

迭代法在高效等强多光束分光 光栅设计中的应用

吴周令 陆 达 金国藩
(清华大学精密仪器与机械学系)

提 要

在高效等强多光束分光光栅的设计中引入迭代法,形成了一种新的设计思想;9光束高效等强多光束分光光栅的设计实例初步说明了该设计思想的可行性。

一、引 言

高效等强多光束分光光栅用作分光元件在多通道读/写光盘系统中有着重要的应用。在这里,对衍射光栅有着下面两点要求:(1)较高的衍射效率;(2)一定数量强度相等的衍射光束。虽然通过位相光栅不难获得较高的衍射效率,但要同时使不同的衍射级次具有相等的光强,就不是轻而易举的了。

Damman 和 Gortler 曾证明通过适当控制位相光栅的轮廓形式,可使不同衍射级次的光强均化^[1]。但是,这种光栅结构的方法难以通用化,无多大实用价值。为解决这个问题, Lee^[2]提出了脉冲宽度调制技术和脉冲位置调制技术,为高效等强多光束分光光栅的设计提供了系统的理论和方法。然而,根据 Lee 的结论,这些方法尚有一些缺陷:(1)脉冲宽度调制法在光束数较多时,衍射效率较低($\approx 25\%$);(2)脉冲位置调制法实质是多参数的优化设计问题,在光束数较多时,设计计算很复杂;(3)某些光盘系统需如图 1 所示的衍射场分布^[3],用 Lee 的方法实现起来有困难。本文在高效等强多光束分光光栅的设计中引入迭代法,形成了一种初步被实践证明切实可行的简洁的设计方法。

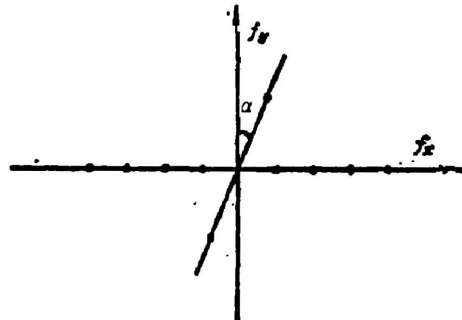


Fig. 1 The diffraction pattern of 2-D HEMG required in some optical disk systems

二、关于迭代方法

Fiennup 在文献[4]中介绍了光学中常用的一种迭代法,它适用于解决物及其频谱均有一定约束的问题,目的是找出一个傅里叶变换对(及其傅里叶变换),使其满足所有约束。该迭代法具有“误差递缩法”及“输入-输出法”等许多有用的变化形式。

应用迭代法解决具体的问题,有三个基本的前提需要分析:(1)解是否存在;(2)解是否

唯一; (3) 迭代法是否收敛。在我们的问题中, 唯一性并不重要——只要能获得一个满足要求的光栅结构即可。重要的是解的存在和迭代法的收敛性。前者, Lee 已经有了肯定的结论^[2]; 后者, 虽然数学上的普遍证明迄今还存在着困难, 在许多特殊的应用场合却已经得到了充分的说明^[5,6]。Fienup 在文献[4]中指出误差递缩法可能在一般情况下都具有收敛性, 我们倾向于这个结论。至于收敛性的快、慢, 主要决定于约束条件的具体化形式, 亦即具体的迭代公式。其在高效等强多光束分光光栅设计中的收敛情况, 已经得到了实践的说明, 如后文的设计实例所示。

三、迭代法的设计思想

高效等强多光束分光光栅的设计问题可等效成: 求物函数 $g(x)$ 使其满足

(1) 空间域约束: 模处处为 1, 即 $|g(x)| \equiv 1$; 位相二值化。

(2) 频率域约束: $(2n+1)$ 个级次上光强相等, 即对 $G(u) \equiv \mathcal{F}\{g(x)\}$, 有 $|G(ju_0)|^2 = \text{恒量}$, 其中 $j = -n \cdots +n$ 。

总衍射效率大于一定值, 即 $\sum_{j=-n}^n |G(ju_0)|^2 \geq \eta$ 。这实际上是一空间域、频率域都有一定约束的物函数再现问题(如图 2 所示), 理论上可用上面提到的迭代法求解。

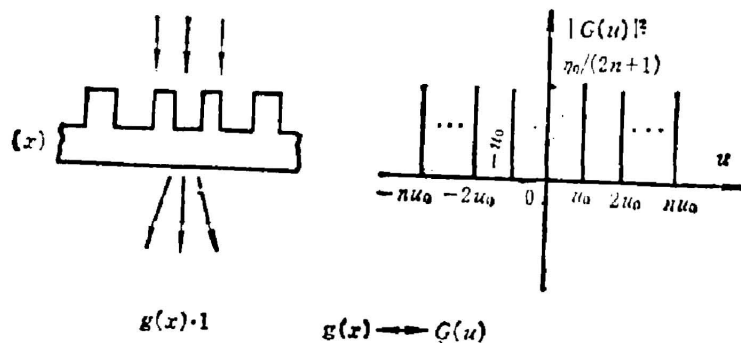


Fig. 2 An illustration to show the problem of HEMG design

使用迭代法设计高效等强多光束分光光栅, 二维与一维的情形并无质的差异, 仅仅是频率域内的约束形式稍有变化而已。对设计衍射光强分布如图 1 所示的二维高效等强多光束分光光栅, 迭代法比其他方法在思路简洁得多。

四、九光束高效等强多光束分光光栅设计实例

利用迭代法设计高效等强多光束分光光栅, 关键在于将约束条件由描述性过渡到公式化, 其方式不是唯一的。正因如此, 实际设计过程中才有许多技巧性问题。

1. 空间域约束条件的具体化

若取 $g(x)$ 为下列形式

$$g(x) = [2f(x) - 1] \sin \theta + i \cos \theta, \quad (1)$$

式中 $g(x)$ 为光栅函数, $f(x)$ 为光栅的轮廓函数, θ 为入射光通过 $g(x)$ 后可能产生的相移(如

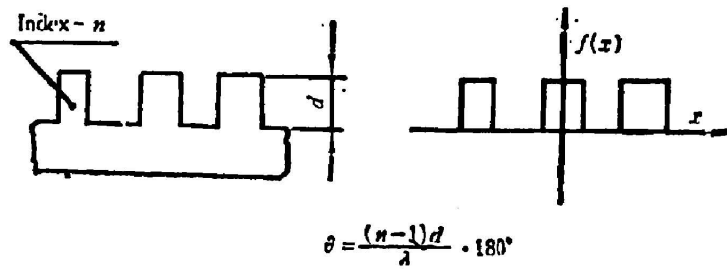


Fig. 3 A phase grating and its phase profile

图 3 所示), 则空间域约束条件等效于

$$\theta = \text{constant}_0 \quad (2)$$

实际计算中实现(2)式的方法有多种, 为简单起见, 本文采取的是直接置常数法, 亦即每次迭代中都强制令 θ 等于一适当选定的恒定常数。但这并不是实现(2)式的最佳方法, 更为合理的一种方法是根据 $\theta'_k(\theta)$ 的统计分布特性, 用适当方式(比如加权平均)来确定。

给 θ 适当地赋值后, 本着强制满足约束条件时应尽可能小地改变原函数的原则, 可令

$$\left. \begin{aligned} \text{Re}\{g_{k+1}(x)\} &= \text{sgn}\{g'_k\} \sin \theta_{k+1}, \\ \text{Im}\{g_{k+1}(x)\} &= \cos \theta_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(2)式和(3)式就构成了空间域约束条件的一种具体的形式。

2. 频率域约束条件的具体化

频率域约束条件的具体化涉及两方面的问题: 一是对有光强要求的点的处理, 一是对其他点的处理。

如果把光栅入射总能量规范化为 1, 则对有光强均匀性要求的点的一种直接了当的处理方式是: 强行使谱面上相关级次光矢量的模量满足光强要求而保持其位相不变, 亦即令

$$G'_k(ju_0) = \sqrt{\eta_0/9} \exp[i\phi_k(ju_0)], \quad j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (4)$$

式中 η_0 为所期望的总衍射效率, 整数 9 为所需的等强光束数。

至于对其他点的处理, 方法上有很大的灵活性。不同的处理方式, 对结果的影响相当显著。

3. 输入-输出法迭代公式

由空间域约束条件及文献[4]中介绍的输入-输出法的一般结论, 不难推得下列两种迭代公式的具体形式

$$g_{k+1} = g'_k + \beta \Delta g_d = \{O'_k + \beta[\text{sgn}(O'_k) \sin \theta - O'_k]\} + i\{S'_k + \beta(\cos \theta - S'_k)\}, \quad (5)$$

$$g_{k+1} = g_k + \beta \Delta g_d = \{O_k + \beta[\text{sgn}(O'_k) \sin \theta - O'_k]\} + i\{S_k + \beta(\cos \theta - S'_k)\}, \quad (6)$$

式中 O_k 、 O'_k 分别表示第 k 次迭代中 g_k 及 g'_k 的实部, S_k 、 S'_k 则依次表示它们的虚部。

4. 误差递缩法设计结果

(1) 具体约束条件为

$$\text{空间域:} \quad \theta = 77.3^\circ$$

频率域:

$$\left. \begin{aligned} G'_k(ju_0) &= 0.3 \exp[i\phi_k(ju_0)], \quad (j=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4) \\ G'_k(u) &= G_k(u), \quad (u \neq ju_0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

时的情形(如图 4 所示)。

(2) 具体约束条件为

空间域:

$$\theta = 77.3^\circ$$

频率域:

$$\left. \begin{aligned} G_k'(ju_0) &= 0.3 \exp[i\phi_k(ju_0)], (j=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4) \\ G_k'(u) &= G_k(u)/2, (u \neq ju_0) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

时的情形(如图 5 所示)。

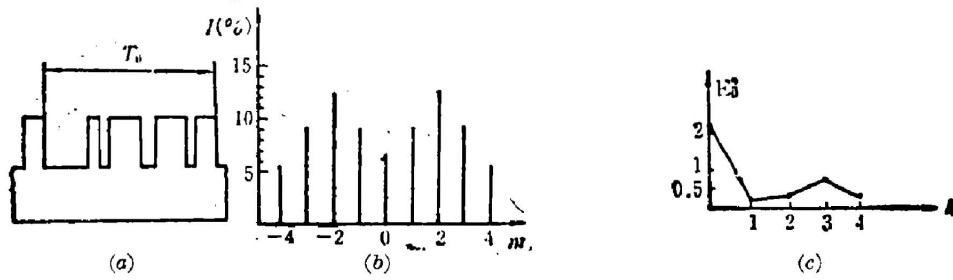


Fig. 4

(a) The profile of a 9-beam HEMG (the duty factors: 9/32, 2/32, 1/32, 6/32, 3/32, 6/32, 1/32 and 4/32; the phase shift: $\theta=77.3^\circ$); (b) Calculated diffraction pattern of (a), where I indicates the diffraction intensity and m the diffraction order; (c) Convergence of the iterative method, where k is the iteration number and E_k^2 the measure of the progress of iteration

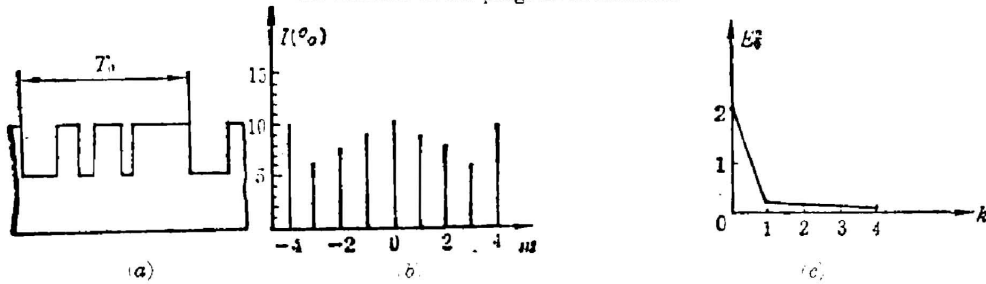


Fig. 5

(a) The profile of a 9-beam HEMG (the duty factors: 7/32, 4/32, 3/32, 5/32, 2/32 and 11/32; the phase shift: 77.3°); (b) Calculated diffraction pattern of (a), ($\eta=71\%$, $\sigma=0.015$); (c) Convergence of the iterative method

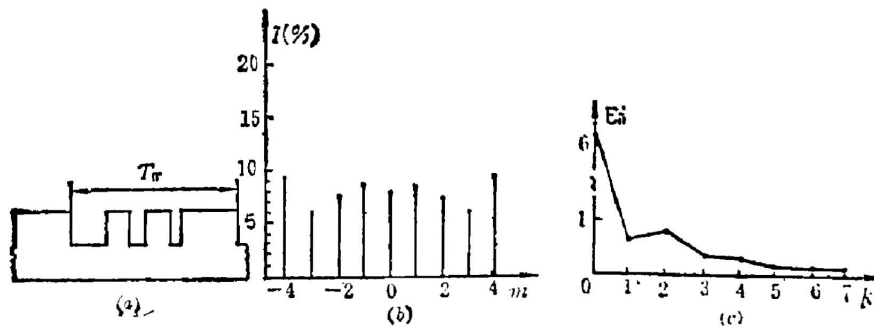


Fig. 6

(a) The profile of a 9-beam HEMG (the duty factors: 7/32, 4/32, 3/32, 5/32, 2/32 and 11/32; the phase shift: 82.2°); (b) Calculated diffraction pattern of (a), ($\eta=72\%$, $\sigma=0.016$); (c) Convergence of the iterative method

5. 输入-输出法设计结果

迭代公式: (5) 式中, $\beta=1.75$ 。频率域约束条件: (8) 式设计结果如图 6 所示。

五、设计结果分析

图 5 及图 6 所示结果, $\eta=72\%$, $\sigma=0.015$, 已具备实际应用价值。

比较误差递缩法中两种不同的结果, 容易看出约束的具体化形式对迭代效果的显著影响。

图 6 所示的输入-输出法设计结果是在特定的具体约束条件下取 $\beta=1.75$ 时所得的。约束条件的具体化形式多种多样, 其中必有最佳的; 也存在最优值的问题。

综上分析容易看出: 进一步改善迭代公式的具体化形式(包括适当选择 β 值), 完全有可能得到更好的结果。

实际工作中我们根据自己拟定的“镀膜光刻工艺”制造了一块实用九光束高效等强多光束分光光栅, 得到了比文献[2]更为满意的实验结果, 如图 7 所示。此外, 我们还利用脉冲宽度调制法设计了三光束、五光束高效等强多光束分光光栅, 计算机模拟计算结果与理论分析完全一致, 如图 8 所示。

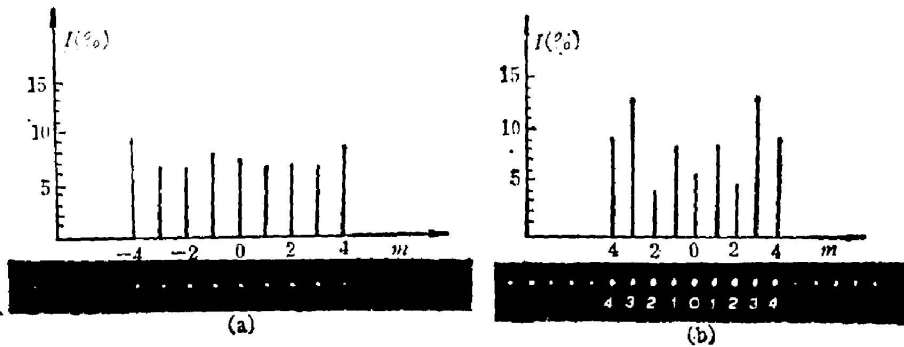


Fig. 7 Experimental results of a 9-beam HEMG

(a) Our experiment; (b) Ref. (2)

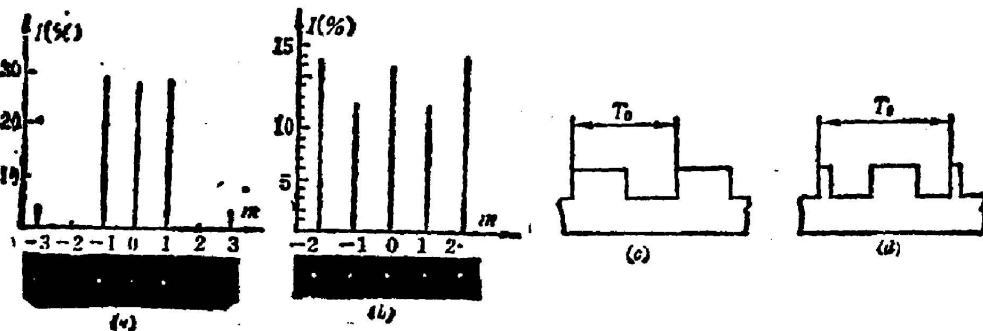


Fig. 8

(a) The diffraction pattern and calculated spectrum of 3-beam HEMG in (c); (b) That of 5-beam HEMG in (d); (c) The profile of 3-beam HEMG (duty factor: 0.5; phase shift: $\theta=57.52^\circ$); (d) The profile of 5-beam HEMG (duty factors: 83/1024, 298/1024, 345/1024 and 298/1024, phase shift: $\theta=67.5^\circ$)

本文介绍了应用迭代法设计高效等强多光束分光光栅的设计思想及设计实例,已经看到了初步的应用效果。但应该指出的是,本文所给的实现上述设计思想的具体算法尚有待进一步改进。

本文写作过程中得到了邬敏贤副教授的热情关怀和指导;文中所涉及的实验得到了关清海同志的大力协作,谨致诚挚的谢意。

参 考 文 献

- [1] H. Damman *et al.*; *Opt. Commun.*, 1971, **3**, No. 5 (Jul), 312.
- [2] W. H. Lee; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 13 (1 Jul), 2152.
- [3] D. C. Kowalski *et al.*; *Opt. Engng*, 1983, **22**, No. 4 (Jul/Aug), 464.
- [4] J. R. Fienup; *Opt. Engng*, 1980, **19**, No. 3 (May/June), 297.
- [5] R. W. Gerchberg *et al.*; *Optik*, 1972, **35**, No. 2 (Apr), 237.
- [6] B. Liu *et al.*; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 10 (Oct), 2470.

Application of iterative method in the design of high-efficiency multi-beam gratings

WU ZHONGLING, LU DA AND JIN GUOFAN

(Department of Precision Instrument and Mechanics, Tsinghua University, Beijing)

(Received 14 August 1985; revised 4 December 1985)

Abstract

HEMG (High-Efficiency Multi-beam Gratings) are widely used in optical systems as splitters. HEMG should have (1) high diffraction efficiency and (2) uniform intensities at each diffraction order. High efficiency is realized by making the phase grating. Uniform intensities may be attained by either W. H. Lee's PPM (Pulse Position Modulation) or PWM (Pulse Width Modulation). However, when the number of the required uniform beams increases, or when we deal with certain kinds of 2-D HEMG, these two modulation methods will lose their effectiveness, and become either imperfect or too complicated to be practical. In this paper, we introduce the iterative method to design HEMG. Some practical results are shown.