

光纤陀螺中瑞利噪声抑制的新方法

曹雪龙 黄肇明 周幼威

(上海科学技术大学光纤技术与现代通讯研究所)

提 要

本文讨论了光纤陀螺中瑞利噪声及抑制它的方法。针对产生这种噪声的过程及其特点,提出了一种新的抑制方法——低频正弦光相位调制法。理论上,从直接分析光相位锁相检测过程,给出完整的分析讨论。结论得到了实验的证实。这种方法比采用带限噪声调制法更有效、简单,原则上可把瑞利噪声抑制到零。

一、引 言

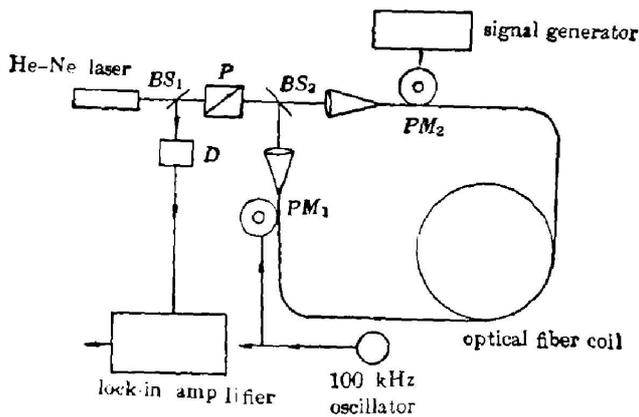
光纤陀螺传感器的工作原理是 Sagnac 效应^[1]: 如果环形干涉仪以某一角速度 Ω 转动, 两相干光之间产生相位差:

$$\phi_s = \frac{8\pi N A \Omega}{\lambda_0 c}, \quad (1)$$

其中 N 是光纤圈的匝数, A 是光纤圈在转动平面内的投影面积, λ_0 是光源的真空波长。

二、瑞利噪声的来源

图 1 是光纤陀螺的实验装置, 其中 He-Ne 激光波长 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, 通过分束镜 BS_1 及偏振棱镜 P , 并由分束镜 BS_2 分成



成 E_{cw} 光和 E_{ccw} 光, 分别注入长约 500 m 的光纤两端, 两束激光通过光纤后由 BS_2 合二为一, 按原路返回, 经 BS_1 反射进入光电探测器 D 。图中 PM_1 、 PM_2 是光相位调制器。 PM_1 和锁相放大器连用构成锁相检测系统。 PM_2 用以抑制瑞利噪声。为便于分析, 把图 1 中的部分光路画于图 2。

设入射光经 BS_2 分成两束光, 它们在光纤中传输过程中各自产生相应的后向瑞利散射光 e_{cw} 和 e_{ccw} , E_{cw} 和 E_{ccw} 是在 t_0 时刻的两主光束。那末在

Fig. 1 Experimental setup of an optical fiber gyroscope

各自产生相应的后向瑞利散射光 e_{cw} 和 e_{ccw} , E_{cw} 和 E_{ccw} 是在 t_0 时刻的两主光束。那末在

$t_0 + t$ 时刻由 E_{cw} 产生的散射光 e_{cw} 将和 $t_0 + 2t - \tau$ 时刻的 E_{ccw} 光合在一起, 并沿着 E_{ccw} 光的方向传播。同样, 在 $t_0 + t$ 时刻, 由 E_{ccw} 光产生的散射光 e_{ccw} 将和 $t_0 + 2t - \tau$ 时刻的 E_{cw} 光合在一起, 并沿 E_{cw} 光的方向传播。 τ 为光通过光纤圈所需的时间。设所采用的激光源的相干长度为 l , 则对应的相干时间为 l/c , 于是只有在不等式

$$|t_0 - (t_0 - \tau + 2t)| \leq l/c, \quad (2)$$

给出的时间范围内, 散射光 e_{cw} 与主光束 E_{ccw} 才有可观的相干性(或散射光 e_{ccw} 与主光束 E_{cw} 有可观的相干性)。(2) 式给出了时间 t 的范围为 $\frac{\tau}{2} - \frac{l}{2c} < t < \frac{\tau}{2} + \frac{l}{2c}$, 或长度范围 $\frac{\tau}{2}c - \frac{l}{2} < ct < \frac{\tau}{2}c + \frac{l}{2}$ 。由此可见, 若采用相干长度为 l 的光源, 则只有在以光纤的中央 M 为中心前后长为 l 的那段光纤所产生的后向散射光和主光束有可观的相干性, 因而产生相位牵移, 形成瑞利噪声。因此在第二节的理论分析中, 我们只考虑中点 M 附近的散射光。

K. Bohm 等人采用带限噪声调制法抑制瑞利噪声^[2]。分析表明采用这种方法可使瑞利噪声降低 K_1 倍, 同时由于两主光束之间相干度的下降, 信号下降 K_2 倍。他们得出

$$K_1 = \exp\{-\langle\varphi^2\rangle\}, \quad K_2 = \exp\left\{-\langle\varphi^2\rangle\left(1 - \frac{\sin \omega_g \tau}{\omega_g \tau}\right)\right\},$$

ω_g 是噪声带宽, 方括号表示对时间的平均。从这两个表示式我们可以看到, 不管噪声的均方值 $\langle\varphi^2\rangle$ 为多少, K_1 始终不会减小到零, 况且, 较大的 $\langle\varphi^2\rangle$ 值会使 K_2 有明显的下降, 另外这一方法需要噪声发生器和带通滤波器。下面提出的低频正弦相位调制法, 则只需一个低频正弦振荡器, 就可把瑞利噪声抑制到很小, 并且信号大小基本不变。

三、低频相位调制法抑制瑞利噪声的理论分析

图 2 是图 1 的环形光路部分。设调制器 PM_1 产生的相位调制为 $\phi_0 \sin \omega_0 t$, PM_2 产生的相位调制为 $\phi_m \sin \omega_m t$, 则由图 2 可知, E_{ccw} 光先受到 PM_1 的调制, 在时间 τ 以后又受到 PM_2 的调制, 故有

$$E_{ccw} \cdot \exp\{i[\omega t + \phi_0 \sin \omega_0 t + \phi_m \sin \omega_m (t + \tau) + \phi_s/2]\},$$

同理有: $E_{cw} \cdot \exp\{i[\omega t + \phi_0 \sin \omega_0 (t + \tau) + \phi_m \sin \omega_m t - \phi_s/2]\},$

其中已经引进了 Sagnac 相移 ϕ_s 。类似地, 后向散射光 e_{cw} 先受到 PM_2 的调制(包含 E_{cw} 光中), 到达中点 M 后反向散射再次受到 PM_1 的调制, 前后两次调制的的时间点为 τ , 所以我们有

$$e_{cw} \cdot \exp\{i[\omega t + \phi_m \sin \omega_m t + \phi_0 \sin \omega_0 (t + \tau) + \phi_{cw}]\},$$

同理, 对 e_{ccw} 光有

$$e_{ccw} \exp\{i[\omega t + \phi_0 \sin \omega_0 t + \phi_m \sin \omega_m (t + \tau) + \phi_{ccw}]\},$$

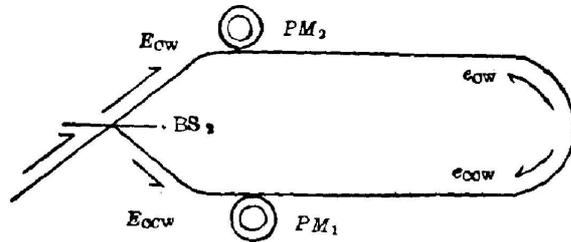


Fig. 2 Schematic diagram of the Rayleigh noise and its suppression

其中 ω 是光的角频率, ϕ_{cw} 、 ϕ_{ccw} 分别是两后向散射光的相位。于是接收管 D 接收到的光矢量 E 将是以上四关系式之和, 而光强 $p = |E|^2$, 可以算得

$$\begin{aligned}
 p = & p_{DC} + 2E_{cw}E_{ccw} \cdot \cos\left[2\phi_0 \sin\frac{\omega_0\tau}{2} \cos\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right)\right] \\
 & \times \cos\left[2\phi_m \sin\left(\frac{\omega_m\tau}{2}\right) \cos\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) + \phi_s\right] \\
 & - 2E_{cw} \cdot E_{ccw} \cdot \sin\left[2\phi_0 \sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \cos\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right)\right] \\
 & \times \sin\left[2\phi_m \sin\left(\frac{\omega_m\tau}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) + \phi_s\right] \\
 & + 2E_{ccw} \cdot e_{cw} \cdot \cos[\phi_0 \sin\omega_0t] \cos[-\phi_m \sin\omega_mt + \phi_s/2 - \phi_{cw}] \\
 & - 2E_{ccw} \cdot e_{cw} \cdot \sin[\phi_0 \sin\omega_0t] \sin[-\phi_m \sin\omega_mt + \phi_s/2 - \phi_{cw}] \\
 & + 2E_{ccw} \cdot e_{ccw} \cdot \cos[\phi_0 \sin\omega_0(t+\tau)] \cos[\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) + \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & + 2E_{ccw} \cdot e_{ccw} \cdot \sin[\phi_0 \sin\omega_0(t+\tau)] \sin[\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) + \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & + 2E_{cw} \cdot e_{cw} \cdot \cos[\phi_0 \sin\omega_0(t+\tau)] \cos[-\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) - \phi_s/2 - \phi_{cw}] \\
 & - 2E_{cw} \cdot e_{cw} \cdot \sin[\phi_0 \sin\omega_0(t+\tau)] \sin[\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) + \phi_s/2 + \phi_{cw}] \\
 & + 2E_{cw} \cdot e_{ccw} \cdot \cos[\phi_0 \sin\omega_0t] \cos[\phi_m \sin\omega_mt - \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & - 2E_{cw} \cdot e_{ccw} \cdot \sin[\phi_0 \sin\omega_0t] \sin[\phi_m \sin\omega_mt - \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & + 2e_{cw} \cdot e_{ccw} \cdot \cos\left[2\phi_0 \cos\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \sin\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right)\right] \\
 & \times \cos\left[2\phi_m \sin\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right] \\
 & + 2e_{ccw} \cdot e_{cw} \cdot \sin\left[2\phi_0 \cos\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \sin\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right)\right] \\
 & \times \sin\left[2\phi_m \sin\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right]。
 \end{aligned}$$

对角频率为 ω_0 的正弦或余弦函数作贝塞尔函数展开, 并取基频分量得:

$$\begin{aligned}
 S_1 = & -2E_{cw}E_{ccw} \cdot 2J_1\left(2\phi_0 \sin\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \cos\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
 & \times \sin\left[2\phi_m \sin\frac{\omega_m\tau}{2} \cdot \cos\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) + \phi_s\right] \\
 & - 4E_{ccw} \cdot e_{cw} \cdot J_1(\phi_0) \sin\omega_0t \sin[-\phi_m \sin\omega_mt + \phi_s/2 - \phi_{cw}] \\
 & + 4E_{ccw} \cdot e_{ccw} \cdot J_1(\phi_0) \sin\omega_0(t+\tau) \sin[\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) - \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & - 4E_{cw} \cdot e_{cw} \cdot J_1(\phi_0) \sin\omega_0(t+\tau) \sin[\phi_m \sin\omega_m(t+\tau) + \phi_s/2 + \phi_{cw}] \\
 & - 4E_{cw} \cdot e_{ccw} \cdot J_1(\phi_0) \sin\omega_0t \sin[\phi_m \sin\omega_mt - \phi_s/2 - \phi_{ccw}] \\
 & + 4e_{ccw} \cdot e_{cw} \cdot J_1\left(2\phi_0 \cos\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \sin\left(\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
 & \times \sin\left[2\phi_m \sin\left(\omega_mt + \frac{\omega_m\tau}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right]。
 \end{aligned}$$

取锁相放大器的积分常数为 T_0 , 并使它锁定在 $\cos\left[\omega_0t + \frac{\omega_0\tau}{2}\right]$ 上, 则它的直流输出为

$$\begin{aligned}
V_1 = & -4E_{cw}E_{ccw}J_1\left(2\phi_0\sin\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
& \times \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin\left[2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\cos\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)+\phi_s\right]dt \\
& -4E_{ccw}\cdot e_{cw}J_1(\phi_0)\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
& \times \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin\tau-\phi_m\sin\omega_mt+\phi_s/2-\phi_{cw}]dt \\
& -4E_{ccw}\cdot e_{ccw}J_1(\phi_0)\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
& \times \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin[\phi_m\sin\omega_0(t+\tau)+\phi_s/2-\phi_{ccw}]dt \\
& +4E_{cw}\cdot e_{cw}J_1(\phi_0)\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
& \times \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin[\phi_m\sin\omega_m(t+\tau)+\phi_s/2+\phi_{cw}] \\
& -4E_{cw}\cdot e_{ccw}J_1(\phi_0)\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \\
& \times \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin[\phi_m\sin\omega_mt-\phi_s/2-\phi_{ccw}]dt, \tag{3}
\end{aligned}$$

其中 e_{cw} 和 e_{ccw} 的乘积已消失, 这是因为 $\sin\left(\omega_0t-\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$ 和 $\cos\left(\omega_0t-\frac{\omega_0\tau}{2}\right)$ 正交之故。设 $T_0 \gg \frac{2\pi}{\omega_m}$, 则(3)式的第一个积分 I_1 为

$$\begin{aligned}
I_1 = & \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin\left[2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\cos\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)+\phi_s\right]dt \\
= & \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sin\left[2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\cos\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\cos\phi_s\right]dt \\
& + \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\cos\left[2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\cos\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\sin\phi_s\right]dt \\
= & -2\frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\sum_{p=1}^{\infty}\left(-U^p J_{2p-1}\left(2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right)\cos\left[(2p-1)\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right] \\
& \times \cos\phi_s dt + \frac{1}{T_c}\int_0^{T_c}\left\{J_0\left(2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\right)+2\sum_{p=1}^{\infty}\left[-U^p J_{2p}\left(2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right]\right. \\
& \left.\times \cos 2p\left(\omega_mt+\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\right\}\sin\phi_s dt = J_0\left(2\phi_m\sin\frac{\omega_m\tau}{2}\right)\sin\phi_s.
\end{aligned}$$

其他积分项计算与此类似, 可得:

$$\begin{aligned}
I_2 = & \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin[\phi_m\sin\omega_m(t+\tau)+\phi_s/2-\phi_{cw}]dt = J_0(\phi_m)\sin(\phi_s/2-\phi_{cw}) \\
I_3 = & \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin[\phi_m\sin\omega_m(t+\tau)+\phi_s/2-\phi_{ccw}]dt = J_0(\phi_m)\sin(\phi_s/2-\phi_{ccw}) \\
I_4 = & \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin[\phi_m\sin\omega_m(t+\tau)+\phi_s/2+\phi_{cw}]dt = J_0(\phi_m)\sin(\phi_s/2+\phi_{cw}) \\
I_5 = & \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0}\sin[\phi_m\sin\omega_mt-\phi_s/2-\phi_{ccw}]dt = J_0(\phi_m)\sin[-\phi_s/2-\phi_{ccw}].
\end{aligned}$$

故:

$$\begin{aligned}
 V_1 = & 4E_{ccw}E_{cw}J_1\left(2\phi_0 \sin \frac{\omega_0\tau}{2}\right) \cdot J_0\left(2\phi_m \sin \frac{\omega_m\tau}{2}\right) \sin \phi_S \\
 & - 4J_1(\phi_0) \sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right) \cdot J_0(\phi_m) [E_{cw}e_{ccw} \cdot \sin(\phi_S/2 - \phi_{ccw}) \\
 & + E_{ccw}e_{cw} \sin(\phi_S/2 - \phi_{cw}) - E_{ccw}e_{ccw} \sin(\phi_S/2 + \phi_{ccw}) \\
 & - E_{ccw}e_{cw} \sin(\phi_S/2 - \phi_{cw})]。
 \end{aligned}$$

可以看到 V_1 包括二项, 第一项是信号项, 与 $J_0\left(-2\phi_m \sin \frac{\omega_m\tau}{2}\right)$ 成正比。第二项是瑞利噪声项, 与 $J_0(\phi_m)$ 成正比。取 $\phi_m = 2.405$, 并把 $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = 1 \text{ kHz}$, $\tau = 2 \mu\text{s}$ 代入得:

$$J_0(\phi_m) = J_0(2.405) = 0,$$

$$J_0\left(2\phi_m \sin \frac{\omega_m\tau}{2}\right) = J_0(1.3 \times 10^{-4}) = 1,$$

于是 V_1 中瑞利噪声项不再存在, 只包括我们所需要的信号项:

$$V_1 = 4E_{ccw}E_{cw}J_1\left(2\phi_0 \sin \frac{\omega_0\tau}{2}\right) \sin \phi_S。 \quad (4)$$

四、实验结果及讨论

实验装置如图 1 所示, 其中激光器、光探测器及环形光路均置于可以每秒转动一度的转台上, 光相位调制器 PM_1 , PM_2 均由压电陶瓷上绕光纤所构成, 约 300 m 长的光纤绕在一个半径 $r \approx 12 \text{ cm}$ 的圆筒上, 100 kHz 振荡信号一方面驱动调制器 PM_1 , 另一方面作为参考信号送入锁相放大器, 锁相放大器的时间常数为 0.3 sec。在 PM_2 上不加任何调制信号的情况下, 陀螺的转动输出信号如图 3 所示。图 4 是在 PM_2 上加上中心频率为 1 kHz, 频宽约为 50 Hz, $\sqrt{\langle \varphi^2 \rangle}$ 约为 20 V 的带限信号时, 陀螺的输出信号。图 5 则是在 PM_2 上加上频率 1 kHz 的正弦信号, 并使其强度在最佳状态下 ($\phi_m = 2.405$), 陀螺的转动输出信号。从这

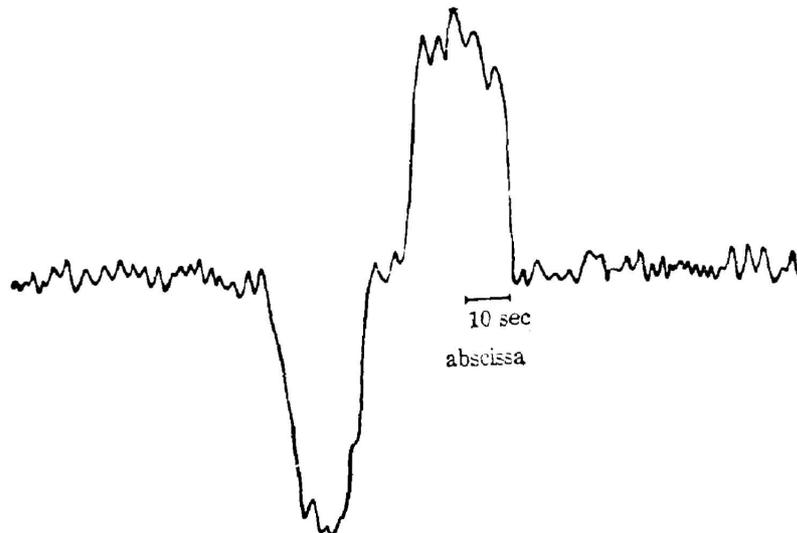


Fig. 3 Output rotation signal without modulation

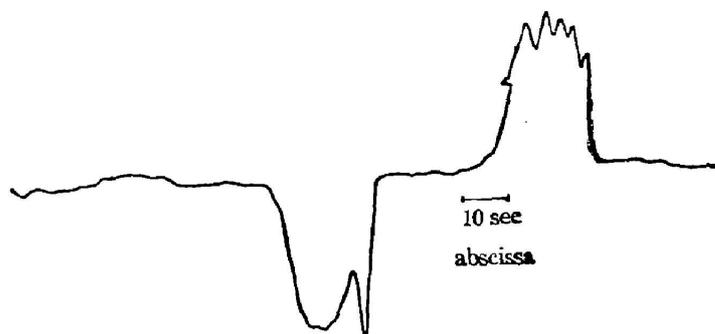


Fig. 4 Output rotation signal with bandwidth noise modulation

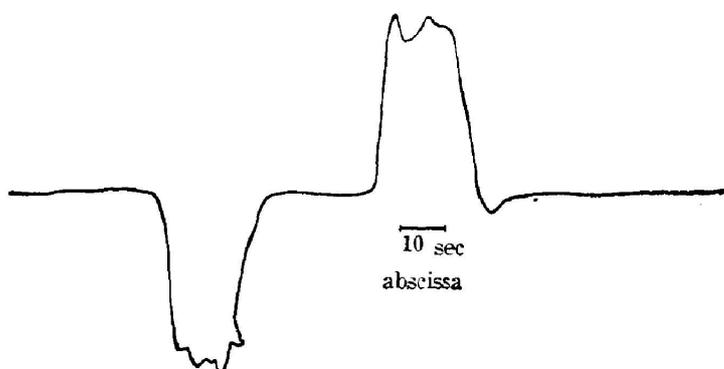


Fig. 5 Output rotation signal with low-frequency sine modulation

三张图我们可以明显地看到, 正弦调制可以得到最佳的效果。图 6 示出了在不同的正弦调制强度下, 瑞利噪声的抑制情况, 其中“+”表示零漂的均方根实验值, 虚线是零阶贝塞尔函数的绝对值的曲线。可以看出, 实验结果与理论曲线是吻合的, 因而说明上述分析是正确的。从以上理论分析及实验结果, 可以推知, 瑞利噪声的频域主要集中在低频区(几十Hz以下), 而低频光相位调制法的要点是把原在低频区的噪声转移到频率在 ω_m , $2\omega_m$, $3\omega_m$, ...附近, 再通过时间常数为 0.3sec 的积分器把它们滤掉(由锁相放大器完成)。

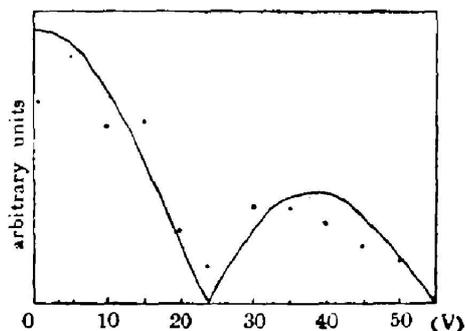


Fig. 6 Theoretical and experimental results of Rayleigh noise suppression by low-frequency sine modulation

本工作得到了本所汪道刚同志的热情支持和帮助, 同时也得到了邹雪妹同志, 周志平同志的关心和帮助, 作者在此向他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] H. J. Arditty; *Opt. Lett.*, 1981, 6, No. 8 (Aug), 401
 [2] K. Bohm *et al.*; *Opt. Lett.*, 1981, 6, No. 2 (Feb), 64.

A new method for suppressing Rayleigh noise in an optical fiber gyroscope

CAO XUELONG, HUANG ZHAOMING AND ZHOU YOUWEI
(*Shanghai University of Science & Technology, Shanghai Institute
of Optical Fibre Technology and Modern Communication*)

(Received 9 October 1985; revised 9 December 1985)

Abstract

After making analysis of Rayleigh noise characteristics in an optical fiber gyroscope, we developed a new method to suppress the noise. Theoretically, we found that with this method the Rayleigh noise can be suppressed by a factor of $|J_0(\phi_m)|$, here $J_0(x)$ is the zeroth-order Bessel function and ϕ_m the modulation amplitude. Therefore, with a proper modulation the noise can be reduce to zero. This new method is simpler and more effective than that using band-pass noise phase modulation.