

偏心光学系统的中心点亮度的计算

陈怀安 庄松林
(上海光学仪器厂) (上海光学仪器研究所)

提 要

本文讨论了偏心光学系统的中心点亮度计算中所必须考虑的高焦、波差展开式、数值计算等几个主要问题。

关键词: 光学设计; 像差; 像质评价。

光学系统成像质量的评价标准中, 中心点亮度(S.D值)和光学传递函数(OTF)是属于较好的一类标准, 前者是在空间域上进行评价, 后者是在频率域上进行评价。

目前, 关于一般光学系统的 OTF 的计算和测量问题都已得到很好的解决, 并在实际中得到广泛的应用。但对于高截止频率的显微物镜, OTF 的计算和测量都存在一定的问题, 特别是在测量方面尚存在较大的困难。所以, 目前大数值孔径的显微物镜往往采用 S.D 值来评价, 因此, S.D 值的计算有其实际的意义。

S.D 值定义为有像差时的衍射图形中最大亮度与无像差时的最大亮度之比, 即

$$S.D = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \exp[-2\pi i W(x, y)] dx dy \right|^2, \quad (1)$$

式中光瞳规化为单位圆, $W(x, y)$ 为以波长为单位的波差。对于高质量系统^[1]

$$S.D = 1 - (2\pi)^2 [\overline{W^2(x, y)} - \overline{W(x, y)}^2], \quad (2)$$

其中 \overline{W} 和 $\overline{W^2}$ 分别为波差的平均值及平方平均值。对于偏心光学系统, 由于最佳参考球心和理想像点偏离较大, 如果以理想像点来计算波差, 则和实际相差甚远。这样必需同时考虑两个方向的横向离焦及轴向离焦。用光线追迹直接搜索最佳离焦量, 计算量大且不可控制。另一方面, 在许多场合, 例如在光学系统公差设计中, 需要反复计算偏心系统的 S. D 值, 所以寻找一种快速且精确计算 S. D 值的方法十分必要。

本文将讨论计算离焦量、波差展开式、光瞳周边处理及数值积分等诸方面的合适的方法, 从而得到一种快速准确的 S. D 算法。

一、波差多项式及波差计算

由(1)和(2)式可见, 为了计算 S. D 值, 首先应确定合适的波差表达式。由于光学系统因加工及装配误差所引起的偏心的面倾角通常在十分之一毫弧度左右, 所以系统的基本性质与同心系统差别不大, 而偏心所导致的波差变化主要表现为增加了 x 方向的横向离焦、中心像散及中心彗差^[2]。它们分别可用 $C'_{01}x$ 、 $C'_{02}x^2$ 及 $C'_{21}(x^2+y^2)x$ 来描写, 其中 C'_{01} 、 C'_{02} 及

C'_{21} 分别为相应的像差系数。这样, 偏心光学系统的波差 $W(x, y)$ 可取如下形式:

$$\begin{aligned} W(x, y) = & C_{20}(x^2+y^2) + C_{40}(x^2+y^2)^2 + C_{60}(x^2+y^2)^3 + C_{80}(x^2+y^2)^4 \\ & + C_{02}y^2 + C_{22}(x^2+y^2)y^2 + C_{42}(x^2+y^2)^2y^2 + C_{62}(x^2+y^2)^3y^2 \\ & + Cy^4 + C_{24}(x^2+y^2)y^4 + C_{44}(x^2+y^2)^2y^4 + C_{21}(x^2+y^2)y \\ & + C_{41}(x^2+y^2)^2y + C_{61}(x^2+y^2)^3y + C_{08}y^8 + C_{28}(x^2+y^2)y^8 \\ & + C_{48}(x^2+y^2)^2y^8 + C_{01}x + C'_{01}x + C'_{02}x^2 + C'_{21}(x^2+y^2)x, \end{aligned} \quad (3)$$

对高质量系统 $W(x, y)$ 取如下形式, 以减小计算量。

$$\begin{aligned} W(x, y) = & C_{01}y + C_{20}(x^2+y^2) + C_{40}(x^2+y^2)^2 + C_{02}y^2 \\ & + C_{21}(x^2+y^2)y + C_{08}y^8 + C_{60}(x^2+y^2)^3 + C_{41}(x^2+y^2)^2y \\ & + C_{42}(x^2+y^2)y^2 + C'_{01}x + C'_{02}x^2 + C'_{21}(x^2+y^2)x, \end{aligned} \quad (4)$$

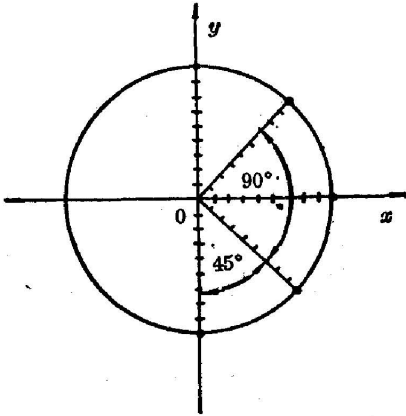


Fig. 1 The sample points at the pupil

(3)和(4)式中的系数 C_{nm} 的下角标号 m 是 y 的幂次, n 是 $\sqrt{x^2+y^2}$ 的幂次; C'_{nm} 的下角标号 m 是 x 的幂次, n 是 $\sqrt{x^2+y^2}$ 的幂次。 C_{20} 是轴向离焦系数, 而 C_{01} 及 C'_{01} 分别为沿 y 轴和沿 x 轴的离焦系数。

波差采用直接计算沿光线的长度求得, 每根光线对应的光程差就是它同主光线的光程差, 每个视场算 5×9 条光线(轴上物点算 9 条), 光瞳上取样点的值为

$$r_i = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{(2i-1)\pi}{2M} \right] \right\}, \quad (i=1, 2, 3, \dots, 9; M=9) \quad (5)$$

$$\varphi_j = \frac{j\pi}{N}. \quad (j=0, 1, 2, 3, 4; N=4) \quad (6)$$

光瞳上取样点的分布如图 1 所示。从以上光线追迹得到的波差值, 用最小二乘法即可解出 (3) 式或 (4) 式中波差系统 C_{nm} 。从而确定波差 $W(x, y)$ 的表达式。

二、关于离焦

所得波差值的正确与否, 与参考球的选取正确与否有着密切的关系, 所以必须考虑如何选择参考球的球心坐标值问题, 也即如何考虑离焦量的计算问题。考虑到灵活性, 沿轴和垂轴的离焦量, 可同时给定, 也可只给定其中一个; 可由人工事先给定, 也可由程序自动找出。由程序自动算出离焦量, 分下列几种情况来考虑。

1. 各个视场在轴向有同一离焦量

此时, 我们用下式作为评价量来确定这一离焦量。

$$F(z) = \sum_{k=1}^{N_k} \frac{\left\{ \frac{\sum_{j=1}^n [OPD(k, j, z)]^2}{n} - \left[\frac{\sum_{j=1}^n OPD(k, j, z)}{n} \right]^2 \right\}}{\sum_{k=1}^{N_k} h(k)}, \quad (7)$$

式中 $OPD(k, j, z)$ 表示轴向离焦量为 z 时, 第 k 个视场, 第 j 根光线的波像差, $h(k)$ 表示第 k 个视场的相对权重因子, 由人工事先给定, N_k 为视场分割个数, n 为第 k 个视场的光线总数。应用最优方法中的步长加速法, 求得使 (7) 式的 $F(z)$ 最小的那个 z 值作为沿轴离焦量。

2. 各个视场在沿轴方向上可有不同的离焦量

此时, 我们按下述方法求得各个视场的离焦量。将 (4) 式代入 (2) 式, 并在单位圆上进行积分, 可得到

$$\begin{aligned} \Phi = & \overline{W^2(x, y)} - \overline{W(x, y)}^2 \\ = & \frac{C_{01}^2}{4} + \frac{C_{20}^2}{12} + \frac{4}{45} C_{40}^2 + \frac{1}{16} C_{02}^2 + \frac{1}{8} C_{21}^2 + \frac{5}{64} C_{03}^2 + \frac{9}{112} C_{30}^2 \\ & + \frac{1}{12} C_{41}^2 + \frac{17}{360} C_{42}^2 + \frac{1}{4} C_{01}'^2 + \frac{1}{16} C_{02}'^2 + \frac{1}{8} C_{21}'^2 + \frac{1}{3} C_{01} C_{21} \\ & + \frac{1}{4} C_{01} C_{03} + \frac{1}{4} C_{01} C_{41} + \frac{1}{6} C_{20} C_{40} + \frac{1}{12} C_{20} C_{02} + \frac{3}{20} C_{20} C_{60} \\ & + \frac{1}{12} C_{20} C_{42} + \frac{1}{12} C_{20} C_{02}' + \frac{1}{12} C_{40} C_{02} + \frac{1}{6} C_{40} C_{60} + \frac{4}{45} C_{40} C_{42} \\ & + \frac{1}{12} C_{40} C_{02}' + \frac{3}{40} C_{03} C_{60} + \frac{5}{48} C_{03} C_{42} - \frac{1}{24} C_{02} C_{02}' + \frac{3}{16} C_{21} C_{03} \\ & + \frac{1}{5} C_{21} C_{41} + \frac{3}{20} C_{03} C_{41} + \frac{1}{12} C_{60} C_{42} + \frac{3}{40} C_{60} C_{02}' - \frac{1}{48} C_{42} C_{02}' + \frac{1}{3} C_{01}' C_{21}' \end{aligned} \quad (8)$$

为了求得 S.D 值极大的参考球的球心坐标, 波差展开式用 (4) 式, 按前一节的方法, 求出除 C_{01} 、 C_{01}' 和 C_{20} 以外的其它系数 C_{nm} 。由 $(\partial\Phi/\partial C_{20})=0$ 、 $\partial\Phi/\partial C_{01}=0$ 及 $(\partial\Phi/\partial C_{01}')=0$ 求得各离焦系数为

$$C_{20} = - \left[C_{40} + \frac{1}{2} (C_{02} + C_{42} + C_{02}') + \frac{9}{10} C_{60} \right], \quad (9)$$

$$C_{01} = - \left[\frac{2}{3} C_{21} + \frac{1}{2} (C_{03} + C_{41}) \right], \quad (10)$$

$$C_{01}' = - \frac{2}{3} C_{21}' \quad (11)$$

再应用波像差与几何像差的关系^[1]

$$n'u'L_A = 2\lambda \frac{\partial W(x, y)}{\partial (y^2)}, \quad (12)$$

$$n'u'T_{Ay} = \lambda \frac{\partial W(x, y)}{\partial y}, \quad (13)$$

$$n'u'T_{Ax} = \lambda \frac{\partial W(x, y)}{\partial x}, \quad (14)$$

式中 n' 为像方折射率, u' 为像方孔径角, λ 为光波波长, L_A 为轴上球差, T_{Ay} 和 T_{Ax} 称为垂轴像差。即可求得对于参考点的离焦量

$$\Delta x = \left| \frac{\lambda}{n'u'} \right| C_{01}, \quad (15)$$

$$\Delta y = \frac{\lambda C_{01}}{n'u'}, \quad (16)$$

$$\Delta z = \frac{2\lambda C_{20}}{n'u'^2} \circ \quad (17)$$

3. 在沿轴方向上各个视场有同一的离焦量,但在垂轴方向上各个视场允许有各自的离焦量

此时,沿轴方向的离焦量按(7)式求到,垂轴离焦量依(16)、(17)式求得。求得离焦量后,用新的参考球、算出光学系统的波像差,用最小二乘法,解出(3)式中的波差系数 C_{nm} ,最后,按(1)式算出光学系统的 S.D 值。

三、关于积分计算

为得到一种快速计算 S. D 值的方法,除了离焦量的快速计算之外,还要考虑如下几个问题。

1. 计算有离焦时的波像差,计算量不能太大

为此,我们记下无离焦时光线与系统最后一个折射面相交的交点坐标值和方向余弦值及从物面至系统最后一个面的波像差。计算有离焦的波像差时,只要读出前面所记忆的数据,再计算最后一个折射面到新的参考球的波像差,从而得出从物面至新的参考球的波像差,而不须从物面开始重新进行光线追迹来求得波像差。

2. 渐晕光瞳形状的确

所谓渐晕光瞳,就是指轴外物点的通光孔,由于光阑彗差及阑光的存在,总不是一个圆。所以应该精确地确定实际通光孔的形状。这样才可能描述实际波面的形状,进行 S.D 值的积分计算。但要精确定出孔的形状是很费事的。精确确定实际通光孔的形状的方法很多,我们采用最适椭圆近似,即首先用一个最适椭圆来近似表示实际光瞳形状,然后再将这椭圆转化为圆。下面简单叙述一下最适椭圆的求法^[9]。

借助于辅助量

$$\alpha_j = \left\{ \sqrt{\frac{x^2 + (y - y_p)^2}{x_{c1}^2 + (y_{c1} - y_p)^2}} \right\}, \quad (18)$$

确定入瞳周线。图 2 中,圆周为第 j 个折射面的通光口径, P 点为主光线交点, A 点为追迹光瞳周线过程中,该面上某一光线的交点, e_1 和 e_2 为直线 PA 与圆周的交点。通过光瞳周线的光线应该满足如下条件:

$$|\alpha_{\max} - 1| < \varepsilon, \quad (19)$$

式中 α_{\max} 是各折射面中最大的 α_j 值,可取 $\varepsilon = 0.01$ 。把入瞳分成 $K-1$ 等分 (K 为奇数),求得光瞳周线的 K 个样点,即可用最小二乘法解得最合适的入瞳椭圆的长半轴 a ,短半轴 b 及偏心量 c 。出瞳椭圆的长半轴 a' ,短半径 b' 及偏心量 c' ,可用主光线和同主光线极相邻的子午光线、弧矢光线和 (a, b, c) 确定。

3. 积分方法

形如(1)式的积分,被积函数是一个振荡很快的振荡函数。所以在计算(1)式的积分时,应在计算速度及

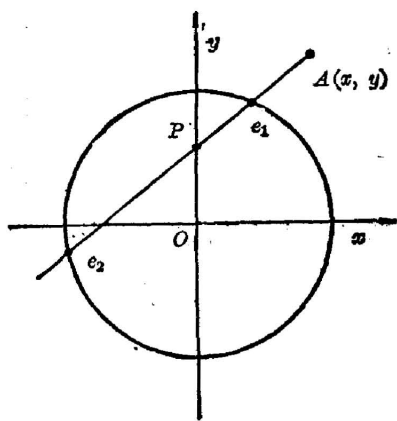


Fig. 2 The calculation of the pupil area

精度之间寻找良好的折衷。为此,我们把积分区间分成 m 个小区间,每个小区间再用运算速度较快、又有一定精度的高斯求积法求积,最后把每个小区间的积分值累加起来,即为整个区间的积分值。

四、结 果

根据以上的考虑,我们在 TQ-16 电子计算机上编了一个计算 S.D 值的积序。实践表明,对于高质量系统,把积分区域分成 3×3 个小区间即可,对于一般系统,积分区域要多分几个区域,在 TQ-16 计算机上积分区域分成 3×3 个小区间,并在自动离焦的情况下,计算一种色光、一个视场、一个参考焦面的 S.D 值,需时 20 秒钟以内,实践证明,本程序所计算的 S.D 值与实际符合。下面列出一个放大倍数 $25 \times$, 数值孔径为 0.65 的显微物镜的计算结果。

1. 结构参数

(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
19.672	1.5	4.76	2.3
10.59	4.75	23.752	0.37
-7.9135	1.5	3.6193	2.5
-19.597	10.452	-11.587	1.39
15.103	3.55	2.0698	0.2
-7.9636	1.6	∞	0.17
-14.193	0.635	∞	

2. 物方线视场为 $\phi 12.5$ mm 时的 S.D 值

(1) 当不离焦(即三个方向的离焦量都为零, $x=y=z=0$)时, S.D=0.395。

(2) 当轴向离焦量 $z=-0.0007$, y 轴方向离焦量 $y=0.0007$, x 轴方向离焦量 $x=0$ 时, S.D=0.843。

由此可见,参考球的选择正确与否,对 S.D 值的影响是明显的。实践证明,有离焦时的 S.D 值是正确的。

参 考 文 献

- [1] 王之江;《光学设计理论基础》, (科学出版社, 北京, 1969), 第一章, 第十一章。
[2] 庄松林;《物理学报》, 1979, 28, No. 4 (Apr), 482。
[3] 庄松林, 钱振邦;《光学传递函数》, (机械工业出版社, 北京, 1981), 第四章。

The calculation method of the strehl definition for decentral optical systems

CHEN HUIAN AND ZHUANG SONGLIN
(Shanghai Institute of Optical Instruments)

(Received 21 January 1986; revised 21 May 1986)

Abstract

The Strehl Definition (S. D.) is one of commonly used criterion for evaluating the quality of an optical system, especially, for the microscopic objectives. In this paper several problems, which play important role in S.D. calculations, are considered in detail. Namely, the defocus, the expansion formula of the wave aberrations of the decentral system as well as the numerical calculation method. The proposed method can also be used for estimating the quality of the decentral optical systems.

Key Words: Optical Design; Aberrations; Image assessment.