第6卷 第7期
1986年7月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 6, No. 7
July, 1986

非对称平板波导的弯曲损耗

曹庄琪 杨傅子 方俊鑫
(上海交通大学应用物理系)

提 要

本文采用四层介质平板波导的模型，首先用电磁理论导出了非对称弯曲平板波导的特征方程，然后应用微扰技术求出了非对称平板波导的弯曲损耗系数。数值计算的结果表明，本文所得公式具有较高的精确度。

一、引 言

非对称平板波导的弯曲损耗系数可以利用四层介质平板波导近似法求得[1]，所得结果与D. Marcuse的理论[2]完全一致。但文献[1]采用的是光线传输理论，并应用了文献[3]的透射率公式。因此，从理论体系上讲是不够严格的。本文虽然仍采用文献[1]的四层介质平板波导的模型，但完全摈弃了光线方法。从严格的电磁理论出发，首先推导了非对称弯曲平板波导的特征方程，然后用微扰法求出了因平板波导弯曲而引起的传播常数的变化。从物理上的考虑可知，传播常数变化的虚部即为振辐损耗系数。文献[2、4、5、6]等近似方法都必须求出从弯曲波导辐射的功率以及弯曲波导本身所承载的功率，因而必须计算复杂的积分。由于本文是从计算传播常数的虚部出发推导波导的弯曲损耗系数的，因而不需要考虑功率问题，从而避免了繁琐积分运算的困难。从方法上讲，本文给出的计算比上述文献给出的计算更为直接。

经过数值计算，结果表明，本文所得弯曲损耗系数的公式比文献[1, 2, 4, 5]的结果更为精确。

二、四层介质平板波导的特征方程

考虑图1所示的四层介质平板波导。设光约束在折射率为n_1的薄膜内传播，该介质的厚度为$2d$；折射率为n_2的间隙的厚度为S；而折射率分别为n_0和n_3的衬底和包层的厚度均为半无限大。各介质的折射率满足下述关系：

$$n_3>n_1>n_0,\ n_2$$

这种情况下有光学隧道效应，即约束在薄膜中的电磁场要穿过间隙泄漏到包层中去。但在间隙厚度较大的情况下(弱耦合条件)，这种泄漏是很小的，因而可把这种四层平板波导看作为三层平板波导的微扰。

设光波的传播因子为$\exp[i(\omega t-\beta z)]$，其中$\omega$是圆频率，$\beta$是传播常数。对TE波，

收稿日期：1985年11月26日；收到修改稿日期：1986年2月

Maxwell 方程在四层介质中的解分别为

$$E_y=\begin{cases} A_1\exp(-ib_1x)+A_2\exp(ib_1x), & -d\leqslant x\leqslant d; \\ B_1\exp[-p_2(x-d)]+B_2\exp[p_2(x-d)], & d\leqslant x\leqslant d+S; \\ C_1\exp[p_0(x+d)], & -\infty<x\leqslant -d; \\ D_1\exp\{-ib_3[x-(S+d)]\}, & S+d\leqslant x<+\infty, \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$b_1=\sqrt{k_0^2n_1^2-\beta^2}, \tag{2}$$

$$b_3=\sqrt{k_0^2n_3^2-\beta^2}, \tag{3}$$

$$p_0=\sqrt{\beta^2-k_0^2n_0^2}, \tag{4}$$

$$p_2=\sqrt{\beta^2-k_0^2n_2^2}。 \tag{5}$$

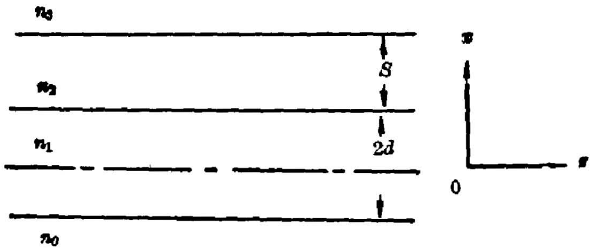

Fig. 1 Four-layer die'ectric slab waveguide

$k_0=2\pi/\lambda$ 为真空中的波数。A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 和 D_1 都是振幅因子。

根据场在边界 $x=d+S$ 上连续的条件，可得关系:

$$\beta_2/\beta_1=-\exp(-2p_2S)\cdot\exp(2i\phi_{32})。 \tag{6}$$

再利用边界 $x=\pm d$ 处场的连续条件，可得到光在四层平板波导中传播的特征方程为:

$$\{\exp[2i(2b_1d-\phi_{10})]-\exp(-2i\phi_{12})\}\exp(-2p_2S)\exp(2i\phi_{32}) \\ =\exp[2i(2b_1d-\phi_{10}-\phi_{12})]-1, \tag{7}$$

其中

$$\phi_{10}=\tan^{-1}(p_0/b_1), \tag{8}$$

$$\phi_{12}=\tan^{-1}(p_2/b_1), \tag{9}$$

$$\phi_{32}=\tan^{-1}(p_2/b_3)。 \tag{10}$$

从方程(7)可以看出，当间隙厚度 $S\to\infty$ 时，方程左边趋于零，从而(7)式还原为三层平板波导的特征方程:

$$\exp[2i(2b_1^0d-\phi_{10}^0-\phi_{12}^0)]-1=0, \tag{11}$$

上标"0"表示非微扰波导的参数。

因此，当 $\exp(-2p_2S)\ll 1$ 时，显然有

$$\exp[2i(2b_1d-\phi_{10})]\approx\exp(2i\phi_{12}), \tag{12}$$

于是方程(7)可写成:

$$\exp[2i(2b_1d-\phi_{10}-\phi_{12})]-1=2i\sin 2\phi_{12}\exp(-2p_2S)\exp(2i\phi_{32}), \tag{13}$$

方程(13)就是弱耦合条件下的四层平板波导的特征方程。

三、非对称平板波导的弯曲损耗系数

考虑图 2 所示的弯曲平板波导，其弯曲半径为 R。局域直角坐标系的原点取在弯曲薄膜的中心轴线上。根据文献[7]可知，当 R 很大，且有 $d\leqslant x\ll R$ 时，电场 E_y 的形式可写为:

$$E_y=\exp[-p_2(x-d)]+A\exp[p_2(x-d)], \tag{14}$$

其中

$$A=-\frac{i}{2}\exp\left[2p_2d-2R\left(\beta\ln\frac{p_2+\beta}{k_0n_2}-p_2\right)\right]。 \tag{15}$$

如果有

$$A=-\exp(-2p_2S)\exp(2i\phi_{32}),\tag{16}$$

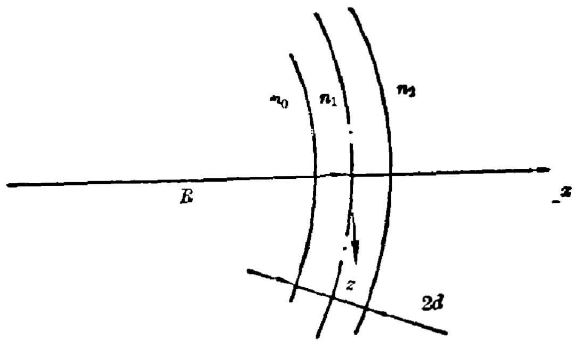

Fig. 2　Bent slab waveguide

则图 2 所示的弯曲平板波导可变换成图 1 所示的四层平板波导[1]。于是，由方程(13)、(15)、(16)，可得弯曲平板波导的特征方程为：

$$\exp[2i(2b_1d-\phi_{10}-\phi_{12})]-1$$
$$=-\sin 2\phi_{12}$$
$$\times\exp\left[2p_2d-2R\left(\beta\ln\frac{p_2+\beta}{k_0n_2}-p_2\right)\right]。\tag{17}$$

由方程 (17)，可求出弯曲平板波导的传播常数 β。实际上，由于非微扰三层平板波导的传播常数 β^0 可由方程(11)确定，因此我们只要求出这两种波导的传播常数的变化量 $\Delta\beta=\beta-\beta^0$ 即可。利用方程 (11)，把方程 (17) 在 β^0 处展开，可得到弯曲平板波导相对于三层平板波导传播常数的变化为：

$$\Delta\beta=-\frac{i}{2}b_1^0FU\Big/\left[1+iU\left(\frac{1}{2}B+FV\right)\right],\tag{18}$$

其中

$$F=\frac{2b_1^0p_2^0}{\beta^0[(b_1^0)^2+(p_2^0)^2]W},\tag{19}$$

$$W=2d+\frac{1}{p_0^0}+\frac{1}{p_2^0},\tag{20}$$

$$B=\frac{2[(b_1^0)^2-(p_2^0)^2]}{p_2^0[(b_1^0)^2+(p_2^0)^2]W},\tag{21}$$

$$U=\exp\left[2p_2^0d-2R\frac{(p_2^0)^3}{3(\beta^0)^2}\right],\tag{22}$$

$$V=b_1^0\left[\frac{\beta^0}{p_2^0}d-\frac{p_2^0}{\beta^0}R\left(1+\frac{(p_2^0)^2}{(\beta^0)^2}\right)\right]。\tag{23}$$

因为有光学隧道效应，因此光在弯曲波导中传播时，一部分能量将离开薄膜辐射到包层区域，从而使光导波的振幅随传播距离的增加而衰减。由此可知，弯曲波导的传播常数一定是个复数，即必有

$$\Delta\beta=\mathrm{Re}(\Delta\beta)+i\,\mathrm{Im}(\Delta\beta)。\tag{24}$$

把(24)式代入(18)式，可得

$$\mathrm{Im}(\Delta\beta)=-\frac{1}{2}b_1^0FU\Big/\left[1+U^2\left(\frac{1}{2}B+FV\right)^2\right]。\tag{25}$$

根据上述分析，可知 $|\mathrm{Im}(\Delta\beta)|$ 即为振幅衰减系数，容易推断 $|2\,\mathrm{Im}(\Delta\beta)|$ 即为功率损耗系数。

由(22)式可知，对于微弯波导，$R\gg d$，这时 U 是一小量。如果忽略二阶小量，则有

$$|2\,\mathrm{Im}(\Delta\beta)|=b_1^0FU=\frac{2(b_1^0)^2p_2^0\exp\left[2p_2^0d-2R\dfrac{(p_2^0)^3}{3(\beta^0)^3}\right]}{\beta^0[(b_1^0)^2+(p_2^0)^2]\left(2d+\dfrac{1}{p_0^0}+\dfrac{1}{p_2^0}\right)}。\tag{26}$$

显然，这就是文献[1、2]的结果。

四、数 值 结 果

为了与现有的文献比较所得损耗系数公式的精确度，令 $\alpha=|\mathrm{Im}(\Delta\beta)|$，并定义以下参数：归一化弯曲损耗系数为$\sqrt{2(1-n_0/n_1)}\alpha R$，归一化频率为 $V=2k_0d\sqrt{n_1^2-n_0^2}$，归一化弯曲半径为 $\mathscr{R}=2n_1k_0[2(1-n_0/n_1)]^{3/2}R$，非对称系数为 $A=(n_1-n_2)/(n_1-n_0)$。

图 3 表示 $\mathscr{R}=60$ 时，TE_0 模的归一化弯曲损耗系数$\sqrt{2(1-n_0/n_1)}\alpha R$ 随归一化频率 V 的变化关系。其中(a)表示对称波导($A=1$)，而(b)表示非对称波导($A=0.8$)。图中的数值解是用薄膜中严格场分布计算的数值结果[8]，用来作为比较各种近似解精确度的标准。从图可以看出，本文所得公式的精确度优于文献[1、2、4、5]的结果。

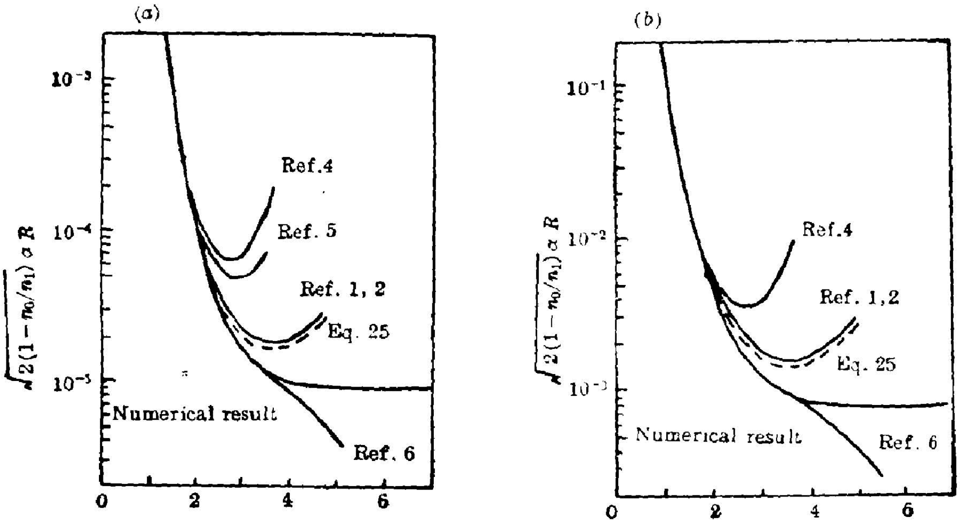

Fig. 3 Normalized bending losses of TE_0 mode versus V in the symmetric (a) and asymmetric (b) ($A=0.8$) waveguide for $R=60$. Solid lines represent the results given in Refs. 1, 2, 4, 5, 6 and 8. Dashed lines represent what predicted by Eq. (25)

参 考 文 献

[1] 曹庄琪，方俊鑫；《上海交通大学学报》，1984, **18**, No. 3 (May), 25.
[2] D. Marcuse; *Bell Syst. Tech. J.*, 1971, **50**, No. 8 (Oct), 2551.
[3] P. K. Tien; *J. Opt. Soc. Amer.*, 1970, **60**, No. 10 (Oct) 1325.
[4] J. Marcatili; *Bell Sys. Tech. J.*, 1969, **48**, No. 7 (Sep), 2103.
[5] S. Kawakami *et al*,; *Appl. Opt.*, 1975, **14**, No. 11 (Nov), 2588.
[6] Y. Takuma *et al.*; *Appl. Opt.*, 1981, **20**, No. 13 (Jul), 2291.
[7] L. Lewin; *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1974, **MTT-22**, No. 7 (Jul), 718.
[8] Y. Takuma *et al.*; *Trans. IECE Jpn.*, 1976, **60-C**, No. 10 (Oct), 706.

Bending losses of asymmetric slab waveguides

CAO ZHANGQI, YANG FUZI AND FANG JUNXIN
(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University)

(Received 26 November 1985; revised Feburary 1986)

Abstract

Based on the model of a four-layer dielectric slab wave-guide, the eigenvalue equation of a bent asymmetric slab wave-guide is derived from Maxwell's electromagnetic theory. The bending loss formula is then obtained with the change in propagation constant taken into consideration by perturbation method. Numerical calculations indicate that the formula is very accurate.