

离轴抛物镜的最佳子午像面

徐 实 陈俊人

(中国科学院西安光学精密机械研究所)

提 要

分析指出,若满足一定的近似条件,离轴抛物镜存在一倾斜的最佳子午像面。文中导出了这一像面的倾角和其上子午弥散大小。理论分析和实际计算结果均表明,此像面上子午像质得到显著提高。

关键词: 光谱仪器;非球面成像系统;离轴抛物镜;几何成像特性;最佳子午像平面。

一、引 言

离轴抛物镜对于平行于其轴线的无限远光束,成像时无像差,同时又无中心遮拦。它在光学准直仪器特别是光谱仪器中有其特殊的地位。

一般在系统中的离轴抛物镜总有一定视场。若不采取一定措施,随视场增大像质将急剧变坏。

下面的分析表明,如果离轴抛物镜被利用的部分离轴不远,视场和孔径不大,它必有一倾斜的最佳子午像面,在其上子午像质得到显著地改善。计算结果进一步表明,实际上在较宽的条件下,所给出的理论结果与实际情况基本一致。

在含离轴抛物镜的分光系统(特别是摄谱系统)中,离轴抛物镜一般是做为准直物镜和暗箱物镜。我们总是使其子午方向与系统的色散方向一致。这样,若使谱面与最佳子午像面重合,就能在色散方向上得到的小得多的像点弥散,从而使光谱分辨率得到显著提高。

二、理 论 分 析

图1显示了离轴抛物镜各子午光线的几何关系。图中 CD' 曲线是一抛物镜的近离轴部分。 AB 为孔径光阑。零视场各光线经抛物镜反射后聚焦于焦点 F 。 $2\cdot\Delta u$ 决定了成像光束的孔径。图中建立了以 F 为原点的直角坐标系,取抛物镜轴线为 x 轴。 ω 视场的上下光线 OE 与 DE 的交点为 E ,不同视场 E 的轨迹形成 EF 曲线, F 点的切线与 y 轴的夹角为 θ ; ω 视场主光线 PH 与 EF 的交点为 H 。在以下推导中均已令焦距 $f=1$ 。首先列出图中抛物面方程 $y^2=4\cdot(x+1)$,由此式及图中已知条件,可求出 P 点坐标。

$$\begin{aligned} x_P &= \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \omega} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg} \omega \left(\operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} - 1 \right)^2} - 1 \right. \\ &\quad \left. - -1 + \frac{1}{4} \left(\operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right)^2 - \frac{1}{8} \operatorname{tg} \omega \left(\operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right)^3 + \dots \right) \end{aligned}$$

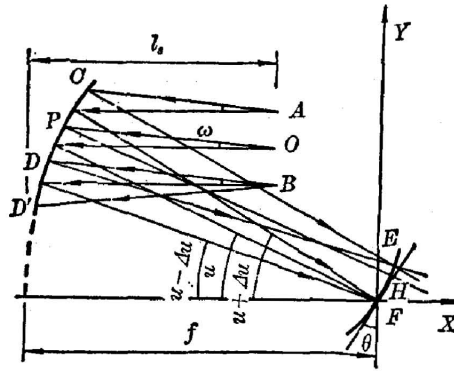


Fig. 1 Meridional rays of the not-far-off-axis portion of a paraboloidal mirror

$$\left. \begin{aligned} y_P &= \frac{2}{\operatorname{tg} \omega} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg} \omega \left(\operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} - 1 \right)} \right. \\ &= \operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{tg} \omega \left(\operatorname{tg} \omega \cdot l_s + 2 \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right)^2 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

及主光线 PH 方程

$$(x_P - y_P \operatorname{tg} \omega) \cdot y = (y_P - x_P \operatorname{tg} \omega) \cdot x - \operatorname{tg} \omega (x_P + 2)^2.$$

将(1)代入并展开各正切函数, 经整理后得

$$\left. \begin{aligned} y &= -[u + (l_s - 1) \cdot \omega + \dots] \cdot x + \omega \cdot \frac{3}{4} u^2 \omega - \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right) \cdot u \omega^2 \\ &+ \frac{1}{3} \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right)^2 \cdot \omega^3 \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

通过类似的步骤可分别求得 OE 光线方程

$$\left. \begin{aligned} y &= -[u + \Delta u + (l_s - 1) \omega + \dots] \cdot x + \omega + \frac{3}{4} (u + \Delta u)^2 \cdot \omega \\ &- \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right) (u + \Delta u) \omega^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right)^2 \cdot \omega^3 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

及 DE 光线方程

$$\left. \begin{aligned} y &= [u + \Delta u + (l_s - 1) \omega + \dots] \cdot x + \omega + \frac{3}{4} (u + \Delta u)^2 \cdot \omega \\ &- \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right) (u - \Delta u) \cdot \omega^2 + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{3}{2} l_s\right)^2 \cdot \omega^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由此得到两者交点 E

$$\left. \begin{aligned} x_e &= \frac{3}{2} u \cdot \omega + \left(\frac{3}{2} l_s - 1\right) \cdot \omega^2 + \dots, \\ y_e &= \omega - \frac{3}{4} u^2 \omega + \frac{3}{2} (1 - l_s) u \cdot \omega^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2} l_s - 1\right) \left(\frac{3}{2} l_s - 2\right) \cdot \omega^3 + \frac{3}{4} \Delta u^2 \omega + \dots \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

而

$$\theta = \lim_{\omega \rightarrow 0} \operatorname{tg}^{-1}(x_e/y_e) = \frac{3}{2} u + \dots \quad (6)$$

略去各角度的高阶量, 由(5)、(6)得到 E 点轨迹方程

$$x_e \approx \theta y_e + \left(\frac{3}{2} l_s - 1\right) \cdot y_e^2. \quad (7)$$

它与视场、孔径都无关,即各视场的不同孔径光束交点均落在其上。所以此方程代表最佳的子午像面(一般是弯曲的),其上的子午几何弥散最小;且它只是彗差所致。

$\Delta u \rightarrow 0$ 的两光线(其极限是主光线 PH)交点亦应落在(7)式上,此点正是 H 。将 $\Delta u = 0$ 代入(5)式即得 H 点坐标,进而可求得像面上 E 和 H 点间距,即彗差 K_T 的大小。推得

$$K_T \approx \frac{3}{4} \Delta u^2 \cdot \omega. \quad (8)$$

我们选择 $l_s = \frac{2}{3}$ 。由(7)知此时得到的是一倾斜的最佳子午像平面;其相对于 y 轴的倾角由(6)式给出,其上的彗差仍是(8)式的 K_T 。

由初级像差理论知道,如果一普通抛物镜的孔径为 $2\Delta u$,视场为 ω ,则它的子午彗差表达式与(8)一样(不考虑符号);且它的消场曲位置也是 $l_s = \frac{2}{3}$ 。所以,利用离轴抛物镜且成像于最佳像面上,既避免了遮拦光束,又不会使子午像质下降。而普通抛物镜和离轴抛物镜的普通像面均不能同时做到这两点。

三、像质比较

对图1的系统,为保证不遮拦光线,当 $l_s \leq 1 + x_e$ 时 B 点应在 $\omega > 0$ 的 CE 光线之上;当 $l_s \geq 1 + x_e$ 时 E 点应在 $\omega < 0$ 的 BD 光线,即图中的 BD' 光线之下。为满足前者,易推出

$$u \geq \left(\frac{2}{l_s} - 1\right) \cdot (\Delta u + l_s |\omega|) + \dots. \quad (9)$$

对后者,推得

$$u \geq \Delta u + l_s |\omega| + \dots. \quad (10)$$

通过分析知道在垂轴焦面上主光线与其交点总在上下光线与其交点之间。这样由(3)、(4)式可得其上的子午弥散大小

$$\Delta y = |3u \cdot \omega \cdot \Delta u - (2 - 3l_s) \Delta u \cdot \omega^2 + \dots|.$$

结合(9)、(10)式,易知在 $l_s = 1 + x_e \approx 1$ 时,上式取最小值(同时考虑正负视场)。略去高阶角度量后得

$$\Delta Y_{\min} \approx 3 \cdot |\omega| \Delta u^2 + 4 \Delta u \omega^2. \quad (11)$$

这样,如果利用最佳像面能使子午弥散相对于垂轴像面减小 τ 倍,那么

$$\tau_{\min} = \Delta y_{\min} / K_T \approx 4 \left(1 + \frac{4|\omega|}{3 \cdot \Delta u}\right). \quad (12)$$

至少使弥散减小四倍。实际的光学系统总有一定的视场,其栏也并不总是临界大小,因而像质提高的幅度还要大。

至此我们推出了:最佳像面的倾角(6)式,其上的子午弥散(8),以及它对子午像质的提高程度(12)。利用这些结果,我们可在光学系统总体设计中不进行光线追迹,而方便地确定合离轴抛物镜系统(特别是分光光谱系统)中接收元件的位置安排,并估计出大致的像质。

四、计算结果

我们对离轴抛物镜的实际成像光束进行了计算。在表1~表4中仅列出了几组光线追迹的结果。其中的表1和表2给出了 $l_s = \frac{2}{3}$ 时最佳像面上的实际子午彗差 ϕ_K 和最大弥散 ϕ_M ; 表3和表4是 $l_s = 1$ 时垂轴焦面上的实际弥散 ϕ_r 。上述各表中的各角度均满足关系式(9)。为便于对照比较,我们还将由(8)式得到的部分值列于表5中。

分析比较表中的数据,足以得到如下结论:

1. 视场不大时有 $\phi_M = |\phi_K| = |K_T|$, 理论值和实际计算质能较好地相符;
2. ϕ_K 与 u 基本无关,与理论分析结果一致;
3. 视场较大时,尚可认为 $\phi_K \approx K_T$, 但 ϕ_K 与 ϕ_M 已相差不小。显然这是由高级场曲对 ϕ_M 的贡献所致;
4. 与垂轴焦面相比,最佳像面上的像质均有较大提高;就表中的几组数据而言,提高的幅度均在七倍以上。这与式(12)的结论是一致的。

Table 1 $u=8^\circ, l_s = \frac{2}{3}, \theta=12^\circ$

$\phi_K \cdot 10^5$ & $\phi_M \cdot 10^{+5}$			
$\omega \backslash \Delta u$	1°	2°	3°
+1°	0.4028	1.6119	3.6297
	0.4105	1.6290	3.6594
-1°	-0.4044	-1.6184	-3.6442
	0.4100	1.6293	3.6599
+2°	0.8034	3.2153	
	0.8369	3.2870	
-2°	-0.8099	-3.2411	
	0.8290	3.2801	
+3°	1.2014	4.8079	
	1.2832	4.9807	
-3°	-1.2159	-4.8658	
	1.2502	4.9379	
+4°	1.5962		
	1.7526		
-4°	-1.6218		
	1.6667		

Table 2 $u=16^\circ, l_s = \frac{2}{3}, \theta=24^\circ$

$\phi_K \cdot 10^4$ & $\phi_M \cdot 10^4$			
$\omega \backslash \Delta u$	2°	4°	6°
+2°	0.3324	1.3320	3.0064
	0.3576	1.3381	3.1048
-2°	-0.3375	-1.3526	-3.0531
	0.3562	1.3890	3.1052
+4°	0.6582	2.6377	
	0.7678	2.8727	
-4°	-0.6786	-2.7198	
	0.7421	2.8497	
+6°	0.9761	3.9120	
	1.2423	4.4744	
-6°	-1.0217	-4.0945	
	1.1364	4.3358	
+8°	1.2851		
	1.7905		
-8°	-1.3647		
	1.5149		

Table 3 $u=5^\circ, l_s=1$

		$\phi_Y \cdot 10^4$		
$\omega \backslash \Delta u$		1°	2°	3°
+1°		0.8558	1.7130	2.5730
-1		0.7511	1.5039	2.2597
+2		1.8139	3.6305	
-2°		1.3956	2.7944	
+3°		2.8718	5.7475	
-3°		1.9313	3.8678	
+4°		4.0269		
-4°		2.3569		

Table 4 $u=10^\circ, l_s=1$

		$\phi_Y \cdot 10^3$		
$\omega \backslash \Delta u$		2°	4°	6°
+2°		0.6971	1.3989	2.1102
-2°		0.6178	1.2408	1.8746
+4°		1.4661	2.9409	
-4°		1.1492	2.3095	
+6°		2.2990	4.6101	
-6°		1.5879	3.1033	
+8°		3.1876		
-8°		1.9284		

Table 5 Optimum meridional image plane of off-axis paraboloidal mirror

		$K_T \cdot 10^4$				
$\omega \backslash \Delta u$		1°	2°	3°	4°	6°
1°		0.0399	0.1595	0.3589	0.6380	1.4355
2°		0.0797	0.3190	0.7177	1.2760	2.8710
3°		0.1196	0.4785	1.0766	1.9140	
4°		0.1595	0.6380	1.4355	2.5520	
6°		0.2392	0.9570	2.1532	3.8279	
8°		0.3190	1.2760			

参 考 文 献

- [1] 张以谟主编;《应用光学》, (机械工业出版社, 北京, 1982), Ch. 17, Sec. 2。
 [2] 吴国安;《光谱仪器设计》, (科学出版社, 北京 1978), Ch. 5, Sec. 5, 6。

Optimum meridional image plane of off-axis paraboloidal mirror

XU SHI AND CHEN JUNREN

(Xian Institute of Optics and Precision Mechanics, Academia Sinica)

(Received 12 September 1986; revised 21 January 1987)

Abstract

Analysis is made for the meridional imaging rays of a not-far-off-axis paraboloidal mirror, which indicates that there is an inclined optimum image plane of the off-axis mirror if certain approximation is satisfied and the aperture stop is properly located. The inclination and the blurred point image size on the image plane are derived. The analysis and the ray tracing result both show that the image quality is much improved on the inclined image plane.

Key words: Spectral instruments; Non-spherical imaging system; off-axis paraboloidal mirror; Geometrical imaging characteristics; Optimum meridional image plane.