

光学差拍方法测量波片的相位延迟

林 跃 周志尧 王润文
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文提出了用双频激光器测量波片的相位延迟方法: 光学差拍方法, 其测量精度为激光波长的 $1/6000$, 优于其他的波片测量方法的测量精度。

关键词: 光学差拍, 相位延迟。

一、引 言

波片是光学干涉仪中最基本、最常用的光学元件之一, 随着干涉测量精度的提高, 对波片的精度要求也越来越高。常用的测量方法^[1~4]的精度在 $(\lambda/50) \sim (\lambda/500)$ 之间, 因此只能满足一般光学干涉测量对波片的要求。

本文利用光频和频差都有较高稳定度的塞曼双稳激光器, 系统采用共光路干涉结构, 对波片进行测量, 得到含有被测波片特性的拍频信号。然后通过对拍频信号的幅值测量, 得到波片相对于激光波长的相位延迟。此方法结构紧凑, 测量方便, 且能测得不同波片相对同一波长的相位延迟值, 和同一波片相对于不同波长的相位延迟值, 并推导出了测量公式。用纵向塞曼双频稳频 He-Ne 激光器对四分之一波片进行了测量, 实验结果与理论计算相符。

二、实验原理

实验原理如图 1, 由塞曼双频稳频激光器发出的双频共程光束, 通过待测波片, 在偏振器 P 上, 沿偏振方向发生干涉, 然后照射在光电检测器上。光电检测器的输出与入射光强成正比, 这样, 在与光电检测器相连的示波器就得到一个差频信号。通过对信号幅值的测量, 由相应的计算公式得出待测波片的相位延迟值。

塞曼双频激光器是将一个单频激光器置于一轴向均匀磁场中, 由于塞曼效应使激光原子谱线分裂, 产生两个分别为左、右旋的圆偏振光。

在与光线垂直的平面上选定直角坐标系(如图 1), 则左、右旋圆偏振光可用由它们的光矢量在 x 、 y 轴上的两个分量构成的 Jones 矩阵来表示

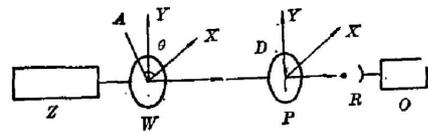


Fig. 1 Schematic diagram of the principle of the experiment. (Z—Zeeman split He-Ne laser, W—wave plate, P—polarizer, R—receiver, A—rapid axis, O—oscilloscope, D—direction of the polarization of the polarizer.)

$$\left. \begin{aligned} E_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} A \exp(-i\varphi_+), & E_- &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} A \exp(-i\varphi_-), \\ \varphi_+ &= 2\pi f_+ t + \varphi_{0+}, & \varphi_- &= 2\pi f_- t + \varphi_{0-}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 φ_+ 和 φ_- 分别为右、左旋圆偏振光的相位, f_+ 和 f_- , φ_{0+} 和 φ_{0-} 分别为右、左旋圆偏振光的频率和初相位。

将偏振片 P 的偏振方向与 y 轴重合, 则偏振片 P 的 Jones 矩阵^[5] 为

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

当波片的快轴与 x 轴的夹角为 θ , γ 为波片相位延迟值 δ 的一半, 即 $\gamma = (\delta/2)$, 波片的 Jones 矩阵^[6] 为

$$M(\gamma, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \gamma + i \sin \gamma \cos 2\theta & -i \sin \gamma \sin 2\theta \\ -i \sin \gamma \sin 2\theta & \cos \gamma - i \sin \gamma \cos 2\theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则由双频激光器发出的右、左旋圆偏振光到达光电检测器时的电场

$$\left. \begin{aligned} E_+(f_+) &= PM(\gamma, \theta)E_+ = \frac{A}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -i \sin \gamma \sin 2\theta - i \cos \gamma - \sin \gamma \cos 2\theta \end{bmatrix} \exp(-i\varphi_+), \\ E_-(f_-) &= PM(\gamma, \theta)E_- = \frac{A}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -i \sin \gamma \sin 2\theta + i \cos \gamma + \sin \gamma \cos 2\theta \end{bmatrix} \exp(-i\varphi_-), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

光电检测器接收到的光波的总电场为

$$E(f_+, f_-) = E_+(f_+) + E_-(f_-). \quad (5)$$

光电检测器接收到的光强 I 为

$$I = |E(f_+, f_-)|^2 = E^*(f_+, f_-)E(f_+, f_-). \quad (6)$$

将(4)式、(1)式代入(6)式, 利用 $\varphi_+ - \varphi_- = 2\pi(f_+ - f_-)t + \varphi_{0+} - \varphi_{0-}$, 且令

$$\Delta\omega = 2\pi(f_+ - f_-)t, \quad \varphi_0 = \varphi_{0+} - \varphi_{0-}$$

得

$$\left. \begin{aligned} I &= A^2 + I_0 \\ I_0 &= -A^2 \sin^2 \gamma \cos(\Delta\omega t - 4\theta + \varphi_0) - A^2 \cos^2 \gamma \cos(\Delta\omega t + \varphi_0), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 I_0 称为 I 的交流项。光强 I 随波片的 γ 值变化的变化率

$$(dI/d\gamma) = -2A^2 \sin 2\gamma \sin 2\theta \sin(\Delta\omega t - 2\theta + \varphi_0). \quad (8)$$

讨论

(1) 求 I_0 为零(即光强 I 中的交流项为零)时的 γ 值, 由(7)式可得

$$I_0 = -A^2 [\sin^2 \gamma \cos 4\theta + \cos^2 \gamma] \cos(\Delta\omega t + \varphi_0) + \sin^2 \gamma \sin 4\theta \sin(\Delta\omega t + \varphi_0). \quad (9)$$

I_0 为零时, 由于 $\cos(\Delta\omega t + \varphi_0)$ 、 $\sin(\Delta\omega t + \varphi_0)$ 的值随时间变化, 不为零, 则必有

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \gamma \cos 4\theta + \cos^2 \gamma &= 0, \\ \sin^2 \gamma \sin 4\theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

解(10)式可得 $\gamma = (\pi/4)$, $\theta = (\pi/4)(2m+1)$, m 为自然数, 即仅当被测波片相对激光波长的相位延迟值 $\delta = 2\gamma = (\pi/2)$ (1/4 波片), 且波片的快轴与 x 轴的夹角为 $(\pi/4)$ 的奇数倍时, 光电检测器接收到的光强交流分量才为零。由于光学差拍方法高精度测量波片的要点, 在于测量差拍信号幅值的微小变化。由此考虑到在光电检测器的输出线路上放置一个电

容,用以隔离直流信号,只让交流信号通过,那么,示波器上显示的信号就只与光强 I 中的交流分量 I_c 有关。因此, I_c 的零值测量为精确测量(1/4)波片提供了一个极好的依据。

(2) 光学差拍方法测量(1/4)波片的精度

当 $\gamma = (\pi/4)$ 时,由(7)式可得

$$I_c = -A^2 \cos 2\theta \cos(\Delta\omega t - 2\theta + \varphi_0)。 \quad (11)$$

当 $\theta = (\pi/4)(2m+1)$, m 为自然数时, $I_c = 0$, 即(1/4)波片将左、右旋圆偏振光变成相互垂直的频率分别为 f_- 、 f_+ 的线偏振光,且使频率为 f_- (或 f_+) 的线偏振光的偏振方向与检偏器的透光轴相平行。因此,光电检测器只接收到频率为 f_- (或 f_+) 的线偏振光,且由于输出线路上电容的作用,使光电检测器的输出信号为零。

当 $\theta = m(\pi/2)$, m 为自然数时, $I_c = A^2(-1)^{m+1} \cos(\Delta\omega t - m\pi + \varphi_0)$, 即此时频率分别为 f_+ 、 f_- 的线偏振光的偏振方向与检偏器的透光轴夹角为 45° , 得到频率分别为 f_+ 、 f_- 线偏振光的干涉最大。此时 I_c 的幅值有最大值为 A^2 。

值得注意的是,当 $\theta = (\pi/4)(2m+1)$ (m 为自然数)时,由于(1/4)波片的相位延迟值 δ 的精度 $\Delta\delta$ 的存在,使得 $I_c \neq 0$ 。此时 I_c 幅值的大小就是由 $\Delta\delta$ 存在而引起的 ΔI_c 。幅值为 $\Delta I_c = (dI/d\gamma)\Delta\gamma$ 。将 $\theta = (\pi/4)(2m+1)$, m 为自然数和 $\gamma = (\pi/4)$, 代入(8)式得

$$(dI/d\gamma) = (-1)^{m+1} 2A^2 \sin[\Delta\omega t - m\pi - (\pi/2) + \varphi_0]。 \quad (12)$$

于是 ΔI_c 的幅值等于 $dI/d\sigma$ 的幅值乘 $\Delta\gamma = 2A^2\Delta\gamma$ 。因此,(1/4)波片的相位延迟值精度,

$$\Delta\delta = 2\Delta\gamma = \Delta I_c |_{\theta = (\pi/2)(2m+1)}$$

的幅值/ I_c 的最大幅值。

由于光电检测器能接收的光强的最大信号与最小信号的幅值比可优于 10^3 , 因此, $\Delta\delta$ 的测量值可小于 10^{-3} 。由此得到(1/4)波片的光程差精度 $(\Delta\delta/2\pi)\lambda < (\lambda/6000)$ 。(1/4)波片的相位延迟值精度 $(\Delta\delta/2\pi) \cdot 360^\circ < 0.06^\circ$ 。

(3) 波片的相位延迟测量

由(9)式可得

$$\left. \begin{aligned} I_c &= A^2 k \cos(\Delta\omega t + \varphi_0 + \pi - \alpha), \\ k &= [(\sin^2 \gamma \cos 4\theta + \cos^2 \gamma)^2 + (\sin^2 \gamma \sin 4\theta)^2]^{1/2}, \\ \alpha &= \text{ctg}^{-1}(\sin^2 \gamma \cos 4\theta + \cos^2 \gamma) / (\sin^2 \gamma \sin 4\theta), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

由极值理论可知,当 $\theta = (\pi/4)(2m+1)$, m 为自然数, k 有极小值,为 $|\cos 2\gamma|$; 当 $\theta = (\pi/2)m$, m 为自然数, k 有极大值,为 1。即 I_c 幅值的极小值为 $A^2 |\cos 2\gamma|$, I_c 幅值的极大值为 A^2 。令

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{I_c \text{幅值}_{\max} - I_c \text{幅值}_{\min}}{I_c \text{幅值}_{\max} + I_c \text{幅值}_{\min}} = \frac{1 - |\cos 2\gamma|}{1 + |\cos 2\gamma|} = \frac{1 - |\cos \delta|}{1 + |\cos \delta|}, \\ |\cos \delta| &= \frac{1 - \eta}{1 + \eta}。 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由(9)式得

$$I_c = \begin{cases} A^2 \cos 2\gamma \cos(\Delta\omega t + \varphi_0 + \pi), & \text{当 } \theta = (\pi/4)(2m+1), m \text{ 为自然数,} \\ A^2 \cos(\Delta\omega t + \varphi_0 + \pi)。 & \text{当 } \theta = (\pi/2)m, m \text{ 为自然数,} \end{cases} \quad (15)$$

因此 $\cos 2\gamma$ 的符号可在测量中,由(15)式的 I_c 波形是否反相来定。因此在实验中,只要测得不同波片的 η 值,即可知它们相对于同一激光波长的相位延迟值。并且由于同一波

片相对于不同波长有不同的 η 测量值, 从而得到同一波片相对于不同光波波长的相位延迟值。

三、实验结果和分析

实验选用 HP 5518 A 型纵向塞曼双频稳频 He-Ne 激光器, 输出平均波长为 6328 \AA , 频差为 1.64 MHz , 频差稳定度优于 1.3×10^{-4} , 用光电倍增管作为光电检测器, 用示波器监视共程光路混频的差拍输出信号, 偏振器的透过率和漏过率之比优于 10^3 。

图 2 和图 3 为被测的本波片, 在波片快轴与 x 轴夹角为 45° 和 90° 时的差拍信号。图 2 中波形的幅值不为零(即对示波器零线的偏离), 是由于被测的 $(1/4)$ 波片的相位延迟值相对于 $(\pi/2)$ 存在差值 $\Delta\delta$ 而产生的。

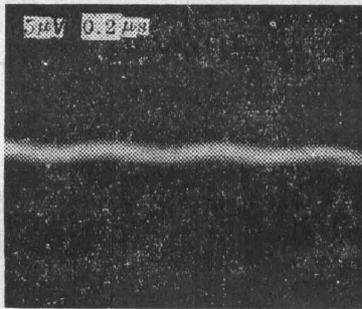


Fig. 2 The optical heterodyne wave, when the angle between the rapid axis of the quarter wave plate and x -direction is 45 degrees

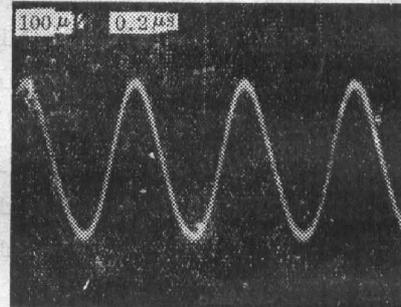


Fig. 3 The optical heterodyne wave, when the angle between the rapid axis of the quarter wave plate and x -direction is 90 degrees

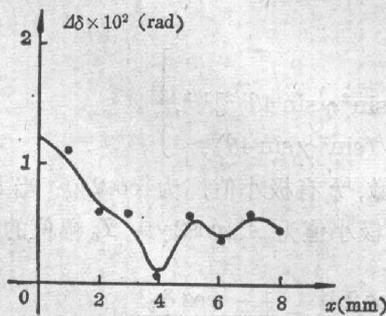


Fig. 4 The parallel of the surface of the measured wave plate along the diameter in x -direction

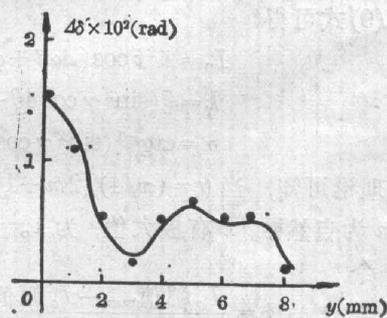


Fig. 5 The parallel of the surface of the measured wave plate along the diameter in y -direction

实际上波片总存在一定的平行度误差, 因此必须在波片上取多点测量后, 取其平均值。实验中为了减小误差, 分别在 θ 为 45° 、 135° 、 225° 、 315° 和 90° 、 180° 、 270° 、 360° 测量 I_c 的最小幅值和最大幅值, 然后取平均值, 得到: I_c 幅值最小时的峰-谷值为 $2.00 \mu\text{V}$; I_c 幅值最大时的峰-谷值为 $400 \mu\text{V}$ 。 $\Delta\delta = I_c \text{ 最小幅值} / I_c \text{ 最大幅值} = 0.00500 \text{ rad}$ 。所以, 被测

(1/4) 波片的光程差精度 = $(\Delta\delta \cdot \lambda / 2\pi) = 5.03 \text{ \AA}$; 被测 1/4 波片相位延迟值精度 = $(\Delta\delta / 2\pi) 360^\circ = 0.286^\circ$ 。

图 4、图 5 为被测波片表面在直径上沿 x 轴和 y 轴的平行度测量。

由图 6 可知, 实验测得的 I_o 幅值 $\sim \theta$ 关系与理论推导的 I_o 幅值 $\sim \theta$ 曲线相符合。

在波片相位延迟高精度测量中, 主要误差来源是光电检测器的噪声。通常光电检测器噪声与其接收的最大信号之比总会高达 10^{-4} , 对波片的光程差精度测量造成 0.1 \AA 量级的系统误差, 但相对光程差精度为 \AA 级的波片测量来说, 仍是一个小量。在本文的实验分析中已考虑了这一系统误差对波片光程差精度测量的影响。另外, 由于波片由双折射晶体材料制作, 其相位延迟值是波长的函数, 但光频值为 10^{14} Hz 量级, 而实验用的双频稳频 He-Ne 激光器的左、右圆偏振光的频差值为 10^6 Hz 量级, 相应的波长差为 10^{-5} \AA 。因此双频 He-Ne 激光器的左、右旋圆偏振光的波长差而引起的波片相位延迟值差可略, 即双折射晶体的寻常光和非寻常光折射率相对于左、右旋圆偏振光可看作相同。

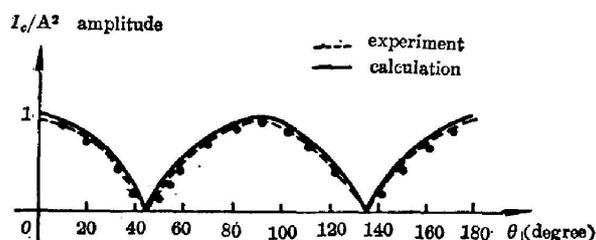


Fig. 6 Comparison of the experimental and theoretical results of I_o amplitude

四、结 论

理论分析和实验结果表明, 光学差拍方法测量 1/4 波片是一种高精度的测量方法, 精度可达到 \AA 级。并且由理论分析可知, 此方法能测出不同波片相对于同一波长的相位延迟值, 和同一波片相对于不同波长的相位延迟值。在此测量方法中, 光强随时间起伏对测量的影响甚小, 并由于测量采用共光程光路, 因此气流和温度变化对实验影响很小。故用此方法, 在一般实验室条件下, 进行测量, 就能达到高精度。

参 考 文 献

- [1] C. M. McIntyre, S. E. Harris; *J. O. S. A.*, 1968, **58**, No. 12 (Dec), 1575.
- [2] H. G. Jerrard; *J. O. S. A.*, 1954, **44**, No. 6 (Jun), 634.
- [3] H. G. Berry *et al.*; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 12 (Dec), 3200.
- [4] B. R. Grunstra *et al.*; *Appl. Opt.*, 1966, **5**, No. 4 (Apr), 585.
- [5] 梁铨廷;《物理光学》, (机械工业出版社, 1980), 217.
- [6] 胡岳风等;私人通讯。

Optical heterodyne measurement of phase retardation of wave plate

LIN YAO, ZHOU ZHIYAO AND WANG RENWENG

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

(Received 29 October 1986; revised 8 January 1987)

Abstract

This paper discusses an optical heterodyne technique for the measurement of phase retardation of a wave plate. The accuracy of the measurement of the optical path difference of the wave plate is roughly equal to the wavelength divided by 6000, better than other methods.

Key Words: optical heterodyne, phase retardation.