

锥形光入射到多层介质膜上的反射波分析

钱秋明 李庆熊 王能鹤 王之江
(中国科学院上海光学精密机械研究所)

提 要

本文用光线方法分析偏振单色平面波经会聚成锥形光束后入射到多层介质膜上的反射波,得到了计算反射波电场强度的近似公式。然后推导出当PM分量和SM分量偏振单色平面波经会聚系统后入射到多层介质膜上时,两反射波面经一检偏器后的干涉图光强分布公式,并把它应用于一种多层介质膜,其结果与实验完全相符。

一、引 言

在多层膜的研究中,一般都只分析和研究入射波是单色平面波的情形^[1]。然而现代光学工程中,入射波为锥光的情形却尤为重要。以前曾一直把锥光展成平面波的线性组合^[2],利用平面波的复反射率和复透射率表达式,把入射光为锥光的反射波表示成回路积分。由于这些回路积分都很复杂,不可能用简单的解析式来表示,所以常常用级数展开式来表示。虽然这种近似方法对理论分析比较见效,但如要用它来计算锥光入射时,整个孔径内由于多层介质膜引起的反射光相位分布和非单色锥光入射时反射光的色散就极不方便。为此本文将从以下几个方面进行分析研究:

1. 用光线方法^[3]推导出单色平面波经会聚系统后入射到多层介质膜上时反射波电场强度 $E_R(x'', y'', z''; \lambda)$ 的计算公式,利用它无需作回路积分就可以直接计算由于多层介质膜引起的反射光相移在全孔径内的分布和非单色光入射时引起的反射光色散。
2. 推导出当PM, SM偏振单色平面波会聚后分别以完全相同的方式入射到多层介质膜上时,两反射波面经一检偏器后的干涉图光强分布公式,并对一种多层介质膜(具体结构参数请见附录)给出计算机算出的干涉图光强分布(二值图)。
3. 计算结果分析。

二、反射波电场强度 $E_R(x'', y'', z''; \lambda)$

如图1所示,单色平面波 I_1 经会聚系统 L_1 后,光束 I_2 入射到多层介质膜 T_h 上产生反射光束 R 和透射光束 T (图1中没有画出透射光束 T)。

为了以后分析方便,取如图2所示的三个坐标系 $O-xyz$, $O'-x'y'z'$, $O''-x''y''z''$ 。其中

y' 与 y , y' 的方向相反, z 轴垂直于多层介质膜表面, 即沿法线 n 方向, z' 沿入射光束主光线的反方向, z'' 沿反射光束主光线方向。 xyz 系的坐标原点 O 为主光线在多层介质膜上的入射点, $x'y'z'$ 系的坐标原点 O' 位于会聚系统 L_1 的后主点上, $x''y''z''$ 系的坐标原点 O'' 在反射光束主光线上且 $\overline{OO'} = \overline{O''O}$ 。

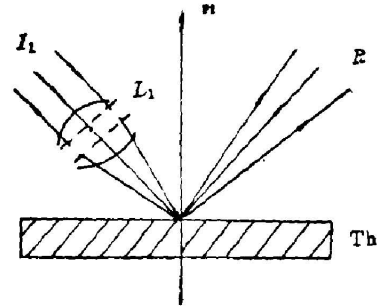


Fig. 1 Optical scheme

在考察任意一根入射光线 IA 时, 为了便于和实验比较, 可将它分解为两个线偏振分量 PM (平行于主光线入射面, 而不是平行于 IA 自身入射面) 和 SM (垂直于主光线入射面)。这样入射波就可以表示为:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{PM} + \mathbf{E}_{SM}, \tag{1}$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{PM} = E_{PM0}(x', y', z') e^{i\omega t} \mathbf{e}_{x'}, \\ \mathbf{E}_{SM} = E_{SM0}(x', y', z') e^{i\omega t} \mathbf{e}_{y'}, \end{cases}$$

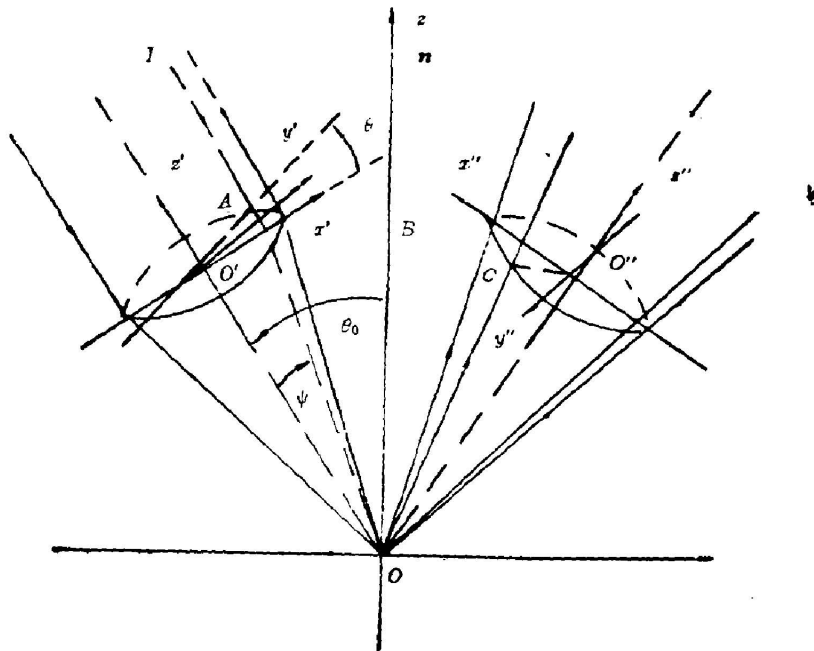


Fig. 2 Definition of the 3-coordinate system

为了清楚起见, 以下将分三种情况来讨论:

1. 入射平面波只有 \mathbf{E}_{SM} 偏振分量的情况:

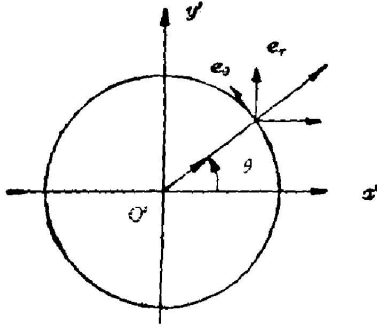
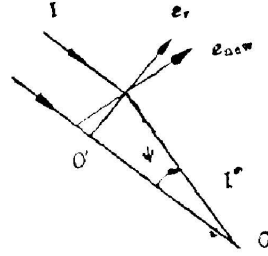
(A) 如果在 $O'-x'y'z'$ 系内用柱坐标表示入射波, 则如图 3 所示, \mathbf{E}_{SM} 可以表示为:

$$\mathbf{E}_{SM} = E_{SM}(\sin \theta \mathbf{e}_r + \cos \theta \mathbf{e}_\theta). \tag{2}$$

(B) 当光线经过会聚系统(假定无能量损失)后, 如图 3 所示, \mathbf{E}_{SM} 在 \mathbf{e}_r 方向的分量将发生变化, 其方向变到 \mathbf{e}_{new} 方向。从图 4 中可知:

$$\mathbf{e}_{new} = \cos \psi \mathbf{e}_r - \sin \psi \mathbf{e}_z = \cos \psi \cos \theta \mathbf{e}_r + \cos \psi \sin \theta \mathbf{e}_y - \sin \psi \mathbf{e}_z. \tag{3}$$

由此可得, 入射光线经会聚系统后 \mathbf{E}_{SM} 可表示为:

Fig. 3 Resolution of \mathbf{E} into $\mathbf{E}_{x'}$ and $\mathbf{E}_{y'}$ in $x'O'y'$ -planeFig. 4 Change of $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_r)\mathbf{e}_r$ to $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_r)\mathbf{e}_{\text{new}}$ after the convergence system

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{SM new}} &= E_{\text{SM}}(\sin \theta \mathbf{e}_{\text{new}} + \cos \theta \mathbf{e}_y) \\ &= E_{\text{SM}}\{(\cos \psi - 1)\cos \theta \sin \theta \mathbf{e}_{x'} \\ &\quad + [(\cos \psi - 1)\sin^2 \theta + 1]\mathbf{e}_{y'} - \sin \psi \sin \theta \mathbf{e}_{z'}\} \end{aligned} \quad (4)$$

(C) 由图 2 可知, 光线经会聚系统后沿 \overline{AO} 方向入射到多层介质膜上, 光线的自身入射面为 ABO , 为了把 $\mathbf{E}_{\text{SM new}}$ 分解为平行于 ABO 面的分量 $\mathbf{E}_{\text{SM} \parallel}$ 和垂直于 ABO 面的分量 $\mathbf{E}_{\text{SM} \perp}$, 必须求 ABO 面的法线 \mathbf{n}_{ABO} 的方向余弦 (u, v, w) 。根据矢量关系: $\mathbf{n}_{ABO} \perp \overline{AO}$, $\mathbf{n}_{ABO} \perp \overline{BO}$, 得:

$$\overline{AO} \cdot \mathbf{n}_{ABO} = 0, \quad \overline{BO} \cdot \mathbf{n}_{ABO} = 0. \quad (5)$$

设 A 点的坐标为 (x', y', z') , 则 (5) 式可以表示为:

$$\begin{cases} (ux' + vy' + wz') / (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2} = 0, \\ u \sin \theta_0 + w \cos \theta_0 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

由 (6) 式, 并考虑到: $u^2 + v^2 + w^2 = 1$, 可得:

$$\begin{cases} u = -w \operatorname{ctg} \theta_0, \\ v = -(z' - x' \operatorname{ctg} \theta_0) / y', \\ w = 1 / \pm [\operatorname{ctg}^2 \theta_0 + (z' - x' \operatorname{ctg} \theta_0)^2 / y'^2 + 1]^{1/2}. \end{cases} \quad (7)$$

现舍去 w 的负值 (w 的两个值代表 ABO 面两个方向相反的法线方向)。因此:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{ABO} &= u\mathbf{e}_{x'} + v\mathbf{e}_{y'} + w\mathbf{e}_{z'} = [-\operatorname{ctg} \theta_0 \mathbf{e}_{x'} - (z' - x' \operatorname{ctg} \theta_0) / y' \mathbf{e}_{y'} \\ &\quad + \mathbf{e}_{z'}] / [\operatorname{ctg}^2 \theta_0 + (z' - x' \operatorname{ctg} \theta_0)^2 / y'^2 + 1]^{1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

由此可得出 $\mathbf{E}_{\text{SM} \perp}$ 和 $\mathbf{E}_{\text{SM} \parallel}$ 如下:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{\text{SM} \perp} = (\mathbf{E}_{\text{SM new}} \cdot \mathbf{n}_{ABO}) \mathbf{n}_{ABO}, \\ \mathbf{E}_{\text{SM} \parallel} = \mathbf{E}_{\text{SM new}} - \mathbf{E}_{\text{SM} \perp} = \mathbf{E}_{\text{SM new}} - (\mathbf{E}_{\text{SM new}} \cdot \mathbf{n}_{ABO}) \mathbf{n}_{ABO}. \end{cases} \quad (9)$$

把 (4) 和 (8) 式代入 (9), 可得:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{\text{SM} \perp} = E_{\text{SM}}\{\cos \theta \sin \theta (\cos \psi - 1)u + [\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1]v \\ \quad - \sin \psi \sin \theta w\} (u\mathbf{e}_{x'} + v\mathbf{e}_{y'} + w\mathbf{e}_{z'}), \\ \mathbf{E}_{\text{SM} \parallel} = E_{\text{SM}}\{\cos \theta \sin \theta (\cos \psi - 1)(1 - u^2) - [\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1]vu \\ \quad + \sin \psi \sin \theta wu\} \mathbf{e}_{x'} + E_{\text{SM}}\{\cos \theta \sin \theta (1 - \cos \psi)vw \\ \quad + [\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1](1 - v^2) + \sin \psi \sin \theta wv\} \mathbf{e}_{y'} \\ \quad + E_{\text{SM}}\{\cos \theta \sin \theta (1 - \cos \psi)wv - [\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1]vw \\ \quad - \sin \psi \sin \theta (1 - w^2)\} \mathbf{e}_{z'}, \end{cases} \quad (10a)$$

其中 (θ, ψ) 和 (x', y', z') 的关系为:

$$\begin{cases} \cos \psi = z' / (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2}, \\ \cos \theta = x' / (x'^2 + y'^2)^{1/2}. \end{cases} \quad (10b)$$

(D) r_{\perp} 和 r_{\parallel} 的计算可以利用特征矩阵方法^[4]。考虑到现在用来描述入射光位置的是变量 (x', y', z') , r_{\perp} 和 r_{\parallel} 形式上可表为:

$$\begin{aligned} r_{\perp} &= R_{\perp}(x', y', z'; \lambda) e^{i\phi(x', y', z'; \lambda)}, \\ r_{\parallel} &= R_{\parallel}(x', y', z'; \lambda) e^{i\phi(x', y', z'; \lambda)} \end{aligned} \quad (11)$$

由此可得:

$$\begin{cases} E_{SM\perp R} = r_{\perp} E_{SM\perp} = R_{\perp} e^{i\phi} E_{SM\perp}, \\ E_{SM\parallel R} = r_{\parallel} E_{SM\parallel} = R_{\parallel} e^{i\phi} E_{SM\parallel}. \end{cases} \quad (12a)$$

$$E_{SMR} = E_{SM\perp R} + E_{SM\parallel R}. \quad (12b)$$

E_{SMR} 就是只有 E_{SM} 入射时的反射波。在(12a)和(12b)中 $E_{SM\perp}$ 和 $E_{SM\parallel}$ 必须把(10)式中的 (e_x, e_y, e_z) 换成 $(e_{x'}, e_{y'}, e_{z'})$ 。

2. 入射平面波只有 E_{PM} 偏振分量的情况:

用完全类似于 1 中的方法可以推导出:

$$E_{PMR} = E_{PM\perp R} + E_{PM\parallel R}, \quad (13a)$$

而其中:

$$\begin{cases} E_{PM\perp R} = R_{\perp} e^{i\phi} E_{PM\perp}, \\ E_{PM\parallel R} = R_{\parallel} e^{i\phi} E_{PM\parallel}, \end{cases} \quad (13b)$$

$$\begin{cases} E_{PM\perp} = (E_{PM\text{new}} \cdot n_{ABO}) n_{ABO}, \\ E_{PM\parallel} = E_{PM\text{new}} - E_{PM\perp} = E_{PM\text{new}} - (E_{PM\text{new}} \cdot n_{ABO}) n_{ABO} \end{cases} \quad (14)$$

$$E_{PM\text{new}} = E_{PM} \{ [\cos^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1] e_x + \cos \theta \sin \theta (\cos \psi - 1) e_y - \sin \psi \cos \theta e_z \}.$$

3. 入射平面波既有 E_{PM} 偏振分量又有 E_{SM} 偏振分量, 即一般情况:

入射波面如(1)式所示, 反射波面可以表示为: $E = E_{PMR} + E_{SMR}$ 。它是波长 λ 及坐标 (x'', y'', z'') 的函数。从图 2 中 $O'-x'y'z'$ 和 $O''-x''y''z''$ 及光线的几何关系可知: 如果入射光线 IA 经过 A 点 (x'_A, y'_A, z'_A) , 则反射光线必经过点 (x''_C, y''_C, z''_C) , 且 $x''_C = x'_A, y''_C = y'_A, z''_C = z'_A$ 。所以 E_R 也就是反射波面上各点的位置函数。 E_R 还可以表示为:

$$E_R = E_{R_0}(x'', y'', z''; \lambda) e^{i\phi_R(x'', y'', z''; \lambda)} \quad (15)$$

的形式, 从 $\delta_R(x'', y'', z''; \lambda)$ 可以直接用计算机计算各种像差, 包括色差。

三、干涉图光强分布计算

为了和实验结果加以比较, 下面将计算偏振单色平面波 E_{PM}, E_{SM} 会聚后分别以完全相同的方式入射到多层介质膜上时, 两反射波面经一检偏器后的干涉图光强分布(实验上用实时全息来实现)^[5]。

如图 5 所示, 入射平面波 I_0 经偏振片 H_1 变成线偏振 I_1 , 且偏振方向垂直主光线入射面。再经会聚系统 L_1 后入射到多层介质膜上产生反射波 R 和透射波 T , 反射波 R 再经偏振片 H_2 , 其中 H_2 和 H_1 的偏振态对主光线来说完全相同。这是 PM 分量入射情形, 产生反射波面 W_P 。当两个偏振片 H_2 和 H_1 同时转 90° 时, 则得 SM 分量入射情形, 产生反射

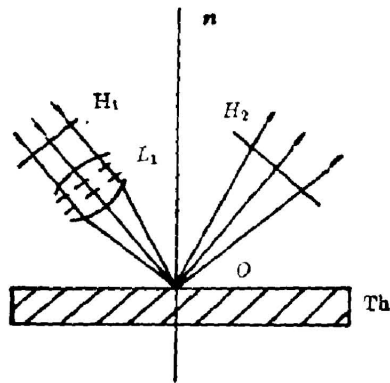


Fig. 5 Optical scheme

波面 W_8 。下面将推导两反射波的干涉面图光强分布公式。为方便起见,假定偏振片的吸收和散射可忽略不计:

1. 入射平面波只有 E_{SM} 偏振分量的情况,其反射波电场强度:

利用公式 (12b), 并考虑到偏振片 H_2 的作用可得:

$$|E'_{SMR}| = E_{SMR} \cdot e_{v''} = E_{SM} \{ R_{\perp} e^{i\phi_{\perp}} - R_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}} \} \times [\cos \theta \sin \theta (\cos \psi - 1) u + (\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1) v - \sin \psi \sin \theta w] + R_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}} [\sin^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1] \} \quad (16)$$

2. 入射平面波只有 E_{PM} 偏振分量的情况,其反射波电场强度:

利用(13a),并考虑到偏振片 H_2 的作用和反射光线与偏振片的法线的夹角不为 0° ,可得:

$$|E'_{PMR}| = k \cdot E_{PMR} \cdot e_{z''} = k \cdot E_{PM} \{ (R_{\perp} e^{i\phi_{\perp}} - R_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}}) (\cos^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1) u + \cos \theta \sin \theta (\cos \psi - 1) v - \sin \psi \cos \theta w \} + R_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}} [\cos^2 \theta (\cos \psi - 1) + 1] \} \quad (17)$$

其中

$$k = (1 + \tan^2 \psi \cos^2 \theta)^{1/2}$$

3. 两波面相干涉产生的光强分布为:

$$I(x'', y'', z''; \lambda) = (|E'_{SMR}| + |E'_{PMR}|) (|E'_{SMR}| + |E'_{PMR}|)^* \quad (18)$$

其中 * 表示复共轭

四、计算结果分析

我们用上述分析方法得到的公式编制成程序在 Apple 和 PDP-11/24 上对一种特殊的 71 层介质膜*和 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ 入进行计算,得到图 6 所示的二值干涉图,从图中可以看出有一

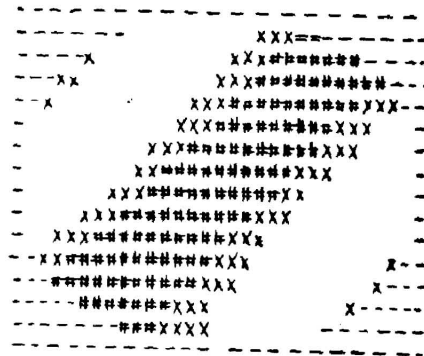


Fig. 6 Interference pattern on computer

* 71 层膜结构:

$S(HL)^4 H [510 \text{ nm}, n_L=1.46, n_H=1.90] L [490 \text{ nm}, n_L=1.46] (HL)^4 H [460 \text{ nm}, n_L=1.46, n_H=1.92] L [390 \text{ nm}, n_L=1.46] (HL)^4 H [350 \text{ nm}, n_L=1.46, n_H=1.92] A$.

个干涉暗纹,两个干涉亮纹,在文献[5]中用实时偏振全息法得到的实验结果证实了这一点。这就说明用光线方法直接计算锥形光入射到多层介质膜上的反射波是可行的。

参 考 文 献

- [1] E. Wolf; *Progress in Optics*, 1966, V, 247.
- [2] J. M. 布列霍夫斯基赫; *分层介质中的波*, (科学出版社, 北京), 1960.
- [3] M. 玻恩, E. 沃耳夫; *光学原理*, (科学出版社, 北京), 1978, 149.
- [4] 希瑟·M 利德尔; *多层膜设计中的计算机辅助技术*, (唐晋发等译, 浙江大学出版社, 杭州), 1984, 10.
- [5] 李庆熊等; *光学学报*, 6, No. 6 (June), 487.

Analysis of the reflection wave of cone beam from a multilayer thin film

QIAN QIUMING, LI QINGXIONG, WANG NENGHE AND WANG ZHIJIANG
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

(Received 22 October 1985)

Abstract

The reflection wave of a cone beam, which is formed by a linearly polarized plane wave through a convergence system and then incident upon a stratified medium, is analyzed. The reflection phase shift in the whole aperture and the dispersion are figured out by using the expression of the electric field strength which is derived in the paper. Furthermore, aberrations can be discussed while the multilayer thin film is regarded as an element of an imaging system.

In addition, an expression of the intensity distribution of the interference field produced by two reflection waves with the initial waves of SM (the electric vector is perpendicular to the plane of main ray incidence) and PM (the electric vector is parallel to the plane of main ray incidence), is deduced. Specially applied to a multilayer composed of seventy-one layers, the numerical calculation conforms to experimental results quite well.