第7卷 第12期
1987年12月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 7, No. 12
December, 1987

光在激活光纤中的传输

温廷敦* 周国生
(山西大学物理系)

提 要

本文推导了连续光及宽脉冲在激活光纤中的运动方程，采用激活物质极化的量子理论，在零级近似及一级近似情况下，对其运动方程进行了求解，并讨论了激活物质对脉冲群速度的影响，定量地描述了连续光及宽脉冲的振幅与位相及群速度在激活光纤中的变化行为。

关键词： 激活光纤，传输、激光物质。

一、引 言

光能损耗一直是光纤通讯的一个急待解决的难题。多年来，人们提出许多将光信号放大作为补偿损失的有效方法。纵观有关文献，这些方法大体分为两类。一类是将光纤的包层去掉，涂以激活物质，并将其泵浦，使包层的光波得到放大之后耦合到光纤中去。这种方法称为迅衰场耦合方法[1,2]；另一类为喇曼过程放大[3,4]。将频率较高的光波与信号波同时输入光纤中，通过受激喇曼过程，将频率较高的光能转化成信号光，使信号得到放大。前述所有的方法有一个共同的不足，就是增益系数较小，难以满足实际需要。本文考虑了这样一种设想，就是在光纤中间接入一段均匀掺入激活物质的光纤，即激活光纤，可望得到较大的增益系数。

二、基本方程的推导

设

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}'(\boldsymbol{r},\ t)\exp(-i\omega t),\quad \boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}'(\boldsymbol{r},\ t)\exp(-i\omega t)。\tag{1}$$

将(1)式代入麦克斯韦方程可得

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times\boldsymbol{E}'&=-\mu_0\frac{\partial\boldsymbol{H}'}{\partial t}+i\mu_0\omega\boldsymbol{H}',\\ \nabla\times\boldsymbol{H}'&=\epsilon_0\frac{\partial(\epsilon\boldsymbol{E}')}{\partial t}-i\omega\epsilon_0\epsilon\boldsymbol{E}',\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式中 ϵ_0 为无激活物质掺杂时的介电常数，ϵ 是一个描述激活物质对折射率影响的无量纲量。对于无激活物质光纤，$\epsilon=1$。将 $\boldsymbol{E}'$, $\boldsymbol{H}'$ 按光纤的本征模式展开

$$\boldsymbol{E}'=\sum_n a_n(z,\ t)\boldsymbol{\varepsilon}_n(x,\ y),\quad \boldsymbol{H}'=\sum_n b_n(z,\ t)\mathscr{H}_n(x,\ y)。\tag{3}$$

收稿日期：1985年4月25日；收到修改稿日期：1986年12月9日

* 现在太原机械学院物理教研室。

这就是说，激活物质的存在只影响光场振幅与位相，而不影响光场的横向分布包络，横向分布包络仅由光纤的边值条件决定。(3)式对于光频在激活物质中心频率附近时是成立的。在一般情况下，可适用于激活物质浓度不太大的情况。

对于光纤的本征模式 $\boldsymbol{\varepsilon}_n(x, y)\exp(i\beta_n z)$ 与 $\mathscr{H}_n(x, y)\exp(-i\beta_n z)$，也应有与(2)式相似的形式

$$\left.\begin{aligned}\nabla\times[\boldsymbol{\varepsilon}_n\exp(i\beta_n z)]&=i\mu_0\omega\mathscr{H}_n\exp(i\beta_n z),\\ \nabla\times[\mathscr{H}_n\exp(i\beta_n z)]&=-i\omega\epsilon_0\boldsymbol{\varepsilon}_n\exp(i\beta_n z),\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

将(3)、(4)式及微分算子 $\nabla=\nabla_t+\boldsymbol{e}_z(\partial/\partial z)$ 代入方程(2)，对于横向分量经简单运算，并用 $\boldsymbol{\varepsilon}^*_{\nu t}$ 内乘和利用光纤导引模的正交关系[5]，得光在激活光纤中的运动方程为

$$\frac{\partial b_\nu}{\partial z}-i\beta_\nu b_\nu+\frac{\beta_\nu}{2p|\beta_\nu|}\sum_n\epsilon_0\iint(\boldsymbol{\varepsilon}^*_{\nu t}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{nt})\left[\frac{\partial\epsilon a_n}{\partial t}+i\omega(b_n-\epsilon a_n)\right]dx\,dy=0,\tag{5}$$

式中参量的脚标 t, z 分别表示横向分量与纵向分量，β_μ 为第 n 个导引模的传播常数；$\delta_{\nu\mu}$ 为克罗内克尔 δ 函数；p 为功率因子。

三、连续光在激活光纤中的传输

设电场与磁场的振幅函数 a_n, b_n 近似相等，即 $a_n\approx b_n$，对于处理将光场按理想模展开的类似情况，许多文献[6]都用这一近似。对于单模连续光 $(\partial\epsilon a_n/\partial t)=0$。设 β 为一实数，即略去光纤损耗，则(5)式变为

$$\left.\begin{aligned}\frac{db_n(z)}{dz}&=i\beta_n b_n+\frac{i\omega}{2p}\alpha_n b_n,\\ \alpha_n&=\iint\epsilon_0(\epsilon-1)|\boldsymbol{\varepsilon}_{nt}|^2dx\,dy。\end{aligned}\right\}\tag{6}$$

令：$b_n(z)=C_n(z)\exp(i\beta_n z)$，代入(6)式，得

$$\left.\begin{aligned}\frac{dC_n(z)}{dz}&=-K_nC_n(z),\\ K_n&=\frac{\omega}{2ip}\iint\epsilon_0\chi|\boldsymbol{\varepsilon}_{nt}|^2dx\,dy,\quad\chi=(\epsilon-1)。\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

若光纤中均匀掺入用量子理论描述的二能级系统的激活物质，则 $\epsilon_0\chi$ 便为激活物质的极化率。在速率方程近似单频及稳态情况下，根据密度矩阵理论[7]得

$$\left.\begin{aligned}&\epsilon_0\chi=-\frac{i}{2}\beta^2\hbar^{-1}\frac{1}{i(\omega_0-\omega)+\gamma}\frac{N}{1+(R/R_s)},\\ &N=\lambda_a\gamma_a^{-1}-\lambda_b\gamma_b^{-1},\ R=\frac{1}{2}\left|\frac{\beta E}{\hbar}\right|^2\gamma^{-1}L(\omega_0-\omega),\\ &L(\omega_0-\omega)=\frac{\gamma^2}{\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2},\\ &R_s=\frac{\gamma_a\gamma_b}{2\gamma_{ab}},\ \gamma_{ab}=\frac{1}{2}(\gamma_a+\gamma_b)。\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

与文献[7]不同的是这里是行波情况。β 为用来描述原子与场相互作用的一个常数，ω_0 为原子的中心频率。N 是描述反转粒子数的一个参量。γ_a^{-1}、γ_b^{-1} 分别是原子上下能级的寿命，λ_a、λ_b 分别为对原子上下能级的泵浦率。R_s 为光放大过程的饱和效应。

当光强较小时，取(8)式的零级近似

$$\left.\begin{aligned} K_n &= -\frac{\omega}{4p\hbar}\beta^2\frac{N\alpha_n'}{i(\omega_0-\omega)+\gamma}, \\ \alpha_n' &= \iint|\varepsilon_{nt}|^2\,dx\,dy。\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

将(9)式代入(7)式，有

$$\left.\begin{aligned} \frac{dC_n}{dz} &= (q_1-iq_2)C_n, \\ q_1 &= \frac{\omega}{4p\hbar}\beta^2\frac{N\gamma\alpha_n'}{\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2}, \\ q_2 &= \frac{\omega}{4p\hbar}\beta^2\frac{\alpha_n'N(\omega_0-\omega)}{\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2},\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

解(10)式，得

$$C_n = C_{n0}\exp[(q_1-iq_2)z]。 \tag{11}$$

由(11)式清楚地看到，在小信号情况下，对于每一模式，振幅函数 C_n 随 z 指数增大，增长速度与光场横向分布有关。q_1 为光振幅在激活光纤中的线性增益系数；q_2 为激活物质引起的位相漂移。当原子中心频率等于光频时，位相漂移为零。

随着激活光纤的增长，光强增大，饱和效应逐渐明显。取(8)式一级近似

$$\epsilon_0\chi \approx -\frac{1}{2}i\beta^2\hbar^{-1}\frac{N\alpha_n'}{i(\omega_0-\omega)+\gamma}\left(1-\frac{R}{R_s}\right), \tag{12}$$

代入(7)式，经整理得到

$$\left.\begin{aligned} &(d|C_n|^2/dz) = h_n[g_n-|C_n|^2]|C_n|^2, \\ &h_n = \frac{\omega}{2p}\beta^4\hbar^{-3}\frac{\gamma^2N}{[\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2]^2}\cdot\frac{\gamma_{ab}}{\gamma_a\gamma_b}\iint|\varepsilon_{nt}|^4\,dx\,dy, \\ &g_n = \alpha_n'\beta^{-2}\hbar^{-2}\gamma^{-1}[\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2](\gamma_a\gamma_b/\gamma_{ab})\Big/\iint|\varepsilon_{nt}|^4dx\,dy, \\ &\lambda_n' = \frac{\omega}{4p}\beta^4\hbar^{-3}\frac{\gamma[\gamma-i(\omega_0-\omega)]}{[\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2]^2}\frac{N\gamma_{ab}}{\gamma_a\gamma_b}\iint|\varepsilon_{nt}|^4\,dx\,dy。\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

解(13)式，得

$$\left.\begin{aligned} &|C_n|^2 = \frac{g_nA_0\exp(Pz)}{1+A_0\exp(Pz)}, \\ &P = \frac{\omega}{2p}\beta^2\hbar^{-1}\frac{\gamma\alpha_n'}{\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2},\quad A_0 = \frac{|C_0|^2}{g_n-|C_0|^2}。\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$|C_0|^2$ 为初始 $z=0$ 时的光强。(14)式描述光强或光振幅随激活光纤长度的变化规律。不难看出，由于饱和效应，当 $z\to\infty$ 时，$|C_n|^2=g_n$，即 $|C_n|$ 趋于饱和。由上可见，饱和光强与场的横向包络及光频有关。且在放大过程中，相同频率不同模式的光强增长速度是不同的，这是因为参数 P 与场横向包络有关。

另外，我们将光在激活光纤中的传输与普通激光放大作一具体比较。为运算简单，用变分法可求得单模阶梯光纤的归一化高斯近似场分布，并设场的偏振方向为 x 方向

$$\varepsilon = \left(\frac{2s}{\pi}\right)^{1/2}\frac{1}{w}\exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right)i,$$

* 为了与普通激光放大理论比较，即要使二者的光强量纲相同，此式多了一个 $s^{1/2}$ 因子。

其中 $w^2=(r_0^2/h\nu)$，$\boldsymbol{i}$ 为 x 方向的单位矢量，r_0 为光纤芯半径。对于单模情况，$\nu\leqslant 2.4$。利用(14)式并经简单运算可求得光纤芯区的平均饱和光强为

$$I_n=|C_n|^2=I'_n[h\nu(1-\nu^{-4})]^{-1}, \tag{15}$$

其中 I_n 为在同等条件下的普通激光放大饱和值。取 $\nu=2$，代入(15)式可得

$$I_n\doteq 1.5I'_n, \tag{16}$$

这是不难理介的。因为我们是对光纤芯区求平均，而整个光纤横截面的光强服从高斯分布。在芯区的光强即使达到饱和，但包层的光强仍处于小信号状态，其光强继续得到放大。为维持光强的高斯分布，必将包层的光能输入芯区，使光纤芯区平均光强高于一般普通激光放大理论值。

下面讨论在考虑了饱和效应之后，激活物质对光场位相的影响，为运算简单，以后都取归一化电场 $\alpha'_n=1$。设

$$C_n=|C_n|\exp[i\psi(z)], \tag{17}$$

由(13)式，经过一些运算可得

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\psi(z)}{dz}=F\left[1-\frac{A_0\exp(Pz)}{1+A_0\exp(Pz)}\right],\\&F=\frac{\omega}{4p}\beta^2\hbar^{-1}\frac{(\omega_0-\omega)\alpha'_n}{[\gamma^2+(\omega_0-\omega)^2]},\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

其初始条件为 $\psi(0)=0$。解上式，得

$$\psi(z)=F\left\{z-\frac{1}{P}\ln\left[\frac{1+A_0\exp(Pz)}{1+A_0}\right]\right\}, \tag{19}$$

显然，当 $z\to\infty$ 时，$\psi(\infty)=(F/P)\ln[(1+A_0)/A_0]$。位相漂移 $\psi(z)$ 是与 $(\omega_0-\omega)$ 有关的，当原子中心频率等于光频时，位相漂移为零。将(19)式代入(17)式，并利用(13)式，得

$$C_n=\left[\frac{g_nA_0\exp(Pz)}{1+A_0\exp(Pz)}\right]^{1/2}\exp\left\{Fz-\frac{F}{P}\ln\left[\frac{1+A_0\exp(Pz)}{1+A_0}\right]\right\}, \tag{20}$$

上式描述了连续光的振幅与位相在激活光纤中的变化规律。

整个电场矢量 $\boldsymbol{E}_n$ 在激活光纤中的表达式是

$$\boldsymbol{E}_n=\boldsymbol{\varepsilon}_n(x,y)\left[\frac{g_nA_0\exp(Pz)}{1+A_0\exp(Pz)}\right]^{1/2}\exp\left\{i\left[\beta_nz+Fz-\frac{F}{P}\ln\left(\frac{1+A_0e^{Pz}}{1+A_0}\right)-\omega t\right]\right\}。 \tag{21}$$

四、信号脉冲在激活光纤中的传输

对于一般信号脉冲，脉宽较大，激活物质的极化仍可以当作稳态情况处理[3]，即仍用(8)式描述。对于单模情况，利用 $a_n\approx b_n$ 及 $(\beta/|\beta|)=1$，由(5)式得

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial b'_n}{\partial z}+\frac{1}{v_n}\frac{\partial b'_n}{\partial t}=K_nb'_n,\\&\frac{1}{v_n}\frac{\partial b'_n}{\partial t}=\frac{\partial(\epsilon'b'_n)}{\partial t}\frac{\epsilon_0}{2p}。\\&b'_n=b_n\exp(-i\beta_nz),\ \epsilon'=\iint\epsilon|\varepsilon_{nt}|^2dx\,dy,\\&K_n=\left[i\omega\iint\epsilon_0\chi_n|\varepsilon_{nt}|^2dx\,dy\right]\Big/2p。\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

对于本节所求解的单模情况，(22)式是严格成立的。

若取(8)式的零级近似，并作变量代换 $\varphi_n=[t-(z/\nu_n)]$，代入(22)式求解，得

$$b'_n=G\left(t-\frac{z}{\nu_n^{(0)}}\right)w_{n0}\exp(q_1-iq_2)z。\tag{23}$$

若取(8)式的一级近似，得

$$b'_n=G\left(t-\frac{z}{\nu_n^{(1)}}\right)\left[\frac{g_nA_0\exp(Pz)}{1+A_0\exp(Pz)}\right]^{1/2}\exp\left\{i\left[Fz-\frac{F}{P}\ln\left(\frac{1+A_0e^{Pz}}{1+A_0}\right)\right]\right\},\tag{24}$$

式中 $G(\varphi_n)$ 由 $z=0$ 处的脉冲形状决定，$b'_n(0,t)=G(t)[g_nA_0/(1+A_0)]$，这里 $\nu_n^{(0)}$、$\nu_n^{(1)}$ 的实部 $\nu_{nR}^{(0)}$、$\nu_{nR}^{(1)}$ 分别为在零级及一级近似下；单频 ω 时的脉冲群速度，后面我们将详细讨论 q_1、q_2、F、g_n 仍与前述相同，A_0、w_{n0} 都为由初始条件决定的常数。(23)、(24)两式分别描述了宽脉冲在零级和一级近似下，在激活光纤中的放大情况。由此可以看到，宽脉冲与连续光的振幅放大情况基本一致，但脉冲形状将有微小改变，形变程度可以在下面的例子看到。

(23)、(24)两式中的 $\nu_n^{(0)}$、$\nu_n^{(1)}$ 都是复数，它们的虚部很小，将其作傅里叶展开，取至一级项

$$\left.\begin{aligned}&G\left(t-\frac{z}{\nu_n}+iz\Delta\right)\approx G\left(t-\frac{z}{\nu_n}\right)+z\Delta G'\left(t-\frac{z}{\nu_n}\right)\exp(i\pi/2),\\&\Delta^{(0)}=\frac{\beta^2N}{4p\gamma\hbar}L(\omega-\omega_1),\ \Delta^{(1)}=\Delta^{(0)}(1-d_1|a_1|^2),\\&d_1=\frac{3\gamma_{ab}\beta^2}{\gamma_a\gamma_b\hbar^2\gamma}L(\omega-\omega_1)\iint|\varepsilon_{1t}|^4dx\,dy,\end{aligned}\right\}\tag{25}$$

(25)式第一式右边第二项会引起脉冲的微小形变。若初始信号为高斯脉冲

$$G[t-(z/\nu_n)]=\exp\{-[t-(z/\nu_n)]^2/\sigma\},$$

则有

$$z\Delta G'\left(t-\frac{z}{\nu_n}\right)=2z\Delta\left(t-\frac{z}{\nu_n}\right)\exp\left\{-\frac{[t-(z/\nu_n)]^2}{\sigma}\right\}\exp(i\pi/2),\tag{26}$$

不难看出，脉冲的形变量与光纤长度成正比。相对说，对脉冲的前沿及后沿的影响大一些，出现脉冲超前[9]现象。形变项与原脉冲在位相上相差$(\pi/2)$。

取(8)式的零级近似，代入(22)式，在普通光纤的弱导引近似下，可以认为光纤芯区与包层的电介常数相差不大，近似相等，即 $\epsilon_{01}\approx\epsilon_{02}$。在单频情况下，可得群速度差

$$\Delta v_1^{(0)}=v_{1R}^{(0)}-v_{10}\approx\frac{4p\gamma^2\hbar}{\beta^2N}v_{10}^2(\omega_0-\omega)L(\omega_0-\omega),\tag{27}$$

式中 v_{10} 为无激活物质时的群速度，$v_{1R}^{(0)}$ 为有激活物质时在 ω 处零级近似下的群速度。

取(8)式的一级近似，同样可得

$$\left.\begin{aligned}&\Delta v_1^{(1)}=v_{1R}^{(1)}-v_{10}\approx\Delta v_1^{(0)}(1-d_1|a_1|^2),\\&d_1=\frac{3\gamma_{ab}\beta^2}{\gamma_a\gamma_b\hbar^2\gamma}L(\omega_0-\omega)\iint|\varepsilon_{1t}|^2dx\,dy。\end{aligned}\right\}\tag{28}$$

式中 $v_{1R}^{(1)}$ 为在一级近似下的群速度，当 $d_1|a_1|^2=1$ 时，$\Delta v_1^{(1)}=0$，即群速度与无激活物质时的一样。不难看出，对于不同的横向包络，不同光强，不同光频，激活物质对其脉冲群速度的影响不同。

多模时也有类似现象。也就是说，只要根据光强适当选择参数，是能够改善其模色散特性的，也能使双模光纤[10]的芯径得到提高。

五、结　束　语

本文结果表明，小信号时连续光的放大与普通激光放大器完全一样，在考虑了饱和效应之后，饱和光强与模式横向包络有关，且比普通激光放大器的饱和值要大一些。以单模光纤为例，在同等条件下，光纤放大器的饱和值要比普通放大器的理论值高约 0.5 倍。当激活光纤很长时，激活物质对其位相的影响趋于定值。宽脉冲的振幅放大与位相漂移与连续光情况基本一致，单频情况下脉冲有微小形变，出现脉冲超前现象。以高斯脉冲为例，形变项与原脉冲在位相上相差($\pi/2$)。本文结果还表明，即使普通双模光纤中两模式的群速度不同，只要光纤中掺入激活物质，仍可以避免其模色散的，可以降低制作双模光纤时在工艺上的苛刻要求。如参量选择适当，还能提高双模光纤的芯径。

参　考　文　献

[1] H. Injeyan *et al.*; *Appl. Opt.*, 1982, **21**, No. 11 (1 Jun), 1928～1932.
[2] B. F. Lamouroux *et al.*; *Opt. Lett.*, 1983, **8**, No. 19 (Sep), 504～505.
[3] R. H. Stolen, E. P. Lppen; *Appl. Phys. Lett.*, 1973, **22**, No. 6 (Mar), 276～278.
[4] G. A. Koepf, D. M. Kalen *et al.*; *Electron. Lett.*, 1982, **18**, No. 22 (Oct), 942～943.
[5] D. 马库塞著;《介质光波导理论》,(人民邮电出版社,北京, 1980), 20～29。
[6] B. Crosignani, C. H. Papas; *J. O. S. A.*, 1977, **67**, No. 10 (Oct), 1300～1306.
[7] 固体激光导论编写组;《固体激光导论》,(上海人民出版社, 1975), 379～381。
[8] M. Sargent III *et al.*; *«Laser Physics»*, (Addison-Wesley, New York, 1974), 104～108.
[9] *ibid*; 118～120.
[10] S. I. Hosain; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1983, **19**, No. 1 (Jan), 15～21.

Light propagation in active fibers

WENG TINGDUN AND ZHON GUOSHENG

(Department of Physics, Shanxi University, Taiyuan)

(Received 25 April 1985; revised 9 December 1986)

Abstract

In this paper, we deduce the equations of motion for both cw and long-pulse light in active fibers. We then solve the equations under zero-order and first-order perturbations by using the quantum theory about the polarization of an active material. We give a quantitative description of the evolutions of amplitudes and phases of the cw and long-pulse light, and discuss the influence of the active material on the group velocity of the long pulse light.

Key Words: Active fibers, Transmission; Active material.