

# 非均匀强激光在等离子体中的 细丝不稳定性

李忻磷 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

## 提 要

本文研究了包含着高斯形初始扰动的非均匀强电磁辐射在等离子体中的细丝不稳定性。计算并讨论了细丝不稳定性与初始扰动的强度、横向尺寸和初始等离子体电子密度的关系。结果表明,叠加在线偏振平面电磁波上的高斯型大扰动,在等离子体中传播不远就将断裂。

## 一、引 言

激光辐射在稀薄等离子体( $n_e < n_c$ )中的细丝不稳定性,除了它本身固有的物理特性引起人们的兴趣之外,它在激光聚变中的能量沉积和聚爆对称性等问题上的重要影响同样引起人们的密切关注。当实验接近或达到激光聚变反应堆所要求的较长激光脉宽和较大等离子体尺寸时,细丝不稳定性问题将变得更为严重。明显的细丝现象已在实验中观察到<sup>[1~4]</sup>。入射激光束的不均匀性(热斑),或在外围冕区等离子体中的密度涨落引起的光折射,可能是这种不稳定性的起因。Drake 等人<sup>[5]</sup>和Cohen 等人<sup>[6]</sup>就入射的均匀平面波在等离子体中传播过程中的细丝不稳定性进行了计算;Kaw 等人<sup>[7]</sup>和Short 等人<sup>[8]</sup>对于这个问题的研究,也仅仅考虑了在一均匀平面电磁波上叠加了一个小扰动的情形。而在现实中,高功率激光束却极不均匀,它们常包含着横向尺寸适合于细丝增长的大振幅涨落<sup>[9]</sup>。目前尚未有人针对这种存在大扰动(热斑)的强激光在等离子体中传播时的细丝不稳定性问题做过实际的理论计算与分析。

本文着重讨论了入射激光束上叠加的大扰动在等离子体中传播中的行为,以及与之有关参数的关系。计算结果表明,叠加在线偏振平面电磁波上的高斯型大扰动,在等离子体中传播时,并不能在较大的距离维持形状不变。

## 二、理 论 模 型

设在沿  $z$  方向传播的平面电磁波  $E_0 = A_0 \cos[\omega t - (\omega/c)\sqrt{z_0 \epsilon}]$  上有大振幅的涨落,并同时伴随有位相的变化。这时,总的电磁波电场可以写为

$$E = (A_0 + A_1) \cos[\omega t - (\omega/c)\sqrt{\epsilon} z - \varphi], \quad (1)$$

式中  $A_0$  和  $A_1$  是同方向的矢量,  $A_0$  为准常量,  $A_1$  为变量,  $\varphi$  是  $E$  与  $E_0$  的位相差,假定它

仅与  $z$  有关,  $\varepsilon$  为非线性介电常数, 在非碰撞等离子体中, 它对波电场的响应为<sup>[7]</sup>

$$\varepsilon = 1 - \frac{n_0}{n_c} \exp \left[ \frac{-e^2 \langle E^2 \rangle}{2m_e \omega^2 (T_e + T_i)} \right], \quad (2)$$

式中  $n_0$ ,  $n_c$  分别是等离子体初始和临界电子密度,  $T_e$  和  $T_i$  分别是等离子体中的电子和离子温度,  $\mathbf{E}$  为入射波的电矢量,  $\omega$  是入射波频率,  $\langle \rangle$  括号表示在一个光波周期 ( $2\pi/\omega$ ) 上对时间的平均。我们考虑在均匀等离子体中, (1) 式表示的电磁波的传播行为, 令

$$\beta = [e^2/4m_e \omega^2 (T_e + T_i)],$$

且将 (1) 式代入 (2) 式, 可得

$$\varepsilon = 1 - \frac{n_0}{n_c} \exp [-\beta (A_0^2 + A_1^2 + 2A_0 A_1)]. \quad (3)$$

电磁波电场满足麦克斯韦方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) + (\omega^2/c^2) \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (4)$$

考虑以偏振光入射, 即  $\mathbf{E} = E \mathbf{e}_z$ , 代入以上方程得下列标量方程:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial z} = 0, \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E + (\omega^2/c^2) \varepsilon E = 0. \quad (5)$$

由于  $A_0$  是准常量, 可忽略它对各变量的微商, 且仅考虑叠加在本底平面电磁波上的初始大扰动仅随  $y$  变化的一维情况, 于是由方程 (5) 可知, 在整个传播过程中  $E$  与  $x$  无关, 即  $E = E(y, z)$ 。为求解方程 (5), 通过 (1) 式和 (3) 式求出  $(\partial^2 E/\partial y^2)$ ,  $(\partial^2 E/\partial z^2)$  ( $\partial \sqrt{\varepsilon}/\partial z$ ), 考虑在稀薄等离子体中,  $A_1(y, z)$ ,  $\varphi(z)$  随  $z$  变化缓慢, 略去二次项, 于是得到耦合方程。

$$2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial A_1}{\partial z} + 2 \frac{\omega}{c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{n_0}{n_c} \beta (A_0 + A_1)^2 \exp [-\beta (A_0 + A_1)^2] \frac{\partial A_1}{\partial z} + 2 \frac{\omega}{c} z \frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial y} \frac{\partial A_1}{\partial y} + \frac{\omega}{c} z \frac{\partial^2 \sqrt{\varepsilon}}{\partial y^2} (A_0 + A_1) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} - \frac{\omega^2}{c^2} z^2 \left( \frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial y} \right)^2 (A_0 + A_1) - (A_0 + A_1) \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon + 2 \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} \left[ \frac{\omega}{c} z \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} \frac{n_0}{n_c} \beta (A_0 + A_1) \exp (-\beta A_0^2 - 2\beta A_0 A_1 - \beta A_1^2) \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{\partial \varphi(z)}{\partial z} \right] \right\} = 0. \quad (7)$$

在 (3) 式和 (6) 式中, 令  $f = (A_1/A_0)$ , 则有

$$\frac{\partial f}{\partial z} (1 + \alpha) + \frac{z}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial \sqrt{\varepsilon}}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{z}{2\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial^2 \sqrt{\varepsilon}}{\partial y^2} (1 + f) = 0, \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{n_0}{n_c} \beta A_0^2 (1 + f)^2 \exp [-\beta A_0^2 (1 + f^2 + 2f)], \\ \varepsilon &= 1 - \frac{n_0}{n_c} \exp [-\beta A_0^2 (1 + f^2 + 2f)], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对于典型的稀薄等离子体实验参数, 即本文后面计算时所取的参数,  $\alpha \ll 1$ 。例如:  $(n_0/n_c) = 0.2$ ,  $\beta A_0^2 = 0.1$  (当  $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $T_e = T_i = 1 \text{keV}$  时, 对应的本底光强为  $I_0 \approx 2 \times 10^{15} \text{W/cm}^2$ ),  $f = 1$ ,  $\exp [-\beta A_0^2 (1 + f^2 + 2f)] = \exp (-0.4) = 0.670$ , 则  $\alpha = 0.062 \ll 1$ 。(8) 式中的  $\alpha$  项可忽略不计。从 (9) 式求取  $(\partial \varepsilon/\partial y)$  和  $(\partial^2 \varepsilon/\partial y^2)$  值后代入 (8) 式, 整理后有

$$\frac{\partial f}{\partial z} = -FC \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 - H \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right), \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} FC &= z\xi\eta\zeta\{1.5 - \xi\eta^2[(n_0/n_0) + (\zeta/2\varepsilon)]\}/\varepsilon, \\ H &= (z/2\varepsilon)\xi\eta^2\zeta, \quad \xi = (n_0/n_0)\beta A_0^2, \\ \eta &= (1+f), \quad \zeta = \exp[-\beta A_0^2(1+f)^2] = \exp(-\beta A_0^2\eta^2). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

如果在初始时刻,  $f$  对于  $y$  的变化满足高斯型分布, 即  $f_0 = (c/\sigma_0)\exp(-y^2/2\sigma_0^2)$  ( $\sigma_0, c$  均为大于零的常数), 那么,

$$\frac{\partial f_0}{\partial y} = -\frac{y}{\sigma_0^2} f_0, \quad \frac{\partial^2 f_0}{\partial y^2} = \frac{1}{\sigma_0^2} (y^2 - \sigma_0^2) f_0. \quad (12)$$

在初始后一定时间内,  $f$  关于  $y$  的变化显然也是准高斯形分布, 近似满足(12)式。

现在我们定性分析一下  $f$  在沿  $z$  方向传播时的变化趋势。首先参看(11)式, 对于一般的经典实验参数 ( $\beta A_0^2 \approx 0.1, f \approx 1 \sim 2$ ), 初始阶段的  $FC$  大于零; 而  $H$  恒大于零。这时, 由(10)式可知, 右边第一项总使得  $f$  在传播中减小, 但在  $y=0$  和  $y=\pm\infty$  处, 这种效应为零, 而在  $|y|=\sigma_0$  附近这种效应最强(如(12)式所表示)。(10)式右边第二项的作用是: 在传播过程中, 使得  $f$  在  $|y|<\sigma_0$  的地方增大, 在  $|y|>\sigma_0$  的地方减小(如(12)式所表示)。总之,  $f$  在沿  $z$  传播时, 其变化趋势为中间增大, 两旁减小。我们重点定量计算并讨论这种变化趋势的快慢与不同激光和等离子体参数的关系。另外, 从(10)式还可看出, 当  $f$  增大到一定的值, 使得  $FC$  变为小于零时,  $f$  的形状便再也保持不住了。实际上不待  $f$  增大到足够值时,  $f$  就形变显著。其原因是  $f$  在  $y=0$  附近增长过快, 使中心区域的  $f$  由凸形变为凹形, ( $\partial^2 f/\partial y^2$ ) 从小于零变为大于零。而且,  $f$  的分布不再光滑, 这时解析模型也就不再适用。不过我们感兴趣的是初始阶段  $f$  的变化行为。

### 三、计算结果与讨论

我们用数值计算方法来求解(10)式。并假定初始的振幅扰动分布和相应的初始强度扰动分别为高斯型。

$$\left. \begin{aligned} f_0 &= (A_{10}/A_0) = (c/\sigma_0)\exp(-y^2/2\sigma_0^2), \\ F_0 &= (I_{10}/I_0) = (c^2/\sigma_0^2)\exp(-y^2/\sigma_0^2), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中  $c, \sigma_0$  均为常数。在计算过程中  $\beta A_0^2$  均取为 0.1, 当  $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}, n_0 = 0.2n_c, T_i = T_e, T_e = 1 \text{keV}$  时, 对应的本底光强为  $I_0 = 2 \times 10^{15} \text{W/cm}^2$ , 计算所得结果如图 1~4 所示。

图 1 表明, 叠加在线偏振平面电磁波上的高斯形扰动不能保持其形状不变而传播出很远。实际上, 在传播一段距离后即将崩裂。关于细丝导致的非线性传播结果, 至今仍是理论上未解决的问题, 并有两种不同的推测<sup>[9]</sup>: (1)

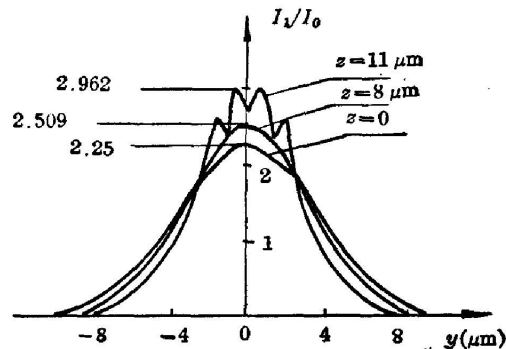


Fig. 1 Large-amplitude Gaussian perturbations superimposed on a linearly polarized plane electromagnetic wave will fall apart before they propagate very far in plasmas;

$$F_0 = 2.25, \sigma_0 = 5, n_0 = 0.2n_c$$

细丝形成后能够基本上保持其形状而抵达临界面；(2)细丝形成后不能保持其形状传播大的距离。然而，实验上却未观察到细丝在传播中有简谐振荡的迹象，也就是说推测(1)并没有得到实验上的证实。而本文进行的计算，进一步从理论上证实了细丝在形成后传播一定的距离确将崩裂的结论。

参看图 2，为了便于比较，把具有不同  $F_0$  的情况按相应的比例尺寸在图中画出了具有相同高度的分布。如果定义  $F/F_0$  (或  $I_1/I_{10}$ ) 为增长标准，则图 2 表明：初始扰动越大，增长越快 (如图 2(a)、(b) 所示)，但初始扰动如足够大，这种效应也就趋于饱和 (如图 2(b)、(c))。众所周知，细丝是一种来自非线性介电常数变化的非线性效应的结果。在这里，扰动区域内的变化

$$\Delta s = \frac{n_0}{n_0} \{1 - \exp[-\beta A_0^2 (f^2 + 2f)]\} \exp(-\beta A_0^2),$$

若  $\Delta s$  越大，则非线性效应越强。显然，初始扰动振幅较小， $\Delta s$  也就较小，因此增长较慢。然而，当  $f_0$  足够大后， $f_0$  再增大时产生的效果已不再明显，这是由于细丝通道中的电子密度  $n_0 \exp[-\beta A_0^2 (1 + f^2 + 2f)]$  总不可能低于零的缘故，于是，扰动的增长出现了饱和的趋势。

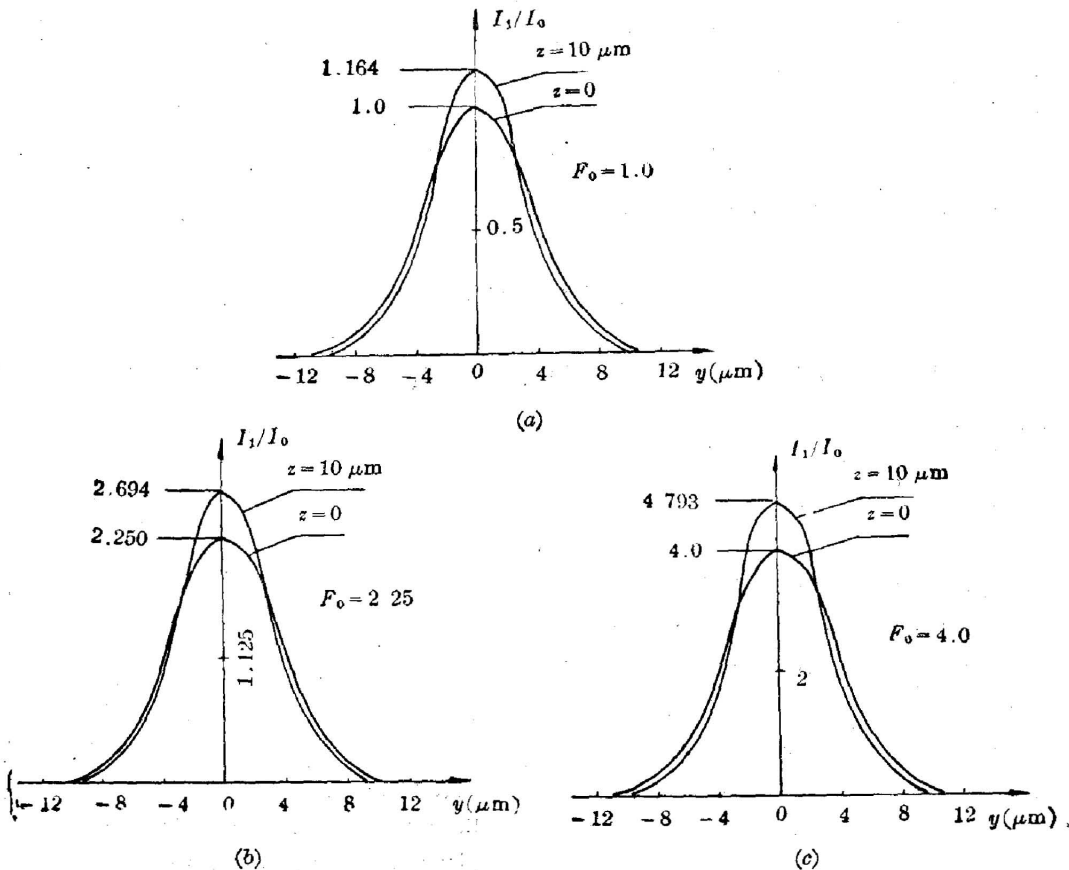


Fig. 2 Relations of the growth of filamentation instability with the intensities of initial perturbations;  $\sigma_0=5$ ,  $n_0=0.2$ .

另外,从图 3 可看出,初始扰动横向尺寸越小,扰动增长越快。这是因为对同样大小振幅的扰动,横向尺寸越小,则其扰动内外的非线性介电常数相对变化率越大,波前弯曲就越严重,细丝(或自聚焦)效应也就越明显(这里没有考虑衍射极限)。

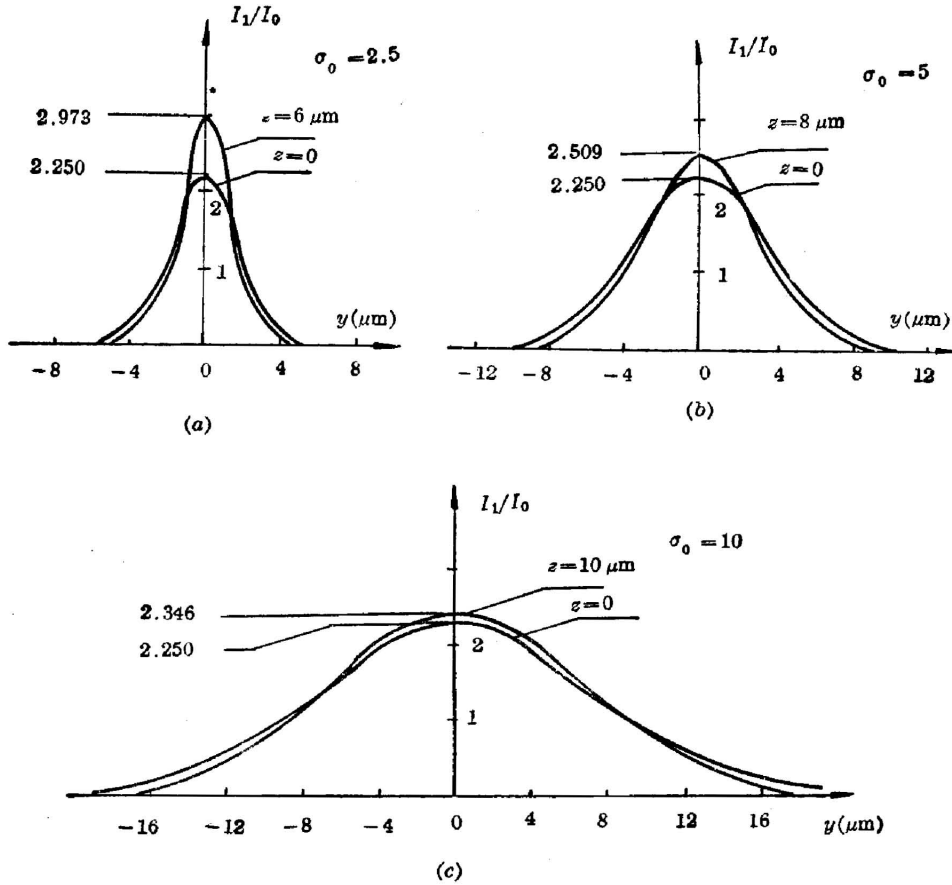


Fig. 3 Relations of the growth of filamentation instability with transverse scale length of initial perturbations;  $F_0=2.25$ ,  $n_0=0.2n_c$ .

最后,从图 4 可知,对于同样的初始扰动,等离子体密度越大,扰动增长越快。这点也可从非线性介电常数的变化来理解,  $\Delta\epsilon$  正比于初始等离子体的  $n_0$ 。

### 四、结束语

在一定的模式假定下,我们较详细地定量讨论了强激光在等离子体中传播时的细丝不稳定性,及其与叠加在入射的强激光上的扰动强度、横向尺寸,和初始等离子体密度的关系。计算结果表明,叠加在线偏振平面波上的高斯型扰动,在等离子体中传播不远就将变形崩裂。这些结果为将来进一步研究细丝不稳定性提供了理论根据。

作者感谢余玮、林尊琪、余坚等同志对本文工作的支持与有益讨论。

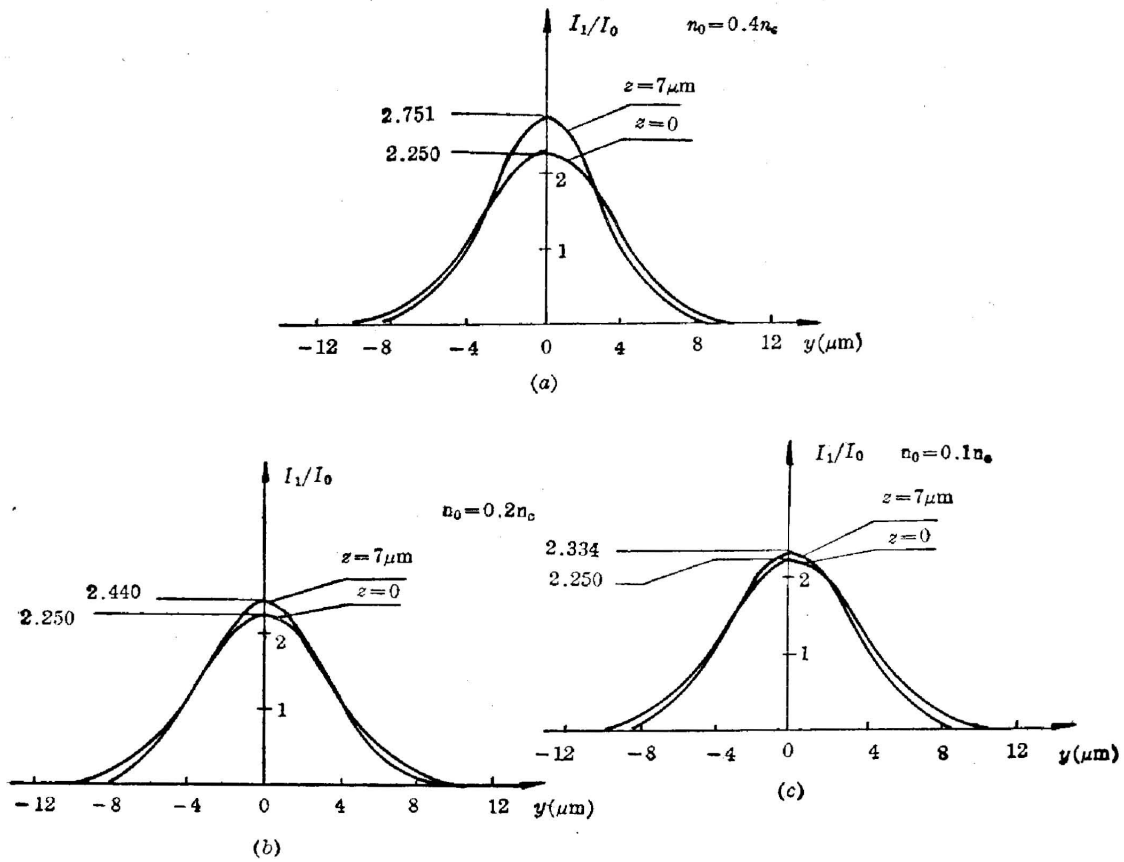


Fig. 4 Relations of the growth of filamentation instability with the initial plasma electron densities;  $F_0=2.25$ ,  $\sigma_0=5$

### 参 考 文 献

- [1] M. J. Herbst *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **46**, No. 5 (Feb), 328.
- [2] 徐至展等;《中国科学》, A 辑, 1983, No. 1 (Jan), 52.
- [3] O. Willi *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17**, No. 9 (Sep), 1909.
- [4] H. A. Baldis *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**, No. 15 (Oct), 1260.
- [5] J. F. Drake *et al.*; *Phys. Fluids*, 1974, **17**, No. 4 (Apr), 778.
- [6] B. I. Cohen *et al.*; *Phys. Fluids*, 1979, **22**, No. 6 (Jun), 1115.
- [7] P. Kaw *et al.*; *Phys. Fluids*, 1973, **16**, No. 9 (Sep), 1522.
- [8] R. W. Short *et al.*; *Phys. Fluids*, 1982, **25**, No. 12 (Dec), 2302.
- [9] C. E. Max; *Laser-Plasma Interactions*, (Ed. Roger Balian and Jean-Claude Adam; North-Holland Publishing Company-Amsterdam New York Oxford, 1982).