

可饱和吸收体在激光腔内的调 Q 及四波混频效应

张 涛 姚建铨
(天津大学 精仪系)

提 要

采用密度矩阵等方法,对可饱和吸收体在激光腔内的调 Q 以及四波混频效应从理论上作出了统一的解释,阐述了这些效应的物理起源。本文给出的理论计算结果与实验值的一致性令人满意。

关键词: 激光腔, Q 调制, 四波混频, 共振饱和吸收。

一、引 言

目前用于激光调 Q 的可饱和吸收体主要有染料(片)和色心晶体等材料。其中利用含有 F_2 色心的 LiF 晶体所进行的调 Q 实验是最近几年开展起来的^[1]。由于这些材料具有响应时间快,破坏阈值高等特点,人们也正在进行四波混频方面的研究^[2]。

值得注意的是,染料(片)和色心晶体用作调 Q 元件时,总是被放置在激光腔内的。最近我们又利用这两种材料在激光腔内实现了四波混频,产生了相位共轭波^[3~4]。这些可饱和吸收体在激光腔内既作为调 Q 元件,又作为混频介质。特别是,吴存恺等已成功地应用类似的装置对激光放大器相位畸变进行了补偿^[5]。这方面实际应用的前景是很诱人的。

但相对大量的实验结果和应用,理论方面的工作似乎还不够。本文主要根据我们的实验结果,报告在理论方面的一些工作。

二、可饱和吸收体激光调 Q 输出特性

考虑一个具有二能级结构的可饱和吸收体系*,我们利用量子光学的矢量模型进行理论推导^[6]。

图 1 是可饱和吸收体在激光腔内用作调 Q 元件时的实验图。

当刚开始泵浦激光工作物质时,腔内光强较弱,只有较少的光子透过调 Q 元件。随着腔内光强的增大,才会有大量的光子入射到调 Q 元件上,所以我们设当大量的光子入射时的光场为

$$E_0 = [e_0(t)/2] \exp[i(\omega t - k_z z)] e + c. c., \quad (1)$$

式中 e_0 为实数, e 为偏振矢量。设光波频率 ω 与调 Q 元件上下能级之间的共振频率相等,

收稿日期: 1986年3月18日; 收到修改稿日期: 1987年1月11日

* F_2 色心和 BDN 染料可近似认为属于这种体系。

则在 E_0 作用下调 Q 元件系统的哈密顿量用密度矩阵可表示为

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 - \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}_0 \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \hbar\omega \end{bmatrix} - \frac{p\varepsilon_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & \exp[i(\omega t - k_z z)] \\ \exp E_i(\omega t - k_z z) & 0 \end{bmatrix} \\
 &\quad - \frac{p\varepsilon_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & \exp[-i(\omega t - k_z z)] \\ \exp[i(\omega t - k_z z)] & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

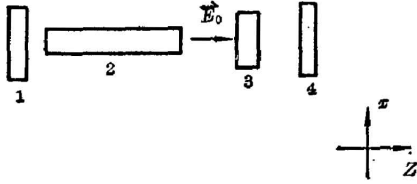


Fig. 1 Geometry for the Q-switch experiment

式中 $p = \langle 1 | P | 2 \rangle$, 且与 \mathbf{e} 的方向一致。

由量子力学理论知, 密度矩阵 ρ 应满足如下微分关系:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho]. \quad (3)$$

为了运算方便起见, 对在实验室坐标系 O_r 表示下的 ρ 进行表象变换, 变到 E_0 所代表的旋转坐标系 O_0 中。即

$$\left. \begin{aligned}
 \rho'(t) &= \exp(is_0) \rho(t) \exp(-is_0), \\
 s_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega t - k_z z \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则在 O_0 中, (3) 式的等效表示式为

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\rho'}{dt} &= -\frac{i}{\hbar} [H', \rho'], \\
 H' &= \exp(is_0) H \exp(-is_0) - \hbar \frac{ds_0}{dt} = -\frac{p\varepsilon_0}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

初始时 $\rho'(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 即系统中的粒子都处于下能级 $|1\rangle$ 上, 经 E_0 作用后, 系统的密度矩阵变为

$$\left. \begin{aligned}
 \rho'(t) &= \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int H'(t) dt\right] \rho'(0) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int H'(t) dt\right] \\
 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \phi_0 & -i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \\ i \sin \phi_0 \cos \phi_0 & \sin^2 \phi_0 \end{bmatrix} \\
 \phi_0 &= \frac{p}{2\hbar} \int \varepsilon_0(t) dt.
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

然后, 将 $\rho'(t)$ 变换回实验室坐标 O_r 中, 得到

$$\left. \begin{aligned}
 \rho(t) &= \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}, \\
 \rho_{11} &= \cos^2 \phi_0, \quad \rho_{22} = \sin^2 \phi_0, \\
 \rho_{12} &= -i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \exp[i(\omega t - k_z z)], \quad \rho_{21} = (\rho_{12})^*.
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7) 式反映了在光场 E_0 作用时, 调 Q 元件中粒子数密度随之变化的情况。

众所周知, 在一定条件下用染料调 Q 时, 其激光输出呈现阶梯形。作者在用 BDN 染料片为调 Q 元件时, 其激光输出也观测到有类似的现象出现。这是因为, 当激光工作物质中

的反转集居数达到(或超过)阈值 Δn_t 时,腔内才可产生激光振荡。而产生激光的阈值 Δn_t 与腔内的损耗 δ 有如下关系^[7]:

$$\Delta n_t = \frac{\delta}{\sigma l}, \quad (8)$$

式中 σ 和 l 分别为激光工作物质的发射截面和长度。 δ 的大小直接影响腔内激光振荡的产生。在用可饱和吸收体调 Q 的实验中, δ 主要来自调 Q 元件的吸收损耗。可直观地写出

$$\delta = K(\rho_{11} - \rho_{22}) + \delta_0, \quad (9)$$

式中 K 是与调 Q 元件中粒子的吸收截面以及粒子总数有关的参量; δ_0 是腔内的其它损耗。那么,由(7)、(8)、(9)式可得

$$\Delta n_t = \frac{K \cos 2\phi_0 + \delta_0}{\sigma l}. \quad (10)$$

从上式可见,对于用可饱和吸收体调 Q 的激光器,腔内产生激光振荡时所要求的反转集居数的阈值 Δn_t 是随 ϕ_0 值的改变而交替出现极大和极小值的。 $(\phi_0)^2$ 则是正比于射到调 Q 元件上的光场能量的。图 2 给出了 Δn_t 随 $(\phi_0)^2$ 变化的计算曲线。显然,当 $\cos 2\phi_0 = -1$ 时,阈值 Δn_t 取极小值 $\Delta n_t = [(\sigma - K)/\sigma l]$ 。这表明此时腔内损耗最小, Q 开关已打开。这时腔内最容易建立起激光振荡。

根据以上的推导,我们对可饱和吸收体调 Q 的双脉冲输出作如下解释:

在刚开始泵浦时,腔内光子数很少, Q 开关还没有打开, Δn_t 处在图 2 所示曲线的第一个极大值附近。这时腔内没有激光振荡产生。随着泵浦能量的增加,腔内光子数逐渐增多,产生激光振荡所要求的反转集居数的阈值 Δn_t 开始降低到图 2 所示的第一个极小值 Δn_t 附近,这表明 Q 开关已打开。与此同时,激光工作物质中的反转集居数也在增加,当达到阈值 Δn_t 时,腔内就能产生激光振荡,随之输出第一个调 Q 脉冲。

由于腔内开始产生激光振荡时,光子数会迅猛增加,导致阈值 Δn_t 变化到图 2 曲线上的第二个极大值附近。这时腔内损耗增大, Q 开关关闭。但当第一个调 Q 脉冲输出后,腔内光子数又急剧减少,使得 Δn_t 又可降低到图 2 所示的极小值 Δn_t 附近,此时腔内损耗减少, Q 开关可又一次打开。若此时输出第一个调 Q 脉冲后所剩余的泵浦能量再次使激光工作物质中的反转集居数增加并达到阈值 Δn_t , 则腔内又可以产生激光振荡,并输出第二个调 Q 脉冲。

因为两次调 Q 脉冲输出时所要求的激光工作物质中反转集居数的阈值均为 Δn_t , 故在其他条件相同时,第二个调 Q 脉冲的输出能量近似等于第一个脉冲的输出能量。

类似地可解释个数更多的激光调 Q 脉冲的输出。这些单脉冲、双脉冲、三脉冲等的输出反映在激光输出能量上,就使得其输出特性曲线呈阶梯形。

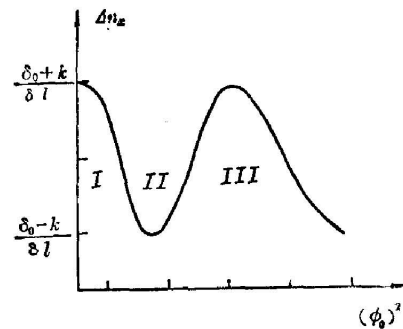


Fig. 2 Curve of Δn_t vs. $(\phi_0)^2$

三、可饱和吸收体的四波混频效应

在激光腔内实现四波混频时,可饱和吸收体既作为调 Q 元件,又作为混频介质。

首先它对激光进行调 Q, 调 Q 后的激光输出脉冲经反馈系统后, 作为探测光再入射回该可饱和吸收体中, 并且与腔内的光波电场在一起可饱和吸收体中实现四波混频。

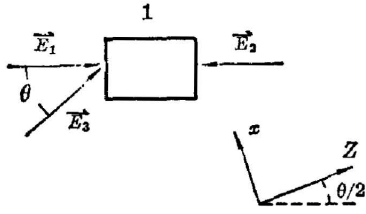


Fig. 3 Geometry of four-wave mixing

为了能方便地找出满足相位共轭条件的关系式, 我们选择实验室坐标系 O_r , 使得 z 轴相对于水平位置旋转 $(\theta/2)$ 角度, 其中 θ 为探测光的入射角, 如图 3 所示。

基于四波混频“全息光栅”模型的基本观点, 认为可饱和吸收体在光波电场 E_1 和 E_3 的作用下, 形成“全息光栅”。光波电场 E_2 则由于这个“全息光栅”的衍射作用而产生新的再现波。在一定条件下, 此再现波就是探测光 E_3 的相位共轭波。

光波电场 E_1 和 E_3 叠加后的总场为

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3 = (\varepsilon_1/2) \exp[i(\omega t + k_x x - k_z z)] \mathbf{e} + c.c. \\ &\quad + (\varepsilon_2/2) \exp[i(\omega t - k_x x - k_z z)] \mathbf{e} + c.c. \\ &= \varepsilon_1 \cos k_x x \exp[i(\omega t - k_z z)] \mathbf{e} + c.c., \end{aligned} \tag{11}$$

式中 $\varepsilon_1 = \varepsilon_3$, 且偏振方向一致。考虑在 \mathbf{E} 所代表的旋转坐标系 O_1 中有

$$\left. \begin{aligned} H'_1 &= \exp(is_1) (H_{10} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}) \exp(-is_1) - \hbar \frac{ds_1}{dt} = -p\varepsilon_1 \cos k_x x \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ s_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega t - k_z z \end{bmatrix}, \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

则 O_1 中的密度矩阵表示为

$$\rho'(t) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int H'(t_1) dt_1\right] \exp(is_1) \rho(t_0) \exp(-is_1) \exp\left[\frac{i}{\hbar} \int H'_1(t_1) dt_1\right], \tag{13}$$

式中 $\rho(t_0)$ 是探测光射入可饱和吸收体之前, 该系统的密度矩阵在 O_r 坐标系中的表示。这从第二节中的推导以及 (7) 式可直接求出。只是这里要计入 O_r 坐标系已旋转了 $(\theta/2)$ 角度, 即

$$\rho(t_0) = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi_0 & -i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \exp[i(\omega t_0 + k_x x - k_z z)] \\ i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \exp[-i(\omega t_0 + k_x x - k_z z)] & \sin^2 \phi_0 \end{bmatrix}. \tag{14}$$

在实验中, 由于反馈激光调 Q 脉冲的光程很短, 故探测光的时间延迟可以略去不计。那么将 (14) 式代入 (13) 式得

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \begin{bmatrix} \rho'_{11}(t) & \rho'_{21}(t) \\ \rho'_{21}(t) & \rho'_{22}(t) \end{bmatrix}, \\ \rho'_{11}(t) &= \cos^2 \phi_0 \cos^2 \phi_1 - \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 \exp\{-i[\omega(t-t_0) - k_x x]\} \\ &\quad + \sin^2 \phi_0 \sin^2 \phi_1 - \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 \exp\{i[\omega(t-t_0) - k_x x]\}, \\ \rho'_{22}(t) &= \cos^2 \phi_0 \sin^2 \phi_1 + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 \exp\{-i[\omega(t-t_0) - k_x x]\} \\ &\quad + \sin^2 \phi_0 \cos^2 \phi_1 + \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 \exp\{i[\omega(t-t_0) - k_x x]\}, \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho'_{12}(t) &= -i \cos^2 \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 - i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \cos^2 \phi_1 \exp \{-i[\omega(t-t_0) - k_x x]\} \\ &\quad + i \sin^2 \phi_0 \sin \phi_1 \cos \phi_1 + i \sin \phi_0 \cos \phi_0 \sin^2 \phi_1 \exp\{i[\omega(t-t_0) - k_x x]\}, \\ \rho'_{21}(t) &= (\rho'_{12})^*, \quad \phi_1 = \frac{p}{\hbar} \cos(k_x x) \int \varepsilon_1(t_1) dt_1. \end{aligned} \right\}$$

这时, 光波电场 E_2 作用于可饱和吸收体。取 E_2 的表示式为

$$E_2 = (\varepsilon_2/2) \exp[i(\omega t - k_x x + k_z z)] e + c.c.o. \quad (16)$$

进行类似的坐标变换, 并经一系列的矩阵运算后, 得到了经光波电场 E_1 、 E_2 和 E_3 作用后, 该可饱和吸收体的密度矩阵在实验室坐标系 O_r 中的表示式为

$$\rho(t) = \begin{bmatrix} \rho_{11}(t) & \rho_{12}(t) \\ \rho_{21}(t) & \rho_{22}(t) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

而光学介质的宏观极化矢量可表示为

$$P = NT_r [P\rho(t)] = Np\rho_{12}(t) + c.c.o. \quad (18)$$

所以, 仅对(17)式中的 $\rho_{12}(t)$ 感兴趣, 即有

$$\left. \begin{aligned} \rho_{12}(t) &= i(\rho'_{22} - \rho'_{11}) \sin \phi_2 \cos \phi_2 \exp[i(\omega t - k_x x + k_z z)] \\ &\quad + \rho'_{12} \cos^2 \phi_2 \exp[i(\omega t - k_x z)] + \rho'_{21} \sin^2 \phi_2 \exp[i(\omega t - 2k_x x + 3k_z z)], \\ \phi_2 &= \frac{p}{2\hbar} \int \varepsilon_2(t_2) dt_2. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

从相位共轭的条件可知, 仅含有相位因子 $\exp[i(\omega t + k_x x + k_z z)]$ 的项, 才对四波混频相位共轭波的产生有贡献, 而在(19)式中只有第一项含有此相位因子, 这是因为

$$\begin{aligned} &(\rho'_{22} - \rho'_{11}) \exp[i(\omega t - k_x x + k_z z)] \\ &= \{-\cos 2\phi_0 \cos 2\phi_1 + \sin 2\phi_0 \sin 2\phi_1 \cos[\omega(t-t_0) - k_x x]\} \exp[i(\omega t - k_x x + k_z z)]. \end{aligned} \quad (20)$$

而 $\cos 2\phi_1$ 又可展开为^[8]

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\phi_1 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n J_{2n}(2\phi'_1) \exp(i2nk_x x), \\ \phi'_1 &= \frac{p}{\hbar} \int \varepsilon_1(t_1) dt_1, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 J_{2n} 为贝塞尔函数。那么比较(20)式和(21)式可知, 当 $n=1$ 时, (20)式中就有相位因子 $\exp[i(\omega t + k_x x + k_z z)]$ 的项出现。这时可饱和吸收体的宏观极化矢量对四波混频的贡献可表示为

$$P(t) = -(i/2) Np \cos 2\phi_0 \sin 2\phi_2 J_2(2\phi'_1) \exp[i(\omega t + k_x x + k_z z)] + c.c.o. \quad (22)$$

由此可得相位共轭波输出光强所满足的关系式

$$I = \alpha (Np/2)^2 \cos^2 2\phi_0 \sin^2 2\phi_2 J_2^2(2\phi'_1), \quad (23)$$

式中 α 是一比例系数。(23)式表明 $\sin^2 2\phi_2 \cos^2 2\phi_0$ 是受 $J_2^2(2\phi'_1)$ 调制的。从第二节的分析可知, 腔内光场能量的增加可使 ϕ_0 增加, 而激光调 Q 输出的能量增大可使 ϕ'_1 增大。

文献[9]给出了贝塞尔函数的展开式, 由此可得

$$J_2(2\phi'_1) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(2+k)!} (\phi'_1)^{2+2k}. \quad (24)$$

而入射的探测光波能量是正比于 $(\phi'_1)^2$ 的, 所以由(23)和(24)式得到可饱和吸收体腔

内四波混频时非线性反射率 R 所满足的关系式

$$R = \alpha \left(\frac{Np}{2} \right)^2 \cos^2 2\phi_0 \sin^2 2\phi_2 \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(2+k)!} (\phi_1)^{1+2k} \right]^2. \quad (25)$$

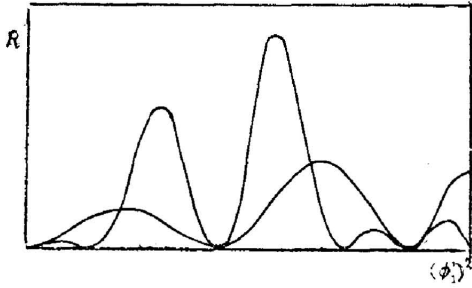


Fig. 4 Curves of R vs. $(\phi_1)^2$

在图4中我们给出了 R 随 $(\phi_1)^2$ 变化的计算曲线, 这等效于 R 随入射的探测光能量变化的曲线。从图4可见, 随着 $(\phi_1)^2$ 的改变, R 可交替出现极大值和极小值。这也反映出可饱和吸收系统中上下能级粒子数之差随着 $(\phi_1)^2$ 而变化的规律。

我们在实验中观察到了 F_2^- 色心的非线性反射率随入射探测光能量的增大而交替出现极大值和极小值的现象。有关的实验和具体的理论计算将另文报告。

在文献[3~4]中, 我们已报告了 F_2^- 色心和 BDN 染料四波混频非线性反射率的实验曲线, 对此, 利用(25)式, 用计算机进行了计算, 所绘出的理论曲线与实验值符合得较好(见图5、图6)。

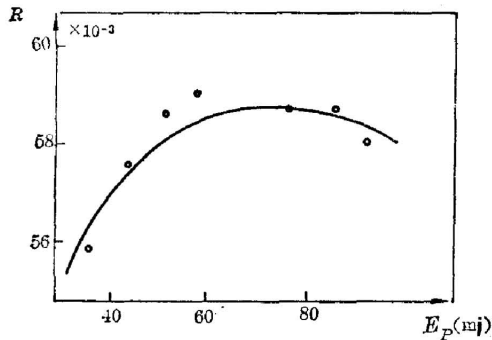


Fig. 5 The curve of F_2^- color-center phase-conjugation reflectivity R versus the incident probe light energy E_p . The solid line is theoretical one

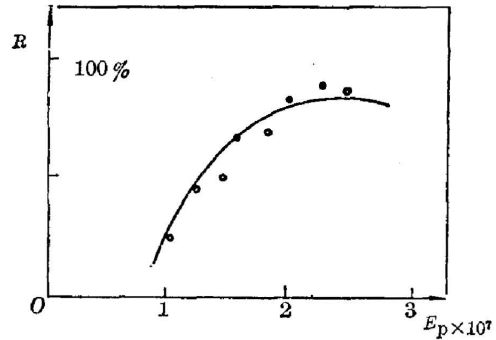


Fig. 6 The curve of BDN dye solution phase-conjugation reflectivity R versus the incident probe light energy E_p . The solid line is theoretical one

四、总 结

从量子光学矢量模型出发, 采用密度矩阵和表象变换等方法简化了光场与可饱和吸收体作用时繁杂的运算过程, 对可饱和吸收体在激光腔内的调 Q 以及四波混频效应作出了统一的理论分析和解释, 并从理论上推导出可饱和吸收体中上下能级粒子数之差随腔内光场变化的函数关系式, 正是这种变化规律决定了可饱和吸收体具有上述非线性光学特性。本文给出的理论计算结果与实验测量值的一致性令人满意。

参 考 文 献

- [1] Yu. L. Gusev et al.; *Soviet J. Quant. Electron.*, 1981, 11, No. 5 (May), 685~686.

- 张贵芬等;《光学学报》, 1982, 2, No. 6 (Nov), 496~499.
- [2] E. I. Moses *et al.*; *Opt. Lett.*, 1980, 5, No. 2 (Feb), 64~66.
- [3] 张涛, 万良风等; *Chinese Phys. Lett.*, 1985, 2, No. 8 (Aug), 369.
- [4] 姚建铨, 刘燕明 *TQE '85*, Bucharest, Romania, 1985, (Sep), 2~6.
- [5] 吴存恺, 王志英等;《光学学报》, 1984, 4, No. 5 (Oct), 918~923.
- [6] L. Allen *et al.*; *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, (John Wiley & Sons, New York, 1975).
- [7] 周炳琨等;《激光原理》, (国防工业出版社, 1984) 第八章。
- [8] 梁昆淼;《数学物理方法》, (人民教育出版社, 北京, 1979) 第十四章。

Q-modulation and four-wave mixing effects caused by RSA materials in laser cavity

ZHANG TAO AND YAO JIANQUAN

(Department of Precision Instrument Engineering, Tianjin University)

(Received 18 March 1986; revised 11 January 1987)

Abstract

By making use of the method of density matrix, we give an unified explanation of Q -modulation and four-wave mixing effects caused by resonant saturable absorption (RSA) materials in a laser cavity. The underlying physical mechanism of the effects is expressed clearly. The theoretical calculation results agree with the experimental data very well.

Key Words: Laser cavity; Q -modulation; Four-wave mixing; Resonant saturable absorption.

更 正

① 本刊 1987 年七卷 8 期第 748 页一文的作者为:

张永林 潘晓红

② 本刊 1987 年七卷 9 期第 806 页一文的作者之一宗琴香应为:

宋琴香

特向作者、读者致歉!

光学学报编辑部