

激光等离子体中由有质动力决定的 密度分布的时间特性

沈文达

(上海科学技术大学物理系)

朱蔚通

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文研究了激光等离子体中由有质动力决定的准稳态密度分布, 导出了局域密度标度长度、上、下密度平台长度和下平台平均密度标度长度对入射光场强和时间的依赖关系。结果表明, 在达到准稳态后, 随着时间的推移, 上、下密度平台的长度和下平台平均密度标度长度增大, 而临界密度区域的标度长度仅微小地增加, 这些结果与实验及粒子模拟相一致。

一、引 言

由于有质动力引起的稳态密度分布修正已被广泛地研究, 而且导出了上、下密度平台的密度、速度和等离子体的局域密度标度长度对参数 (v_0/v_e) 的依赖关系^[1~4]。然而, 对该问题所作的粒子模拟研究表明, 上、下密度平台的长度随时间而增大。这些平台长度, 特别是下密度平台的长度对激光的吸收和散射不稳定性有着显著的影响, 因而研究密度分布随时间演化的特性具有重要的实际意义。本文基于文献[3]的物理模型, 研究了法向入射的平面电磁波与自由膨胀等离子体的相互作用。将一个等温稀疏波与上密度平台相连接, 导出了等离子体的准稳态密度分布, 求得了上、下密度平台的长度、局域密度标度长度以及下平台平均密度标度长度的解析表达式。结果表明, 在达到准稳态后, 随着时间的推移, 上、下密度平台的长度和下平台平均密度标度长度增大, 而临界密度区域的标度长度只有微小的增加。这些结果与实验及粒子模拟相一致。

二、准稳态稀疏平台型场结构

如果等离子体中不存在激光场, 则等离子体将作自由膨胀, 其行为由自相似解描述^[3]

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= 1 + (\xi/kL_t), \\ N_0 &= N_r \exp[-1 - (\xi/kL_t)], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $\xi = kx$, $L_t = c_s t$, $v_0 = (v/c_s)$, $N_0 = (n/n_c)$, $N_r = (n_r/n_c)$, n 和 v 是等离子体密度和流

速, n_c 为临界密度, n_r 为等离子体在静止上流的密度, c_s 为离子声速。当等离子体受到与激光场相联系的有质动力作用时, 其自洽的密度分布由如下关系式给出^[1,3]:

$$\begin{aligned} 2(v^2 - 2\ln v - 1) &= |A_s|^2 - |A|^2, \\ Nv &= N_2v_2 = N_1v_1 = N_s, \\ 2(v_1^2 + 2\ln v_1 - 1) &= 2(v_2^2 - 2\ln v_2 - 1) = |A_s|^2, \\ N_2 &= [|A_s|^2/4(v_2 - 1)^2] \end{aligned}$$

式中 $A = (eE/m\omega c)$, N 和 v 为无量纲密度和速度。各量的下标的意义同文献[2]。由边界条件: 在任意时刻 t , 则

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= (v_0)_2 = 1 + (\xi_2/kL_t), \\ N_2 &= (N_0)_2 = N_r \exp[-1 - (\xi_2/kL_t)], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

可以求得 t 时刻上密度平台与稀疏波相联结的位置和静止上流的密度为

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= (v_2 - 1)kL_t, \\ N_r &= N_2 \exp[1 + (\xi_2/kL_t)]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由边界条件 $N_1 = (N_0)_1 = N_r \exp[-1 - (\xi_1/kL_t)]$

可以求得 t 时刻下密度平台与稀疏波相联结的位置

$$\xi_1 = -[\ln(N_1/N_r) + 1]kL_t. \quad (5)$$

由于等离子体密度梯度在 ξ_1 , ξ_2 处不连续, 所以 ξ_1 , ξ_2 是弱间断点。利用文献[3]给出的场的解析表达式

$$\left. \begin{aligned} |A| &= 2\pi^{1/2}(2kL_t)^{1/6}[\zeta/(1-N_0)]^{1/4}A_0A_t(-z_t), \\ (2/3)\zeta^{3/2} &= \ln(1 + \sqrt{1-N_0}) - \ln\sqrt{N_0} - \sqrt{1-N_0}, \quad (N_0 < 1), \\ (2/3)(-\zeta)^{3/2} &= \sqrt{N_0-1} - \arccos(1/\sqrt{N_0}), \quad (N_0 > 1) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

和最大值条件(Airy 函数极大值)

$$(-z_t) = -(2kL_t)^{2/3}\zeta = -1, \quad (7)$$

可以确定 t 时刻(L_t)声速点的位置

$$\xi_s = -[\ln(N_{0s}/N_r) + 1]kL_t \quad (8)$$

和声速点场与入射光场之间的关系

$$|A_s|^2 = \frac{3.6A_0^2}{\sqrt{1-N_{0s}}}, \quad (9)$$

式中 $N_{0s} = N_r \exp[-1 - (\xi_s/kL_t)]$, N_{0s} 满足

$$3kL_t[\ln(1 + \sqrt{1-N_{0s}}) - \ln\sqrt{N_{0s}} - \sqrt{1-N_{0s}}] = 1. \quad (10)$$

这里为了考虑与 t 时刻的稀疏波的匹配, (6)式中的 L_t 代替了原来文献[3]中所用的 L_b , L_t 的取值由激光作用的时间和声速决定。于是, 对于每一时间 t , 可以确定一个 N_{0s} 和 A_0^2 , 从而由(6)式、(2)式求得 t 时刻的电场、速度和密度的空间分布。

三、上、下密度平台的长度

1. 上密度平台的长度

由(6)式可知, 由于 $A_t(-z)$ 仅在 $(-z) \rightarrow \infty$ 时为零, 因而只在这时 $|A| = 0$ 才严格成立。

然而,在 $(-z) \geq 2$ 区域内, $|A_t(-z)|^2 \approx 0$, 因而, 在这个区域内, 有质动力可以忽略, 自治解被自相似解代替, 两个解在 $z_2 \geq z_{20} = -2$ 处连接。如果我们把 z_{20} 看作上密度平台刚刚形成的点, 则其位置可由 $-z_{20} = 2$ 求得

$$\xi_{20} = -[\ln(N_{20}/N_r) + 1]kL_t, \quad (11)$$

于是, 由(4)和(11)式, 可以求得上密度平台的长度 $\Delta_2 = |\xi_2 - \xi_{20}|$, 即

$$\Delta_2 = | -[\ln(N_2/N_r) + 1] + [\ln(N_{20}/N_r) + 1] | kL_t = |\ln N_{20} - \ln N_2| kL_t, \quad (12)$$

其中 N_{20} 与 kL_t 由如下关系式确定:

$$kL_t = \frac{2^{3/2}}{3[\sqrt{N_{20}-1} - \arccos(1/\sqrt{N_{20}})]}. \quad (13)$$

在入射条件不变的情况下, A_0^2 保持常数, 而由(10)式确定的 N_{0s} 随 $t(L_t)$ 而增大。于是, 随着时间的推移, 由(9)式给出的 $|A_s|^2$ 增大, 上密度平台的密度 N_2 也增大, 而由(13)式可以看到 N_{20} 随 L_t 增大而减小。这些行为的综合效应将使上密度平台的长度 Δ_2 随时间而增大。当稀疏波与上密度平台的连结点 ξ_2 恰好是刚形成上密度平台的点 ξ_{20} 时, $N_{20} = N_2$ 和 $(-z_2) = 2$ 。于是得到形成准稳态稀疏平台型上密度平台结构所需的时间 t_2 和入射光强度 $(A_0)_2^2$ 为

$$\left. \begin{aligned} t_2 &= \frac{2^{3/2}}{3kc_s[\sqrt{N_2-1} - \arccos(1/\sqrt{N_2})]}, \\ (A_0)_2^2 &= \frac{1}{3.6} \sqrt{1 - (N_{0s})_2} |A_s|^2, \\ 3kc_s t_2 \{ \ln[1 + \sqrt{1 - (N_{0s})_2}] - (1/2) \ln(N_{0s})_2 - \sqrt{1 - (N_{0s})_2} \} &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

如果增大激光作用时间, 则可以以较低的入射激光功率达到具有同样 N_2 、 v_2 、 N_1 、 v_1 的平台型结构。

2. 下密度平台的长度

对于给定的时间 $t(L_t)$, 由场分布表达式(6)式的第一个波节条件

$$(2kL_t)^{2/3} \zeta_{10} = (9\pi/8)^{2/3}, \quad (15)$$

可以求得下密度平台第一个波节的位置

$$\xi_{10} = -[\ln(N_{10}/N_r) + 1]kL_t, \quad (16)$$

其中 N_{10} 由下式决定

$$(2/3)\zeta^{3/2} = \ln(1 + \sqrt{1 - N_{10}}) - (1/2) \ln N_{10} - \sqrt{1 - N_{10}} = (3\pi/8kL_t). \quad (17)$$

由(5)式, 在 t 时刻下密度平台的长度 Δ_1 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= |\xi_1 - \xi_{10}| = | -[\ln(N_1/N_r) + 1]kL_t + [\ln(N_{10}/N_r) + 1]kL_t | \\ &= |\ln N_{10} - \ln N_1| kL_t. \end{aligned} \quad (18)$$

当 $N_{10} < N_1$ 时不可能形成下密度平台。这是因为在 t 时刻, 在 $\xi > \xi_{10}$ 区域内等离子体密度小于 N_1 , 等离子体应由自相似解描述, 其密度不受有质动力的调制。当 $N_{10} = N_1$ 时, 第一个波节点 ξ_{10} 恰好为 ξ_1 , 下密度平台长度 Δ_1 为零。在这种情况下, 形成下密度平台所需的时间为

$$t_1 = (3\pi/8kc_s) [\ln(1 + \sqrt{1 - N_1}) - (1/2) \ln N_1 - \sqrt{1 - N_1}]^{-1}. \quad (19)$$

当 $t > t_1$ 时, $(N_{10}/N_1) > 1$, Δ_1 随 L_t 而增大。

图1中的曲线表示在 $A_0^2 = 0.1225$ 入射条件下 Δ_1 和 Δ_2 对激光作用时间 kL_t 的依赖关

系。可以看到 Δ_1 和 Δ_2 都随激光作用时间而增大。这与粒子模拟所给出的上、下密度平台长度随时间而增大的结论相一致^[1]。

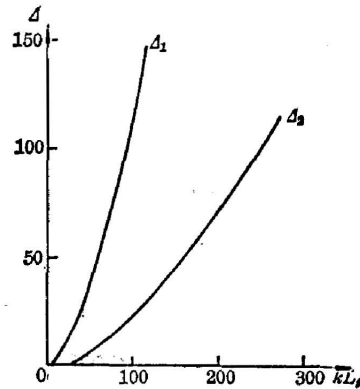


Fig. 1 Δ_1 and Δ_2 versus kL_t , $A_0^2=0.1225$

四、等离子体密度标度长度

由文献[2]给出的稳态公式可以推出准稳态激光等离子体的密度标度长度

$$kL = \left| \frac{N}{(dN/d\xi)} \right| = \left| [1 - (N_s/N)^2] / 2\sigma A_0^2 A_t(-z_t) A_t'(-z_t) \right|, \quad (20)$$

与稳态情况的差别仅在于其中各个物理量是时间的函数。

由(20)式可知,在 $N=1$ 的临界密度处

$$kL_c = \left| (1 - N_s^2) / 2\sigma A_0^2 A_t(-z_{tc}) A_t'(-z_{tc}) \right|. \quad (21)$$

而在 $N=N_s$ 的声速点处

$$kL_s = \left| (1 - N_{0s})^{1/2} / \pi^{1/2} (1 - N_s)^{1/2} A_0 A_t(-z_{ts}) \right|. \quad (22)$$

对于 $t > t_2$ 时间内的激光等离子体,可以由(19)式求得 N_1 到 N_2 区域内任一点的准稳态密度标度长度。

下密度平台等离子体密度呈现调制结构,其波峰和波节的位置由 Airy 函数及其一阶导数的零点决定。然而,实验中更关心的是下平台的坡度。取下密度平台的起点和终点的密度的平均作为下平台的平均密度,于是与之相应的密度标度长度可以用下式来估计

$$kL_t = \left| \frac{(N_{10} + N_1) [\ln(N_{10}/N_1)] kL_t}{2(N_{10} - N_1)} \right|. \quad (23)$$

在 $A_0^2=0.1225$ 的情况下,临界密度标度长度和下密度平台平均密度标度长度 L_t 的时间依赖关系分别由图 2 中的曲线 kL_c 和 kL_t 示出。可以看到,在有质动力作用下,密度分布达到准稳态后,随着时间的推移,临界密度标度长度仅缓慢地增大,而下平台平均密度标度长度迅速地增长。

关于激光等离子体中密度分布时间演化的物理图象,我们的理论结果与实验和粒子模拟相一致^[6]。

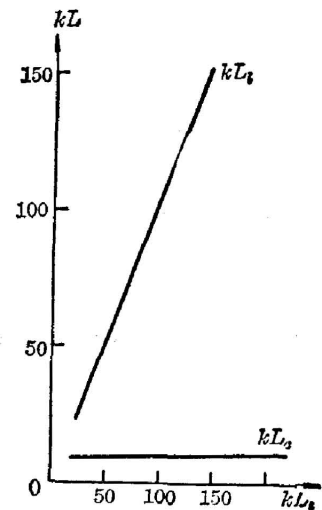


Fig. 2 kL_c and kL_t versus kL_t , $A_0^2=0.1225$

作者诚挚地感谢林尊琪副研究员和章辉煌同志的热忱和有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] K. Lee *et al.*; *Phys. Fluids*, 1977, **20**, No. 1 (Jan), 51~54.
- [2] K. Estabrook, W. L. Kruer; *Phys. Fluids*, 1983, **26**, No. 7 (Jul), 1888~1891.
- [3] 沈文达, 朱蔚通;《光学学报》, 1984, **4**, No. 11 (Nov), 979~983.
- [4] 朱蔚通, 沈文达;《物理学报》, 1986, **35**, No. 7 (Jul), 882.
- [5] V. L. Ginzburg;《*The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas*》, (Second edition, Pergamon Press, Oxford, New York, Toronto Sydney Braunschweig, 1970), 428.
- [6] O. Willi *et al.*; *Phys. Fluids*, 1980, **23**, No. 10 (Oct), 2061~2065.

Temporal feature of density profile determined by ponderomotive force in a laser plasma

SHEN WENDA

(*Department of Optics, Shanghai University of Science and Technology*)

ZHU SHITONG

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received 29 August 1986; revised 29 December 1986)

Abstract

The quasi-steady density profile determined by the ponderomotive force in a laser plasma is studied. The dependences of the local density scale length, the lengths of upper and lower density shelves and the average density scale length at lower shelf on the incident light intensity and time are derived. It is shown that after the quasi-steady state is reached, with the lapse of time the lengths of upper and lower density shelves and the average density scale length at lower shelf rise, and the density scale length in the critical density region increases slightly.