系统中的透镜焦距进行图像的光学微分处理。用转动光栅进行光学微分的方法是让光栅 G_2 (或 G_1) 在 P_4 平面内转动一个微小的角度 θ (如图 3 所示), 这时在 P_4 平面上光栅 G_2 的振幅透射率为

$$t_2(x_4, y_4) = \frac{1}{4} \left\{ 2 + \cos \left[2\pi\omega_2(x_4 - \theta y_4) + \frac{\pi}{2} \right] + \cos \left[2\pi\omega_2(\theta x_4 + y_4) + \frac{\pi}{2} \right] \right\}. \quad (16)$$

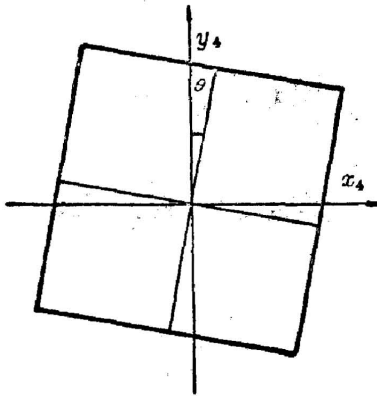


Fig. 3 The revolution of the grating G_2 in plane P_4

当 $\omega_1 = \omega_2$ 时, 输出平面 P_5 上的光场分布为

$$U_5(x_5, y_5) \propto f(x_5, y_5) \otimes [\delta(x_5 + \lambda f \theta \omega_1, y_5) - \delta(x_5 - \lambda f \theta \omega_1, y_5) + \delta(x_5, y_5 - \lambda f \theta \omega_1) - \delta(x_5, y_5 + \lambda f \theta \omega_1)] + C.C., \quad (17)$$

改变处理系统中的透镜焦距进行光学微分, 其方法是使处理系统中前后两组 $4f$ 系统的透镜焦距有一个微小的差值 Δf , 这样在输出平面 P_5 上的光场分布为

$$U_5(x_5, y_5) \propto f(x_5, y_5) \otimes [\delta(x_5 + \lambda \omega_1 \Delta f, y_5) - \delta(x_5 - \lambda \omega_1 \Delta f, y_5) + \delta(x_5, y_5 + \lambda \omega_1 \Delta f) - \delta(x_5, y_5 - \lambda \omega_1 \Delta f)] + C.C.. \quad (18)$$

当 θ 和 Δf 取适当的值时, 有

$$\theta \omega_1 = (\Delta f / f) \omega_1 = \Delta \omega. \quad (19)$$

说明当光栅 G_1 和 G_2 的空间频率相差较大时, 改变透镜焦距, 也可以得到同样的光学微分效果。

三、实验结果

图 4 是待处理的图像的两倍放大像。图 5 是用普通正弦光栅对图像(图 4)进行空间滤波 ($\omega_1 = \omega_2 = 120$ lp/mm; $f = 250$ mm; $\lambda = 6328 \text{ \AA}$) 所得到的图像微分的两倍放大像; (a) 是采用两个正弦光栅进行空间滤波, 并使光栅 G_2 发生面内转动所得到 $(\partial f / \partial x)$ 的图像; (b) 是采用两个正交的正弦光栅进行空间滤波, 并使透镜 L_2 和 L_3 的焦距有一定的差值所得到 $(\partial f / \partial x) + (\partial f / \partial y)$ 的图像。

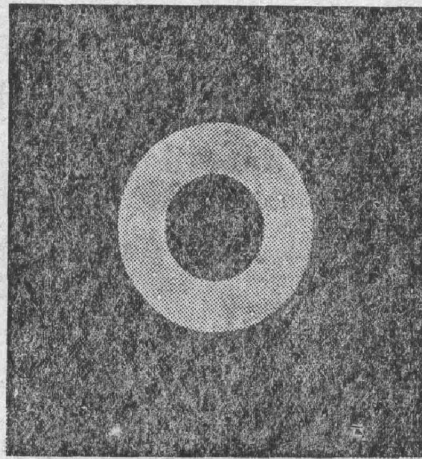
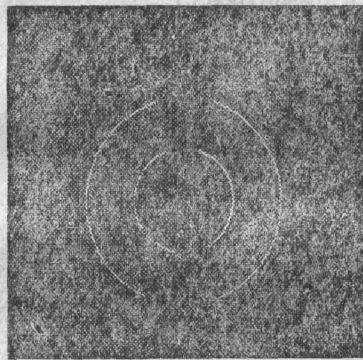
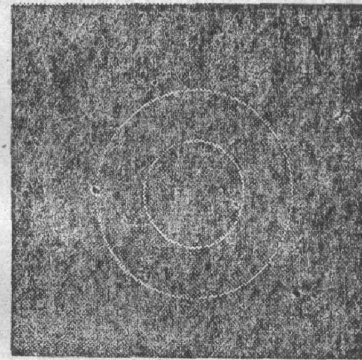


Fig. 4 Object pattern for differentiation



(a)



(b)

Fig. 5

(a) experimental result for $\partial f/\partial x$; (b) experimental result for $(\partial f/\partial x) + (\partial f/\partial y)$

四、结 论

通过实验和理论分析,可以认为用普通正弦光栅进行光学微分是可行的。这种方法与用复合光栅进行光学微分的方法相比,其优点在于:不需制作较复杂的微分滤波器,处理手段灵活;其缺点在于:由于采用二次空间滤波,不能进行大面积的图像微分处理;调整手段复杂。

参 考 文 献

- [1] A. Vander Lugt; *Opt. Acta*, 1968, 15, No. 1 (Jan), 1.
- [2] R. G. Eguchi, F. P. Carlson; *Appl. Opt.*, 1970, 9, No. 3 (Mar), 687.
- [3] J. K. T. Eu, C. Y. C. Lin *et al.*; *Opt. Commun.*, 1973, 9, No. 2 (Oct), 169.
- [4] S. H. Lee; *Appl. Phys.*, 1976, 10, No. 3 (Jul), 203.
- [5] 羊国光;《光学学报》,1985, 5, No. 1 (Jan), 38。
- [6] D. Gorlitz, F. Lanzl; *Japan. J. Appl. Phys.*, 1975, 14, No. 12 (Dec), Suppl. 14-1.

Spatial differentiation by two sinusoidal gratings

CHEN YAN

(Department of Applied Physics, Beijing Polytechnic University)

(Received 6 January 1986; revised 7 April 1986)

Abstract

On the bases of experimental and theoretical analysis, the author points out the feasibility of realizing optical differentiation by using simple sinusoidal gratings.

Key Words: Sinusoidal gratings, Spatial differentiation.