

边带和频作用在宽频带激光频率 转换中的贡献限制

丘志仁 蔡希浩 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文从单色平面波无吸收损耗三频耦合波方程, 小信号近似出发, 计算了 KDP、ADP、BBO、LiIO₃ 和 LiNbO₃ 等晶体(1.064 μm 激光倍频、三倍频、四倍频)的光谱和角度接收半宽 $\Delta\lambda_d, \Delta\theta_{FW}$, 从而为选择宽频带激光频率转换所用的晶体及匹配类型提供了依据。给出了宽频带锁模激光倍频方程, 并得出窄频带下二次谐波加强因子 $\frac{2N^2+N}{3}$, 表明边带和频作用对锁模激光脉冲具有更大的贡献。

关键词: 晶体的光谱和角度接收半宽; 边带和频过程。

一、引 言

由于宽频带激光在传输和核聚变激光打靶中具有一系列优点, 特别是短波长激光与等离子体更能更有效地作用^[1], 因此, 提高高功率宽频带钽玻璃激光倍频和三倍频效率将具有特殊意义。文献[2]曾对 OD*A、KDP 等晶体 I 类匹配宽频带钽玻璃激光倍频作过研究, 但对其边带和频作用贡献限制并没有文章很好讨论。文献[3]报道了多纵模激光二次谐波产生具有加强因子 $2N^2 - N$, 与所有基波功率集中在单纵模上相对加强是 $\frac{2N-1}{N}$, 从中可看出边带和频作用在多纵模倍频中的贡献。但此加强因子是对非锁模激光而言, 本文还将给出锁模情况下的加强因子, 表明了和频作用在微微秒脉冲多纵模激光倍频中更加突出^[4]。

二、非线性晶体光谱和角度接收半宽

从三个单色平面波在非线性晶体中的耦合波方程, 忽略晶体吸收损耗、小信号近似下^[5]:

$$I_{2\omega} \propto \text{sinc}^2 \psi_d \quad \left(\psi_d = \frac{1}{2} \Delta k_d L_d \right) \quad (1)$$

$$I_{3\omega} \propto \text{sinc}^2 \psi_t \quad \left(\psi_t = \frac{1}{2} \Delta k_t L_t \right) \quad (2)$$

其中, $\Delta k = k_3 - k_1 - k_2$ 是波矢失配, L 为晶体厚度。当 $\psi = \psi_0 = 1.396$ 时, $\text{sinc}^2 \psi_0 = 0.5$, 即半功率点。

考虑 $\Delta k = \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right) 2\pi n_3(\lambda_1, \lambda_2, \theta) - \frac{2\pi}{\lambda_1} n_1(\lambda_1, \theta) - \frac{2\pi}{\lambda_2} n_2(\lambda_2, \theta)$ 式的一级近似, 由波长和角度失配引起的波矢失配是(假设对中心波长 $\lambda_{10}, \lambda_{20}$ 的和频是相位匹配的):

$$\begin{aligned} \Delta k &= \left(\frac{\partial k_3}{\partial \lambda_1} - \frac{\partial k_1}{\partial \lambda_1}\right)(\lambda_1 - \lambda_{10}) + \left(\frac{\partial k_3}{\partial \lambda_2} - \frac{\partial k_2}{\partial \lambda_2}\right)(\lambda_2 - \lambda_{20}) + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta}(\theta - \theta_0) \\ &= A_1 \cdot \Delta \lambda_1 + A_2 \cdot \Delta \lambda_2 + \beta \cdot \Delta \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

其中, A_1, A_2 是波长失配因子, β 是角度失配因子。

1. 倍频情况

$$1. \text{ I类匹配 } A_1 = A_2 = -\frac{2\pi}{\lambda_1} \left(\frac{\partial n_{10}}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\theta\theta}}{\partial \lambda_2} \right), \quad \beta = \frac{4\pi}{\lambda_1} \frac{\partial n_{2\theta\theta}}{\partial \theta}.$$

$$2. \text{ II类匹配 } A_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{10} - n_{2\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{10}}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\theta\theta}}{\partial \lambda_2} \right) \right],$$

$$A_2 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{1\theta\theta} - n_{2\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{1\theta\theta}}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\theta\theta}}{\partial \lambda_2} \right) \right], \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left(2 \frac{\partial n_{2\theta\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial n_{1\theta\theta}}{\partial \theta} \right).$$

2. 三倍频情况

$$1. \text{ I类匹配 } A_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{10} - n_{3\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{10}}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{3} \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \lambda_3} \right) \right],$$

$$A_2 = \frac{8\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{20} - n_{3\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{20}}{\partial \lambda_2} - \frac{1}{3} \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \lambda_3} \right) \right], \quad \beta = \frac{6\pi}{\lambda_1} \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \theta}.$$

$$2. \text{ II类匹配 } (O_{2\omega} + e_{1\omega} \rightarrow e_{3\omega}) A_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{1\theta\theta} - n_{3\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{1\theta\theta}}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{3} \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \lambda_3} \right) \right],$$

$$A_2 = \frac{8\pi}{\lambda_1} \left[\frac{n_{20} - n_{3\theta\theta}}{\lambda_1} - \left(\frac{\partial n_{20}}{\partial \lambda_2} - \frac{1}{3} \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \lambda_3} \right) \right], \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_1} \left(3 \frac{\partial n_{3\theta\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial n_{1\theta\theta}}{\partial \theta} \right).$$

从(3)式, 我们便可求出晶体角度和光谱接收半宽 $\Delta\theta_{FW}$, $\Delta\lambda_{A_1}$, $\Delta\lambda_{A_2}$ 以及 $\frac{\partial\theta_m}{\partial\lambda_1} \Big|_{\substack{\lambda_1=\lambda_{10} \\ \lambda_2=\lambda_{20}}}$ 和 $\frac{\partial\theta}{\partial\lambda_1} \Big|_{\substack{\lambda_1=\lambda_2 \text{ 或 } 2\lambda_1 \\ \lambda_1=\lambda_{10}}}$.

$$\begin{aligned} L \cdot \Delta\theta_{FW} &= 4\psi_0 / |\beta|, \\ L \cdot \Delta\lambda_{A_1} &= 4\psi_0 / |A_1|, \\ L \cdot \Delta\lambda_{A_2} &= 4\psi_0 / |A_2|, \\ L \cdot \Delta\lambda_A &= 4\psi_0 / |2A_1| \text{ (I类匹配倍频)}, \\ \frac{\partial\theta_m}{\partial\lambda_i} &= -A_i / \beta \quad (i=1, 2). \end{aligned}$$

表1给出了KDP、ADP、 β -BaB₂O₄、LiIO₃和LiNbO₃等晶体对1.064 μm 激光倍频、三倍频、四倍频情况的角度和光谱接收半宽, 非线性耦合系数 $k = \frac{\pi}{\lambda_1} (n_1 n_2 n_3)^{-1/2} \cdot \frac{(d_{\text{eff}})_{\text{max}}^{[6]}}{\epsilon_0}$ 等参数值(角度均指在晶体内值)。

从1表可看出一块非线性晶体的频率转换性能好坏, 特别是对宽频带铌玻璃激光频率转换的适用性。现讨论如下:

a) 除I类匹配倍频(包括四倍频)外, 两混频光的光谱接收半宽及匹配角对两混频光的波长变化是不同的, 而且晶体光谱和角度接收半宽均与晶体长度 L 成反比(90°匹配, $\Delta\theta_{FW}$ 与 $L^{1/2}$ 成反比; λ -反射点^[10]处, $\Delta\lambda_A$ 与 $L^{1/2}$ 成反比), 这里的 $\Delta\lambda_A$ 是 R. C. Miller^[11] 定义的

Table 1 Derivatives of match-angle with respect to wavelength, spectral and angular acceptance half-width.
All quantities apply within the crystals. Refractive indexes from (6), (7), (8). $\lambda_1=1.064\mu\text{m}$

Crystals	Types		$L \cdot \Delta\lambda_{A_1}$ cm·Å	$L \cdot \Delta\lambda_{A_2}$ cm·Å	$L \cdot \Delta\theta_{FW}$ cm·mrad	$\partial\theta_m/\partial\lambda_1$ mrad/Å	$\partial\theta_m/\partial\lambda_2$ mrad/Å	$\partial\theta/\partial\lambda_1$ mrad/Å	K 10^{-6}cm/V	θ_m °
KDP	doubling	I	423	423	1.13	0.00267	0.00267	0.00533	0.831	41.2
		II	58.0	44.9	2.19	0.0378	-0.0488	0.0462	1.12	59.1
	tripling	I	23.0	10.5	0.698	-0.0304	0.0663	0.000567	0.923	47.3
		II	13.8	18.3	1.06	-0.0764	-0.0577	-0.0121	1.13	58.4
	quadrupling	I	2.85	2.85	1.12	-0.393	-0.393	-0.785	2.41	76.8
	ADP	doubling	I	312	312	1.03	0.00328	0.00328	0.00657	0.828
II			48.8	42.5	2.16	0.0442	-0.0507	0.0572	1.06	61.5
tripling		I	21.0	9.38	0.644	-0.0307	-0.0687	0.000978	0.919	47.8
		II	12.7	16.6	1.02	-0.0808	-0.0617	-0.0106	1.08	60.0
quadrupling		I	2.51	2.51	1.43	-0.570	-0.570	-1.14	2.41	80.5
BBO($\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$)		doubling	I	39.2	39.2	0.512	-0.0131	-0.0131	-0.0261	3.99
	II		195	23.8	0.800	-0.00411	-0.0336	-0.00335	3.11	32.8
	tripling	I	4.57	9.79	0.261	-0.0267	0.0570	-0.0109	3.70	31.3
		II	7.35	7.71	0.348	-0.0451	-0.0474	-0.0130	2.67	38.6
	quadrupling	I	1.45	1.45	0.165	-0.113	-0.113	-0.227	5.73	47.6
	LiIO ₃	doubling	I	12.8	12.8	0.342	-0.0268	-0.0268	-0.0536	5.77
tripling		I	3.36	1.47	0.185	-0.0551	0.126	-0.0288	8.51	47.2
LiNbO ₃	doubling	I	3.22	3.22	2.50	-0.776	-0.776	-1.55	8.09	83.7

两倍。Y. S. Liu^[12]曾用可调窄谱线钽玻璃激光测定过 KDP: $L \cdot \Delta\lambda_A = 72.5 \text{ \AA} \cdot \text{cm}$, LiIO_3 : $L \cdot \Delta\lambda_A = 8.2 \text{ \AA} \cdot \text{cm}$ 。表 1 的值虽然偏大(小信号、平面波近似所致),但其还是反映晶体匹配性能的。需指出:在入射基波功率增大,高转换效率情况下,数值计算耦合波方程可知 $\Delta\lambda_A$ 、 $\Delta\theta_{FW}$ 均会降低。

b) 虽然 LiNbO_3 和 LiIO_3 的 K 值较大,但它们破坏阈值低、色散大,从而只用于低功率密度激光,要求 L 较大,光谱和角度接收半宽相应较小(90° 匹配, $\Delta\theta_{FW}$ 较大例外),不适合宽频带激光混频。然而,虽然 KDP、ADP、 $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ 的 K 值较小,但它们破坏阈值高,色散小,在高功率密度下, L 值要求较短,光谱和角度接收半宽相应较大。因而适合于高功率宽频带激光混频。其中 KDP 稍优于 ADP 晶体。KDP 晶体 I 类比 II 类匹配要佳。而 $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ 晶体 II 类优于 I 类匹配倍频,且并不差于 KDP I 类匹配,因为 $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ 的 K 值比 KDP 大几倍,在同一功率密度下所需的晶体厚度就小几倍^[5]。

c) 随着波长的变短,晶体色散相应增大,光谱接收半宽减小,对三倍频、四倍频,不论用 KDP、 $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ 晶体的 I 类还是 II 类匹配,其光谱接收半宽已很小。因而对激光半宽为 $\Delta\lambda_F = 60 \sim 100 \text{ \AA}$ 的宽频带钽玻璃激光三倍频、四倍频均不能获得高效转换。

d) 对于单频激光 II 类匹配混频, o 、 e 光的最佳光子数比为 1:1^[5];就宽频带激光 II 类倍频而言, $\Delta\lambda_{A1}(o \text{ 光}) > \Delta\lambda_{A1}(e \text{ 光})$,特别是用 $\beta\text{-BaB}_2\text{O}_4$ 晶体 $\Delta\lambda_{A1} \gg \Delta\lambda_{A1}$,图 1 中阴影区内的光子参加高效频率转换,为了保证参加高效作用的光子数比为 1:1,就必须让 e 光能量大于 o 光能量,使高效转换区的光子能充分作用。因为阴影区外的光子位相失配较大,对转换率贡献极小。而当一宽频带钽玻璃激光与 $1.064 \mu\text{m}$ 单频激光混频时,用 II 类匹配,宽频带激光应采用 o 偏振射 λ 晶体。倘若 $\Delta\lambda_F(\text{激光半宽}) > \Delta\lambda_{A1}(o \text{ 光})$,那么,要求宽频带激光能量要大于单频激光能量; $\Delta\lambda_F \ll \Delta\lambda_{A1}$ 时,两束光的能量比要求将趋于 1。

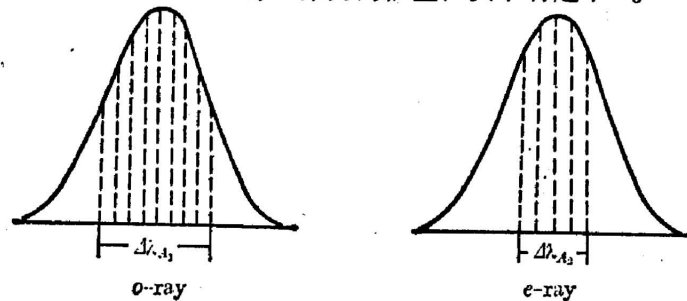


Fig. 1 Spectral distributions of fundamental frequency

三、宽频带激光耦合波方程

在宽频带激光混频中,考虑到同一频率的光可以由多种频率之间的和(差)频产生这一特点,已得到非锁模宽频带激光倍频方程^[9]

$$\begin{cases} \frac{dE_1(\omega_i)}{dz} = -\frac{1}{2} \gamma_1 E_1(\omega_i) - iK \sum_j E_1^*(\omega_j) E_2(\omega_i, \omega_j) e^{-i\Delta k(\omega_i, \omega_j)z}, \\ \frac{dE_2(\omega_i, \omega_j)}{dz} = -\frac{1}{2} \gamma_2 E_2(\omega_i, \omega_j) - iK \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \delta_{ij}\right) E_1(\omega_i) E_1(\omega_j) \\ \quad \cdot [e^{i\Delta k(\omega_i, \omega_j)z} + e^{i\Delta k(\omega_j, \omega_i)z}]. \end{cases} \quad (5)$$

由此方程所推出的多纵模激光倍频加强因子 $\frac{2N-1}{N}$ 与文献[2]一致。

对于锁模激光,各纵模的相位是恒定的,因此频率 ω_i, ω_j 与 $\omega_{i'}, \omega_{j'}$ 的和频 ($\omega_i \neq \omega_{i'}, \omega_j$) $\omega_s = \omega_i + \omega_j = \omega_{i'} + \omega_{j'}$ 贡献项是同相相加的。故得锁模宽频带激光倍频方程为

$$\begin{cases} \frac{dE_1(\omega_i)}{dz} = -\frac{1}{2} \gamma_1 E_1(\omega_i) - iK \sum_j E_1^*(\omega_j) E_2(\omega_i, \omega_j) e^{-i\Delta k(\omega_i, \omega_j) \cdot z} \\ \frac{dE_2(\omega_i, \omega_j)}{dz} = -\frac{1}{2} \gamma_2 E_2(\omega_i, \omega_j) - iK \sum_{j'=1}^N \sum_{i'=j'+1}^N \delta_{i+j, i'+j'} \\ \quad \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \delta_{i,j'}\right) \cdot E_1(\omega_{i'}) E_1(\omega_{j'}) [e^{i\Delta k(\omega_{i'}, \omega_{j'}) \cdot z} + e^{i\Delta k(\omega_{j'}, \omega_{i'}) \cdot z}] \end{cases} \quad (6)$$

其中假设各纵模初相位 $\phi_n \equiv 0, n=1, \dots, N$ 。 γ_1, γ_2 分别是晶体对基频、倍频光的吸收系数。在窄频带(激光半宽 $\Delta\lambda_F \ll \Delta\lambda_A$)等振幅多纵模激光情形、无吸收、小信号近似下,二次谐波功率:

$$P_{2\omega} \propto K^2 L^2 (2N^3 + N) / 3. \quad (7)$$

与所有基波功率集中在单纵模情形相比,二次谐波加强因子 $(2N^2+1)/3N$, 当 $N \rightarrow \infty$ 时,加强因子趋于无穷大,由此看出边带和频过程对锁模脉冲频率转换有更大的加强作用。但必须指出,这里假设了各纵模初相位是相同的,否则每一对边带和频贡献项均含有折扣因子 $\cos(\phi_m - \phi_n)$, 并且这里是无吸收损耗,小信号近似的结果。

文献[2]中曾讨论过二次谐波光谱特性,但没有指出非锁模与锁模激光两种情况的差别。当 $\Delta\lambda_A \gg \Delta\lambda_F$ 时,二次谐波和和频过程都完好相位匹配。如这时基波光谱是方形的,则二次谐波谱特点如图 2(a)(锁模), (b)(非锁模)。

而实际情况基波光谱很接近高斯或抛物线型,其谐波光谱决定于很多因素、诸如基波光谱、晶体光谱接收半宽 $\Delta\lambda_A$ 、基波功率密度、晶体长度等。J. Comly 等^[4]指出抛物型基波光谱,非锁模倍频加强因子在 $N \gg 1$ 时将从 2 下降到 1.5。文献[9]已对非锁模宽频带玻璃激光 ($\Delta\lambda_F = 60 \text{ \AA}$) 和单频激光的倍频作过计算并和实验符合得很好,采用 I 类 KDP 晶体 (3 cm 厚, $\Delta\lambda_A \approx 70 \text{ \AA}$), 获得 44.5% 的外转换频率 ($I_{10} = 230 \text{ MW/cm}^2$), 而且 $\Delta\lambda_{2\omega} (\text{FWHM}) = 23 \text{ \AA}$, 转换效率比同一基波功率密度下单频倍频略高,这充分体现了和频作用在此情况下 ($\Delta\lambda_A > \Delta\lambda_F$) 贡献的重要性。

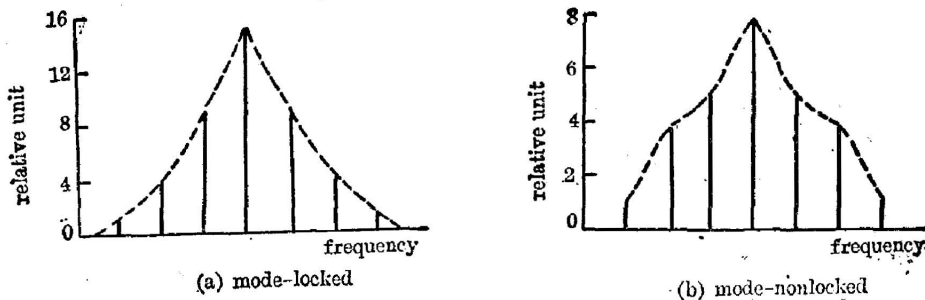


Fig. 2 Spectral distributions of second harmonics (fundamental frequency longitudinal number $N=4$)

本工作中曾与中山大学物理系覃文骅同志作过有益讨论,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] 邓锡铭等;《光学学报》,1983, 3, No. 2 (Mar), 97~101.
 [2] D. J. Taylor; *J. Appl. Phys.*, 1975, 46, No. 9 (Sep), 3988~3991.
 [3] G. E. Francois; *Phys. Rev.*, 1966, 143, No. 2 (Mar), 597~600.
 [4] W. H. Glenn; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1969, QE-5, No. 6 (Jun), 284~290.
 [5] R. S. Craxton; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1991, QE-17, No. 9 (Sep), 1771~1782.
 [6] F. Zernike; *J. O. S. A.*, 1964, 54, No. 10 (Oct), 1215~1220.
 [7] K. Kato; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1986, QE-22, No. 7 (July), 1013~1014.
 [8] D. N. Nikogosyan; *Sov. J. Quant. Electron.*, 1977, 7, No. 1 (Jan), 1~13.
 [9] 覃文骅, 蔡希洁等;《光学学报》,1987, 7, No. 2 (Feb), 151~158.
 [10] N. P. Barnes *et al.*; *Appl. Optics*, 1976, 15, No. 3 (Mar), 696~699.

Contribution limitation of side-band sum-frequency processes to laser frequency conversion

QIU ZHIREN, CAI XIJIE AND WENG ZIJIANG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 23 January 1986; revised 19 March 1987)

Abstract

According to the equations of three interacting plane waves (without absorptions and losses) and small-signal approximation, the calculations of spectral and angular acceptance half-widths are done with KDP, ADP, BBO, LiIO₃, LiNbO₃ for frequency doubling, tripling and quadrupling ($\lambda_1=1.064\ \mu\text{m}$), so that we can select crystals used for frequency-conversion in a wide-band Nd: glass laser. The doubling equations for wide-band mode-locked lasers are given. The calculated enhancement factor $\frac{2N^3+N}{3}$ of SH shows that processes of side-band sum-frequency for mode-locked laser pulse are of important roles.

Key Words: Spectral and angular acceptance half-widths of crystals; Side-band sum-frequency processes.