

# 光泵双光子激光的全量子理论

孙 松 庚

(南京通信工程学院理化室)

## 提 要

本文给出一均匀增宽的三能级原子模型,在泵浦场和激光场同时存在时,讨论了双光子激光的增益、频率位移及弱泵浦时,稳态运转的阈值条件。同时讨论了相干泵浦对激光线宽的影响。其结果和仅存在非相干泵浦和泵浦不存在时的结果作了比较。

关键词: 相干泵浦场,全量子理论,双光子激光线宽,真空涨落。

## 一、引 言

近年来双光子激光的理论研究已取得了迅速的进展。Hoshimiya<sup>[1]</sup>、汪志诚<sup>[2]</sup>运用拉姆(Lamb)的半经典理论, Bulsara<sup>[3]</sup>应用随机过程理论, 给出了频率位移和激光稳态运转的条件,但无法给出激光场的统计性质(诸如线宽)。McNeil<sup>[4]</sup>、Zubairy<sup>[5]</sup>等用拉姆的全量子激光理论对多光子激光进行了研究,但他们仅讨论非相干泵浦的或纯外加相干信号的、实质上仍是两能级的体系,无法给出相干泵浦对增益、频率位移和线宽的影响。文献[8]提出了光泵三能级单光子激光的模型,用 Langevin 量子理论讨论了泵浦对激光运转特性的影响。本文把文献[8]的理论推广到光泵双光子三能级激光系统,给出了相干和非相干泵浦对激光运转的影响。该结果不仅适用于弱泵浦的条件,且也适用于更为一般的强泵浦的条件。

## 二、激光场的 Van der pol 方程

$N$  个均匀增宽三能级原子,其相应热库为  $R_A$ , 单模激光场频率  $\omega_\lambda$ , 相应热库  $R_F$ , 经

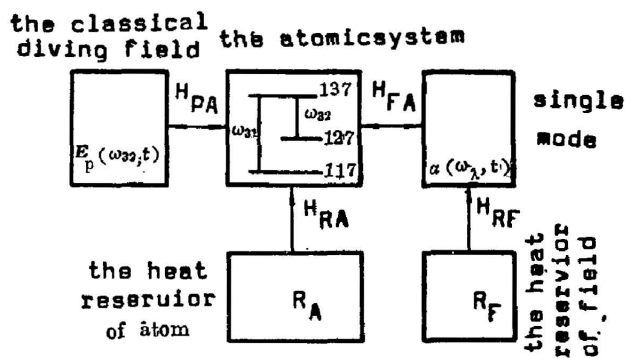


Fig. 1 The atom-laser field-pumped field system

典行波场频率为  $\omega_p$ 。设  $\omega_p \approx \omega_{31}$ ,  $2\omega_\lambda \approx \omega_{32}$ ,  $\omega_{ij}$  为跃迁频率, 系统如图 1 所示。激光和原子体系的相互作用的哈密顿量为

$$H_{FA} = \hbar N (g A^+ A^+ \Sigma_{23} + g^* \Sigma_{23}^+ A A), \quad (1)$$

泵浦场和原子体系之间的相互作用哈密顿量为

$$H_{pA} = \hbar N (\nu_0^* \Sigma_{13} + \nu_0 \Sigma_{13}^+), \quad (2)$$

式中  $\nu_0$  由文献[8]给出,  $|\nu_0|^2$  为相

干泵浦强度。原子的热库经由  $H_{RA}$  构成原子系统的非相干泵浦、弛豫和涨落的源。场的热库经由  $H_{RF}$  产生激光场的弛豫和涨落。

由 Langevin 的量子理论, 在马尔科夫近似下, 有

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}(t) &= -\left[\frac{1}{2}\frac{\omega_\lambda}{Q} + i(\Omega - \omega_\lambda)\right]A - 2igNA^+\Sigma_{23} + F_A(t), \\ \dot{\Sigma}_{23}(t) &= -[\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_\lambda)]\Sigma_{23} + i\nu_0\Sigma_{12}^+ + ig^*(\sigma_3 - \sigma_2)AA + F_{23}(t), \\ \dot{\Sigma}_{13}(t) &= -[\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]\Sigma_{13} - ig^*\Sigma_{12}AA - i\nu_0(\sigma_3 - \sigma_1) + F_{13}(t), \\ \dot{\Sigma}_{12}(t) &= -[\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_\lambda)]\Sigma_{12} - i\nu_0\Sigma_{23}^+ - igA^+A^+\Sigma_{13} + F_{12}(t), \\ \dot{\sigma}_3 &= \gamma_3\sigma_3^0 - \gamma_3\sigma_3 - i(\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+) - i(gA^+A^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+AA) + F_3(t), \\ \dot{\sigma}_2 &= \gamma_2\sigma_2^0 - \gamma_2\sigma_2 - i(gA^+A^+\Sigma_{23} - g^*\Sigma_{23}^+AA) + F_2(t), \\ \dot{\sigma}_1 &= \gamma_1\sigma_1^0 - \gamma_1\sigma_1 + i(\nu_0^*\Sigma_{13} - \nu_0\Sigma_{13}^+) + F_1(t), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(3)式是系统的耦合郎之万方程组。式中含有  $\nu_0$  (或  $\nu_0^*$ ) 的项来源于相干泵浦对原子体系的贡献。 $F_\alpha$ 、 $F_{\alpha\beta}$  为郎之万噪声算符, 它产生了相应算符的涨落, 包含  $\sigma_i^0$  的项代表非相干泵浦对能级  $|i\rangle$  的贡献。在激光场的光子数不太大, 即  $||g|^2\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{13}A^+A^+AA| \ll 1 + |\nu_0|^2\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{13}^*$  时, 且假定  $\gamma_i \gg (\omega_\lambda/Q)^{[9]}$ , 在绝热近似和旋波近似下, 可得如下形式的 Van der pol 方程

$$\dot{A} = -\left[\frac{1}{2}\frac{\omega_\lambda}{Q} + i(\Omega - \omega_\lambda)\right]A + CA^+AA - BA^+AAA^+A^+AA + F(t), \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} C &= |g|^2N\mathcal{D}_{23}(D_0^*)^{-1}\left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0)(D_1^*)^{-1} + (\sigma_1^0 - \sigma_3^0)|\nu_0|^2D_2^{-1}\left(\frac{\mathcal{D}_{13}}{\gamma_3} + \mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*\right)\right], \\ B &= |g|^4N\mathcal{D}_{23}\left(\frac{\mathcal{D}_{23}}{R_{23}}\right)(\sigma_3^0 - \sigma_2^0)(D_3^*)^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$F(t) = gN\mathcal{D}_{23}(D_0^*)^{-1}\left\{\frac{\nu_0\mathcal{D}_{12}F_{12}^+}{1 - (|g|^2|\nu_0|^2/R_{31})\mathcal{D}_{13}^*\mathcal{D}_{12}^+A^+AA} - \frac{iF_{23}}{[1 - (|g|^2|\nu_0|^2/\gamma_3)\mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*\mathcal{D}_{23}A^+A^+AA]}\right\} + F_A(t), \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{D}_{12} &= [\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_\lambda)]^{-1}, \quad \mathcal{D}_{13} = [\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]^{-1}, \\ \mathcal{D}_{23} &= [\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_\lambda)]^{-1}, \quad \overline{\mathcal{D}}_{ij} = \mathcal{D}_{ij} + \mathcal{D}_{ij}^*, \quad R_{ij} = \left(\frac{1}{\gamma_i} + \frac{1}{\gamma_j}\right)^{-1}, \\ D_0 &= 1 + |\nu_0|^2\mathcal{D}_{12}\mathcal{D}_{23}^*, \quad D_1^* = 1 + [|g|^2|\nu_0|^2A^+A^+AA\mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*\overline{\mathcal{D}}_{23}/\gamma_3], \\ D_2 &= 1 + [|\nu_0|^2\overline{\mathcal{D}}_{13}/R_{31}], \quad D_3^* = 1 + [|g|^2|\nu_0|^2A^+A^+AA\mathcal{D}_{23}\overline{\mathcal{D}}_{23}^*/R_{32}]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(6)式中  $F_A$  是激光场未与原子体系作用时的噪声算符。(6)式的其余两项来自于原子体系的噪声算符对激光场的影响。其中因子  $1 - (|g|^2|\nu_0|^2/\gamma_3)\mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*\mathcal{D}_{23}A^+A^+AA$  是单光子激光噪声算符中没有的<sup>[9]</sup>。它代表四光子或多光子过程, 是激光场、泵浦场与三个偶极子的相互作用, 这种耦合的强弱取决于激光场和泵浦场的强度, 这是双光子激光所特有的。这里耦合的结果是把原子跃迁中的涨落反馈到激光场中。故泵浦场和激光场强度增大时, 耦合增强导致反馈增大, 从而使场的噪声增大。而文献[7]仅仅是形式地外加相干信号, 在噪声算符中未能计及此效应。方程(4)比一般文献中的双光子激光的运动方程更具普遍性。它不仅适用于相干泵浦和非相干泵浦两种情况, 且适用于强、弱相干泵浦两种情况。

在相干泵浦较弱时, 可设

$$||g|^2|\nu_0|^2A^+A^+AA(\overline{\mathcal{D}}_{23}\mathcal{D}_{12}^*/R_{32})| \ll 1, \quad ||g|^2|\nu_0|^2A^+A^+AA\mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*\overline{\mathcal{D}}_{23}/\gamma_3| \ll 1$$

和  $|\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23} \ll 1$ ,  $1 + (|\nu_0|^2 \overline{\mathcal{D}}_{13} / R_{31}) \approx 1$ 。于是方程(4)化简为

$$\dot{A} = - \left[ \frac{1}{2} \frac{\omega_\lambda}{Q} + i(\Omega - \omega_\lambda) \right] A + \bar{C} A^+ A A - \bar{B} A^+ A A A^+ A^+ A A + \bar{F}(t), \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{C} &= |g|^2 \mathcal{D}_{23} N \{ (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2 [(\overline{\mathcal{D}}_{13} / \gamma_3) + \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^*] \\ &\quad + (\sigma_2^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2 [\mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{23} + (|g|^2 A^+ A^+ A A \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* \overline{\mathcal{D}}_{23} / \gamma_3)] \}, \\ \bar{B} &= |g|^4 N (\sigma_3^0 - \sigma_2^0) \mathcal{D}_{23} (\overline{\mathcal{D}}_{23} / R_{32}) [1 - (|\nu_0|^2 |g|^2 A^+ A^+ A A \overline{\mathcal{D}}_{23} \mathcal{D}_{12}^* / R_{32})], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(t) &= g N \mathcal{D}_{23} \{ \nu_0 \mathcal{D}_{12}^* [1 + (|g|^2 |\nu|^2 \mathcal{D}_{13}^* \mathcal{D}_{12}^* A^+ A^+ A A / R_{31})] F_{12}^* \\ &\quad - i F_{23} [1 + (|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12}^* \mathcal{D}_{13}^* \mathcal{D}_{23} A^+ A^+ A A / \gamma_3)] \} + F_A(t) \end{aligned} \quad (10)$$

类似于文献[8],  $\bar{C}$  中第二项代表相干泵浦对激光增益的贡献, 第三项代表四光子或喇曼过程, 这是三个能级原子的偶极矩与两光场(泵浦场  $\nu_0$  及激光场  $A$ )相互作用的结果, 第四项表示稳态时经由  $\nu_0$  与  $\Sigma_{12}$  耦合两次对  $\Sigma_{23}$  产生的反馈过程。第五项则代表多光子过程。在泵浦较弱时, 只有低阶过程起明显的作用。

与单光子激光不同的是双光子激光的激发不可能依靠自发辐射而需要由外界输入足够强的相干光才能产生<sup>[20]</sup>。显然, 泵浦场  $\nu_0$  对双光子激光的作用要比相应的单光子激光重要得多。不同的另一点是从  $D_1$  和  $D_3$  可知泵浦场、激光场强度对双光子的饱和的影响要大得多。

### 三、半经典结果

在激光场的经典极限下, 可以假定

$$A = \sqrt{\bar{n}(t)} \exp[i\Phi(t)]. \quad (11)$$

将方程(4)对热库求平均, 且应用郎之万力的特性<sup>[21]</sup>, 可得如下半经典运动方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{n}}(t) &= -(\omega_\lambda / Q) \bar{n}(t) + 2 \operatorname{Re} \langle C \rangle \bar{n}^2(t) - 2 \operatorname{Re} \langle B \rangle \bar{n}^4(t), \\ \omega_\lambda + \dot{\Phi}(t) &= \Omega - \operatorname{Im} \langle C \rangle \bar{n}(t) + \operatorname{Im} \langle B \rangle \bar{n}^2(t). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

当  $|\nu_0|^2 = 0$ , 即不存在相干泵浦时, (12)式与文献[2]的结果一致, 说明文献[2]的结果是本文所讨论的普遍情况中的特例。在  $\sigma_3^0 = \sigma_2^0 = 0$  时, 即无非相干泵浦, 又  $|\nu_0|^2$  不太高, 即相干泵浦强度较弱时, 且泵浦场和原子体系共振 ( $\Delta\omega_{31} = 0$ ), 频率位移的表达式为

$$\omega_\lambda + \dot{\Phi}(t) = \Omega + |g|^2 |\nu_0|^2 \bar{N} \frac{L_{23} \Delta\omega_{32}}{\gamma_{23}^2 \gamma_{13}} \left[ \frac{2}{\gamma_3} + \frac{L_{12}}{\gamma_{12}^2 \gamma_{13}} (\gamma_{12} \gamma_{13} - \gamma_{13} \gamma_{23}) \right] \bar{n}(t), \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{ij} &= [\gamma_{ij}^2 / (\gamma_{ij}^2 + \Delta\omega_{ij}^2)], \quad i, j = 1, 2, 3, \quad \Delta\omega_{31} = \omega_{31} - \omega_p, \\ \Delta\omega_{32} &= \omega_{32} - 2\omega_\lambda, \quad \Delta\omega_{21} = \Delta\omega_{31} - \Delta\omega_{32}, \quad N_i^0 = N(\sigma_i^0), \quad \bar{N} = N\sigma_1^0. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

由(13)式可见在  $\gamma_2 \gg \gamma_3 \gg \gamma_1$  时, 能级  $|2\rangle$  的寿命较短, 故能级  $|2\rangle$  与能级  $|3\rangle$  之间的跃迁较其它跃迁要强, 此时(13)式中方括号内第一项起主要作用, 即双光子过程起主要作用。而当  $\gamma_3 \gg \gamma_2 \gg \gamma_1$  时, 能级  $|2\rangle$  与能级  $|3\rangle$  之间跃迁较其它跃迁要弱, 故四光子过程即喇曼过程起主要作用, 且这两过程对频率位移的作用刚好相反。文献[8]给出了  $\gamma_3$ 、 $\gamma_2$  和  $\gamma_1$  的实例。

强泵浦时, 激光小信号频率位移表达式为

$$\omega_\lambda + \dot{\phi}(t) = \Omega - |g|^2(N_3^0 - N_2^0)k_1\bar{n}(t) - \frac{|g|^2(N_1^0 - N_3^0)|\nu_0|^2[(2L_{13}/\gamma_{13}\gamma_3)k_2 + k_3]\bar{n}(t)}{1 + (2|\nu_0|^2 L_{13}/R_{31}\gamma_{13})} + |g|^4(N_3^0 - N_2^0)\frac{2L_{23}k_4}{R_{32}\gamma_{23}}, \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 = k_2 = \text{Im}(\mathcal{D}_{23}/D_0), \quad k_3 = \text{Im}(\mathcal{D}_{23}\mathcal{D}_{12}^*\mathcal{D}_{13}^*/D_0), \\ k_4 = \text{Im}\left[\frac{\mathcal{D}_{23}}{1 + (|\nu_0|^2|g|^2\mathcal{D}_{23}\mathcal{D}_{23}^*\mathcal{D}_{12}^*/R_{32})}\right] \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

这时对频率位移起作用的仍是前述两个基本过程,但因泵浦较强,必须计及反馈过程的所有高阶项,故出现了因子  $D_0$  和  $[1 + (|\nu_0|^2|g|^2\mathcal{D}_{23}\mathcal{D}_{23}^*\mathcal{D}_{12}^*/R_{32})]$ 。

弱泵浦时,  $|\nu_0|^2$  和平均光子数很小,且两光场分别与原子体系共振 ( $\Delta\omega_{31} = \Delta\omega_{32} = 0$ ), 小信号增益系数  $\alpha = \text{Re}\langle O \rangle \bar{n}(t)$  为

$$\alpha = \frac{|g|^2}{\gamma_{23}} \left\{ \frac{(N_3^0 - N_2^0)[1 - (|\nu_0|^2/\gamma_{23}\gamma_{12})]}{1 + (2|g|^2|\nu_0|^2\bar{n}^2(t)/\gamma_3\gamma_{12}\gamma_{13}\gamma_{23})} + \left[ (N_1^0 - N_3^0)|\nu_0|^2 \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) / \gamma_3 \right] \right\} \bar{n}(t), \quad (17)$$

若非相干泵浦不存在,  $N_3^0 = N_2^0 = 0$ , 有

$$\alpha = \frac{|g|^2\bar{N}}{\gamma_{23}\gamma_{13}} |\nu_0|^2 \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \bar{n}_{ss}, \quad (18)$$

式中  $\bar{n}_{ss}$  为稳态时的平均光子数,它是方程  $(\omega_\lambda/Q) - 2\alpha\bar{n} + 2\text{Re}\langle B \rangle \bar{n}^3 = 0$  的实根。

与单光子激光相比,非相干泵浦不存在时,对增益起主要作用的是双光子过程和喇曼过程,增益不仅依赖于泵浦场的强度且与激光场的强度有关,而且其频率位移表达式中还含有与泵浦场强度和激光场强度乘积成正比的项。如果不考虑相干泵浦场或仅形式地外加相干信号的双光子激光理论,均不可能给出相干泵浦对增益和频率位移的影响。

弱泵浦时,且当泵浦场、激光场和原子体系共振 ( $\Delta\omega_{31} = \Delta\omega_{32} = 0$ ) 时,在激光场的平均光子数不太大的情况下,方程(12)式可写成

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{n}}(t) + (\omega_\lambda/Q)\bar{n}(t) &= \omega_\lambda P \bar{n}^2(t) [1 - q\bar{n}^2(t)], \\ P &= \frac{2|g|^2}{\omega_\lambda\gamma_{23}} \left[ (N_3^0 - N_2^0) \left( 1 - \frac{|\nu_0|^2}{\gamma_{12}\gamma_{23}} \right) + (N_1^0 - N_3^0) \frac{|\nu_0|^2}{\gamma_{13}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \right], \\ q &= \frac{2|g|^2(N_3^0 - N_2^0) [ (|\nu_0|^2/\gamma_3\gamma_{12}\gamma_{13}) + (1/\gamma_{23}R_{32}) ]}{[N_3^0 - N_2^0] [1 - (|\nu_0|^2/\gamma_{12}\gamma_{23})] + (N_1^0 - N_3^0) (|\nu_0|^2/\gamma_{13}) [(1/\gamma_2) + (1/\gamma_{12})]}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

因  $I \propto \bar{n}(t)$ , 方程(19)和文献[1]的结果一致,但(19)式中的  $P$ 、 $q$  均与泵浦场强度有关。由稳定双光子激光振荡的泵浦阈值的条件  $4Q^2P \geq 27q$ , 有

$$\left\{ \begin{aligned} 8Q^2|g|^2\Delta_1^2 \left[ \left( 1 - \frac{|\nu_0|^2}{\gamma_{23}\gamma_{12}} \right) + \frac{\delta|\nu_0|^2}{\gamma_{13}} \left( \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_{12}} \right) \right]^3 / 27\omega_\lambda^2\gamma_{23} &\geq \frac{|\nu_0|^2}{\gamma_3\gamma_{12}\gamma_{13}} + \frac{1}{R_{32}\gamma_{23}}, \\ \Delta_1 = N_3^0 - N_2^0, \quad \delta = (N_1^0 - N_3^0)/(N_3^0 - N_2^0), \quad \gamma_{ij} &= \frac{1}{2}(\gamma_i + \gamma_j), \quad \gamma_2 \approx \gamma_3 \gg \gamma_{10} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

弱相干泵浦时使(20)式成立,即产生稳定振荡  $|\nu_0|^2$  应满足的条件是

$$|\nu_0|^2 \geq \left[ \frac{27}{4} \frac{\omega_\lambda\gamma_2}{|g|^2Q^2} - 3\Delta_1^2\gamma_2 \right] / \left[ (18\delta - b)\Delta_1^2 - \frac{27}{2} \frac{\omega_\lambda^2}{Q^2|g|^2} \right]. \quad (21)$$

显见,在  $(27/4)(\omega_\lambda\gamma_2/|g|^2Q^2) > 3\Delta_1^2\gamma_2$  和  $(18\delta - b)\Delta_1^2 > (27/2)(\omega_\lambda^2/|g|^2Q^2)$  时,  $|g|^2$  和  $Q^2$  增大即激光场强度和腔的品质因子增大可使相应的泵浦强度减小。

## 四、光泵双光子激光线宽

在马尔科夫近似下, 线宽由  $\langle D(\phi) \rangle$  确定, 计及相干泵浦, 双光子激光线宽为

$$\Delta\omega = \frac{1}{2\bar{n}_{ss}} \left\{ \frac{\omega_\lambda}{Q} \left[ \bar{n}(\omega_\lambda) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2 L_{23}}{\gamma_{23}^2 (1 + |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{23})^2} (N_1^0 + N_2^0 - N_1^c + N_1^{c'} + \frac{\gamma_1 N_1^c}{2\gamma_{12}}) \right. \\ \left. \times \frac{|\nu_0|^2 L_{13}}{\gamma_{12} [1 - (|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13}^* \bar{n}_{ss} / R_{31})]} + \frac{\gamma_{23} [N_2^0 + N_3^0 + N_3^c + N_3^{c'} - (\gamma_3 N_3^c / 2\gamma_{23})]}{[1 - (|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23} \bar{n}_{ss}^2 / \gamma_3)]^2} \right\}, \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} N_1^c &= N(\sigma_1^c), N_1^{c'} = N(\sigma_1^{c'}), \sigma_3^c = (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) |\nu_0|^2 \frac{\bar{\mathcal{D}}_{13}}{[1 + |\nu_0|^2 (\bar{\mathcal{D}}_{13} / R_{31})] \gamma_3}, \\ \sigma_1^c &= (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) \bar{\mathcal{D}}_{13} / [1 + (|\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13} / R_{31})] \gamma_3, \\ \sigma_1^{c'} &= |g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{23}^* (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) \bar{n}_{ss}^2 / [1 + (|\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13} / R_{31})] \gamma_2, \\ \sigma_3^{c'} &= \left( \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_3} \right) |g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{13}^* (\sigma_1^0 - \sigma_3^0) \frac{\bar{n}_{ss}^2}{[1 + (|\nu_0|^2 \bar{\mathcal{D}}_{13} / R_{31})]}, \\ \overline{\mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{13}^*} &= \mathcal{D}_{23} \mathcal{D}_{13}^* + \text{c.c.}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中  $N_3^0$  和  $N_1^c$  的物理意义同文献[8],  $N_1^{c'}$  和  $N_3^{c'}$  则分别代表由于相干泵浦、激光场和耦合的偶极子之间的相互作用而导致离开能级  $|1\rangle$  和在能级  $|3\rangle$  上产生的粒子数。这是单光子过程和仅非相干泵浦作用时所没有的。

此外, (22) 式中因子  $[1 - (|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{13}^* \mathcal{D}_{13} \bar{n}_{ss}^2 / R_{31})]$  来源于偶极子与激光场作用时伴随着吸收两个光子同时又放出两个光子的过程。该过程对噪声的影响与  $|g|^2 |\nu_0|^2 \bar{n}_{ss}^2$  相关。总之, 相干泵浦的存在使噪声效应增强, 导致激光线宽变大。

弱泵浦时,  $|\nu_0|^2$  很小, (22) 式简化为

$$\Delta\omega = \frac{1}{\bar{n}_{ss}} \left\{ \frac{\omega_\lambda}{Q} \left[ \bar{n}(\omega_\lambda) + \frac{1}{2} \right] + \frac{|g|^2 L_{23}}{\gamma_{23}^2} \left[ \gamma_{23} (N_2^0 + N_3^0) \left( 1 + \frac{|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23}^* \bar{n}_{ss}}{\gamma_3} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + N_3^c + N_3^{c'} - \frac{\gamma_3 N_3^c}{2\gamma_{23}} \right] + |\nu_0|^2 L_{13} \frac{(N_1^0 + N_2^0)}{\gamma_{12}} \right\} \\ \overline{\mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23}^*} = \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23}^* + \text{c.c.} \quad (24)$$

其中热噪声和真空涨落的影响与不存在相干泵浦(即  $|\nu_0|^2 = 0$ ) 时相同。由于泵浦场、激光场、偶极子之间的相互作用, 使能级  $|2\rangle$  上和能级  $|3\rangle$  上的原子数增加, 以因子  $(1 + |g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23}^* \bar{n}_{ss})$  和  $N_3^c$  表示。  $N_3^c$  则代表由四光子过程使能级  $|3\rangle$  上的原子数增加, 该项和单光子激光时一样。故参与激光-原子体系能级之间的自发辐射的过程应为  $N_3 = N_3^0 \left( 1 + \frac{|g|^2 |\nu_0|^2 \mathcal{D}_{12} \mathcal{D}_{13} \mathcal{D}_{23}^* \bar{n}_{ss}}{\gamma_3} \right) + N_3^c + N_3^{c'}$ 。而  $(\gamma_3 N_3^c / 2\gamma_{23})$  的出现和文献[8]的论述是一致的。

总之, 双光子激光线宽在相干泵浦场存在时, 与单光子激光时明显不同不仅与  $|\nu_0|^2$  而且与  $\bar{n}_{ss}$  有关, 且噪声对线宽的影响明显地大于相应的单光子激光时噪声对线宽的影响。

本工作曾得到李孝申同志的热情帮助, 谨致衷心感谢。

## 参 考 文 献

- [1] T. Hoshimiya *et al.*; *J. Appl. Phys. Japan*, 1978, **17**, No. 12 (Dec), 2177~2178.
- [2] 汪志诚;《光学学报》, 1983, **3**, No. 1 (Jan), 36~40.
- [3] A. R. Bulsara *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1979, **19**, No. 5 (May), 2046~2051.
- [4] A. R. McNeil *et al.*; *J. Phys. (A)*, 1975, **8**, No. 1 (Jan), 104~107.
- [5] L. M. Narducci; *Phys. Rev. (A)*, 1977, **16**, No. 4 (Oct), 1665~1678.
- [6] M. S. Zubairy; *Phys. Lett., (A)*, 1980, **80**, No. 4 (Jan), 225~227.
- [7] Z. C. Wang, H. Haken; *Z. Phys. (B)*, 1984, **55**, No. 4 (Apr), 361~365.  
Z. C. Wang, H. Haken; *Z. Phys. (B)*, 1984, **56**, No. 1 (Jan), 83~88.  
Z. C. Wang, H. Haken; *Z. Phys. (B)*, 1984, **56**, No. 1 (Jan), 77~82.
- [8] 郭光灿;《物理学报》, 1984, **33**, No. 12 (Dec), 1661~1671.
- [9] M. Sargent III *et al.*;《*Laser Physics*》, (Academic-Wesley pub. Inc., 1974), Chap. 19~20.

## Full quantum theory of optically pumped two-photon laser

SUN SONGGEN

*(Department of Physics and Chemistry, Nanning Communication Engineering Institute)*

(Received 19 August 1986; revised 24 October 1986)

## Abstract

In this paper, the model which consists of homogeneous broadened three atomic level is proposed, when both the pump classical field and laser field exist we discuss the gain, frequency pulling and threshold condition of the weak pumping. We also discuss the effect of the coherent pumping on the laser linewidth. The results are compared with what derived for non-coherent pumping and no-pumping.

**Key Words:** coherent pumping field; full quantum theory; linewidth of two-photon laser; vacuum fluctuation.