

四包层光纤的归一化截止频率*

蒋 时 俊

(南京工学院电子工程系)

提 要

本文从严格的场分布方程出发,导出了四包层光纤中 LP 模的特征方程,精确计算了几个低次模的归一化截止频率,给出了它们与结构参数的一般变化曲线。结果表明:四包层光纤的截止特性与单包层和 W 型光纤有较大不同;在所需波长要得到单模传输,第二包层的高度和宽度不宜太大。

一、引 言

四包层单模光纤在 1.3~1.7 μm 波长范围内具有平坦的低色散特性,同时还具有弯曲损耗小的优点,是一种比 W 型单模光纤更适用于波分复用的新型光纤^[1,2]。但是,由于四包层光纤折射率分布结构本身的原因,在所感兴趣的波长范围内它可能出现多模传输特性——除了传导基模(LP₀₁)外,还存在 LP₀₂ 以及 LP₁₁ 和 LP₂₁ 等模式^[3,4],这些模式的存在对单模传输特性的影响尚且不知^[3]。因此,精确知道 LP₀₁、LP₀₂、LP₁₁ 和 LP₂₁ 等模式的截止频率与结构参数的关系对四包层单模光纤的设计是很重要的。

二、理 论

图 1 是四包层光纤的折射率分布, δ₁、δ₂ 和 δ₃ 分别为三个内包层的归一化半径, α 是芯半径:

$$\Delta = \frac{n_0^2 - n_4^2}{2n_4^2}, \quad \Delta_i = \frac{n_i^2 - n_4^2}{2n_4^2} \quad (i=1, 2, 3)。$$

为了分析简便,我们令

$$\sigma_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

反映各内包层的相对深度或高度,并定义下列模式参数。

$$\left. \begin{aligned}
 u &= a(n_0^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \\
 w_1 &= a(\beta^2 - n_1^2 k_0^2)^{1/2}, \\
 w_2 &= a(n_2^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad (\beta \leq n_2 k_0) \\
 &= a(\beta^2 - n_2^2 k_0^2)^{1/2}, \quad (\beta > n_2 k_0) \\
 w_3 &= a(\beta^2 - n_3^2 k_0^2)^{1/2}, \\
 w_4 &= a(\beta^2 - n_4^2 k_0^2)^{1/2}, \\
 V &= (u^2 + w_4^2)^{1/2} = a k_0 \sqrt{n_0^2 - n_4^2},
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 1985 年 9 月 10 日; 收到修改稿日期: 1985 年 10 月 17 日

* 中国科学院科学基金资助课题。

式中 $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 和 β 分别是自由空间中的光波长和传播常数, V 称为归一化频率。

在弱导条件下求解标量波动方程, 容易得到电磁场的径向关系 $\psi(R)$ 在各区域中的表示形式:

$$\psi_0(R) = C_1 J_m(uR), \quad 0 \leq R \leq 1, \quad (2)$$

$$\psi_1(R) = C_2 I_m(w_1 R) + C_3 K_m(w_1 R), \quad 1 < R \leq \delta_1, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \psi_2(R) &= C_4 J_m(w_2 R) + C_5 Y_m(w_2 R), \quad (\beta \leq n_2 k_0), \\ &= C_4 I_m(w_2 R) + C_5 K_m(w_2 R), \quad (\beta > n_2 k_0), \end{aligned} \quad \delta_1 < R \leq \delta_2, \quad (4)$$

$$\psi_3(R) = C_6 I_m(w_3 R) + C_7 K_m(w_3 R), \quad \delta_2 < R \leq \delta_3, \quad (5)$$

$$\psi_4(R) = C_8 K_m(w_4 R), \quad R > \delta_3, \quad (6)$$

式中 J_m 、 Y_m 和 I_m 、 K_m 分别是 m 阶贝塞尔和修正贝塞尔函数, m 是周向阶数, C_i ($i=1, 2, \dots, 8$) 是常数。

利用边界条件—— $\psi(R)$ 和 $\frac{\partial \psi(R)}{\partial R}$ 在界面 ($R=1, \delta_1, \delta_2$ 和 δ_3) 处连续, 得到一组齐次方程。为使其有非零解, 系数行列式 (8 阶) 必须等于零, 经化简得到 LP 模的特征方程:

$$\frac{u J'_m(u)}{J_m(u)} = w_1 \frac{I'_m(w_1) + A_1 K'_m(w_1)}{I_m(w_1) + A_1 K_m(w_1)}, \quad (7)$$

式中,

$$A_1 = \frac{w_2 I_m(\delta_1 w_1) [X'_m(\delta_1 w_2) + A_2 Z'_m(\delta_1 w_2)] - w_1 I'_m(\delta_1 w_1) [X_m(\delta_1 w_2) + A_2 Z_m(\delta_1 w_2)]}{w_1 K'_m(\delta_1 w_1) [X_m(\delta_1 w_2) + A_2 Z_m(\delta_1 w_2)] - w_2 K_m(\delta_1 w_1) [X'_m(\delta_1 w_2) + A_2 Z'_m(\delta_1 w_2)]},$$

$$A_2 = \frac{w_3 X_m(\delta_2 w_2) [I'_m(\delta_2 w_3) + A_3 K'_m(\delta_2 w_3)] - w_2 X'_m(\delta_2 w_2) [I_m(\delta_2 w_3) + A_3 K_m(\delta_2 w_3)]}{w_2 Z'_m(\delta_2 w_2) [I_m(\delta_2 w_3) + A_3 K_m(\delta_2 w_3)] - w_3 Z_m(\delta_2 w_2) [I'_m(\delta_2 w_3) + A_3 K'_m(\delta_2 w_3)]},$$

$$A_3 = \frac{w_4 I_m(\delta_3 w_3) K'_m(\delta_3 w_4) - w_3 I'_m(\delta_3 w_3) K_m(\delta_3 w_4)}{w_3 K_m(\delta_3 w_4) K'_m(\delta_3 w_3) - w_4 K'_m(\delta_3 w_4) K_m(\delta_3 w_3)},$$

当 $\beta \leq n_2 k_0$ 时, $X_m = J_m$ 、 $Z_m = Y_m$; 当 $\beta > n_2 k_0$ 时, $X_m = I_m$ 、 $Z_m = K_m$ 。式中上标撇表示一阶导数。

截止的定义是当模式传输常数等于外包层中的波数, 即 $\beta = n_4 k_0$, 此时的频率 V_c 称为归一化截止频率。因此, 式 (1) 中的模式参数可表示为

$$\left. \begin{aligned} u &= V = V_c, \\ w_1 &= \sqrt{-\sigma_1} V_c, \\ w_2 &= \sqrt{\sigma_2} V_c, \\ w_3 &= \sqrt{-\sigma_3} V_c, \\ w_4 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1')$$

将以上关系代入特征方程式 (7), 借助计算机就可求出各模式的归一化截止频率。

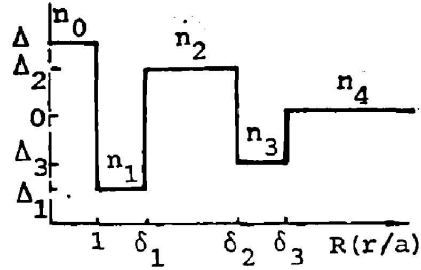


Fig. 1 Refractive-index profile of a quadruple-clad fiber

三、结果与讨论

考虑到光纤外径的限制,三个内包层的宽度 ($\Delta\delta_1 = \delta_1 - 1$, $\Delta\delta_2 = \delta_2 - \delta_1$ 和 $\Delta\delta_3 = \delta_3 - \delta_2$) 不可能取得太大,从而它们的取值范围也就比较小。另外,计算结果表明,各内包层的宽度对截止频率的影响小于深度或高度的影响,尤其是第一和第三包层的宽度的影响就更小。因此,在图2中我们给出了两组常见内包层宽度(只是第二包层的宽度不同)下 LP_{01} 、 LP_{11} 、 LP_{02} 和 LP_{21} 模的归一化截止频率 V_c 分别与 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 的变化关系。每一图中的横坐标表示某一包层的高度或深度的变化,其余结构参数则取其常见值。

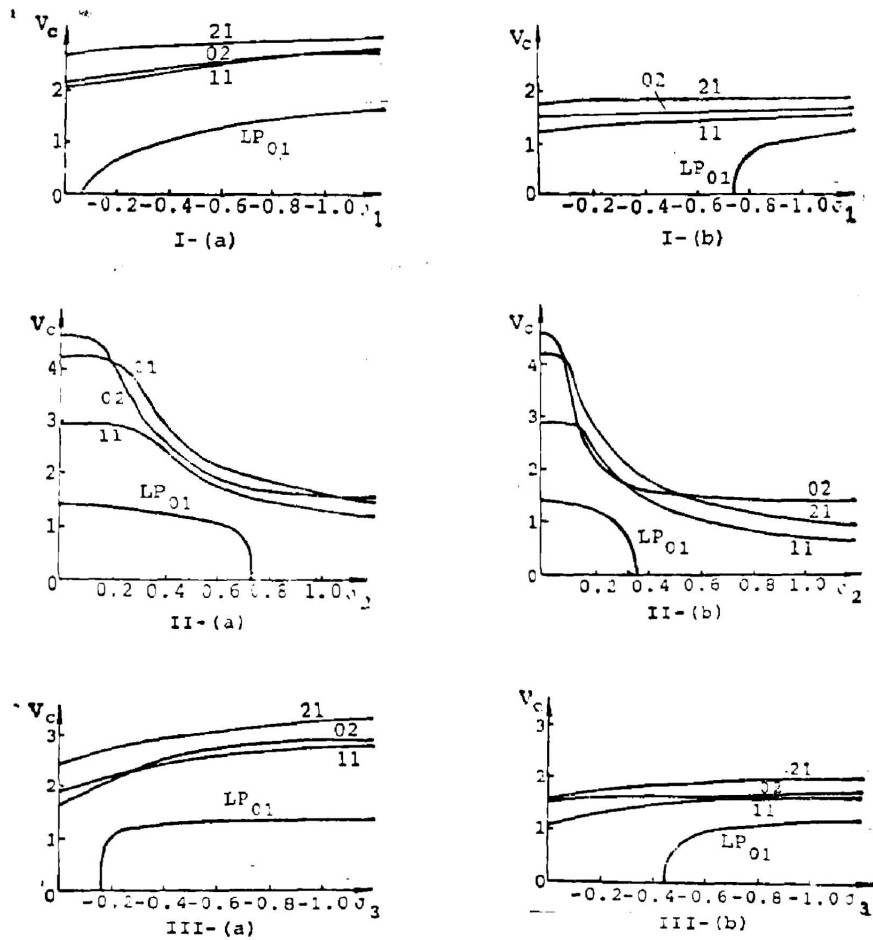


Fig. 2 Normalized cutoff frequencies of LP_{01} , LP_{11} , LP_{02} and LP_{21} modes against I: σ_1 ($\sigma_2 = 0.4, \sigma_3 = -0.4$), II: σ_2 ($\sigma_1 = -0.6, \sigma_3 = -0.4$) and III: σ_3 ($\sigma_1 = -0.6, \sigma_2 = 0.4$)
(a) set: $\Delta\delta_1 = \Delta\delta_3 = 1, \Delta\delta_2 = 1$ (b) set: $\Delta\delta_1 = \Delta\delta_3 = 1, \Delta\delta_2 = 2$

首先我们看一下 V_c 的变化趋势。 V_c 随 $|\sigma_1|$ 和 $|\sigma_3|$ 的增大(即第一和第三包层的加深)而增大;随 σ_2 的增大(即第二包层的增高)而减小,且变化比较陡。比较 (a), (b) 两组曲线,不难发现, (b) 组曲线的形状和 (a) 组很相似,只是所有曲线向下移了一段。这表明:第二包层较宽($\Delta\delta_2 = 2$)时,这些模式的截止频率小于第二包层较窄($\Delta\delta_2 = 1$)时的结果,从而相互

之间的间隔也就比较小。以上结果的物理意义可引用等效双包层光纤来解释。我们将三个内包层看作为一个整体,取它们 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 的平均值

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\Delta}}{\Delta} = \frac{\sigma_1 \Delta \delta_1 + \sigma_2 \Delta \delta_2 + \sigma_3 \Delta \delta_3}{\Delta \delta_1 + \Delta \delta_2 + \Delta \delta_3} = \frac{(|\sigma_1| \Delta \delta_1 + |\sigma_3| \Delta \delta_3) - \sigma_2 \Delta \delta_2}{\delta_3 - 1}, \quad (8)$$

以及 $\delta_3 - 1$ 分别作为等效双包层光纤内包层的相对深度和宽度,见图 3。显见,当 $|\sigma_1|$ 和 $|\sigma_3|$ 增大时, $|\bar{\sigma}|$ 也增大,因此等效双包层光纤的内包层加深, V_c 增大;当 σ_2 和 $\Delta \delta_2$ 增大时, $|\bar{\sigma}|$ 减小,因此等效双包层光纤的内包层变浅, V_c 减小^[5]。另外,式(8)的 $\bar{\sigma}$ 由正负两部分组成,负的部分来自第一和第三两个包层的共同贡献,而正的部分对应第二包层的单独贡献。这说明就三个内包层而言,第二包层对 V_c 的影响大于第一和第三包层,它的高度和宽度不宜取得太大,否则,所有这些模式的截止频率都很小,且相距间隔密,在所感兴趣的波导色散与材料色散相互抵消的区域 ($\lambda = 1.3 \sim 1.7 \mu\text{m}$, $V \approx 1.5 \sim 2.5$) 内将是多模传导的。

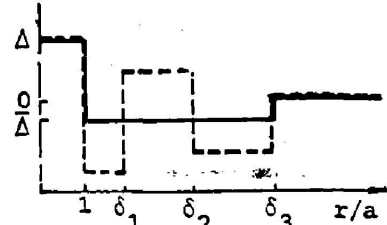


Fig. 3 Schematic diagram of the refractive-index for the equivalent doubly clad fiber (—)

由图 2 可见,四包层光纤基模的 $V_c|_{LP_{01}}$ 可以大于零,即基模也存在截止特性。计算表明, $\bar{\sigma} \leq 0$ 是 $V_c|_{LP_{01}}$ 是否大于零的判断条件,这意味着当三个内包层的平均折射率略低于外包层时,基模就存在截止特性。这用等效双包层光纤是很容易理解的,因为对那些内包层较宽(大于 $3a$)的双包层光纤,只要内包层的折射率稍有下凹, $V_c|_{LP_{01}}$ 就大于零(见文献[5]图 2)。

我们知道,在单包层和 W 型(内包层折射率低于外包层的双包层结构)光纤中, LP_{11}

模是第一个高次模,它的 V_c 值小于 LP_{02} 模。而图 2 表明,四包层光纤的 LP_{02} 模的 V_c 随结构参数变化较大,它可以小于 $V_c|_{LP_{11}}$ 而成为第一个高次模。在实际的四包层光纤中已观察到 LP_{02} 模与基模(LP_{01})一起传导的现象^[3]。

最后,我们令 $\sigma_3 = 0$,对应的图 2-II 中纵轴上的 V_c 值即为典型的三包层光纤^[4,6]的 LP_{01} 、 LP_{11} 、 LP_{02} 和 LP_{21} 模的归一化截止频率。另外,如果令 $|\sigma_1| = |\sigma_2| = 1$,四包层光纤就变成所谓的分段芯(segmented-core)光纤^[7]。图 4 给出了这种分段芯光纤的几个低次模的归一化截止频率与第三包层深度的变化关系。可见, LP_{11} 和 LP_{02} 等式的 V_c 值与 $V_c|_{LP_{01}}$ 靠得很近,因此,在所感兴趣的工作范围内通常是多模传导的。

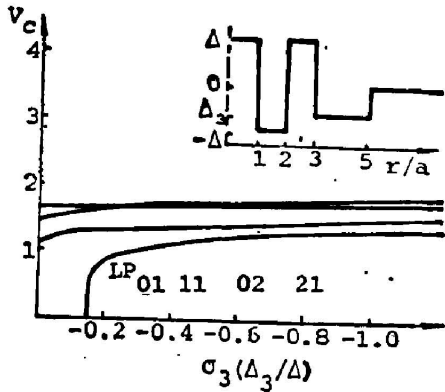


Fig. 4 Normalized cutoff frequencies against σ_3 for LP_{01} , LP_{11} , LP_{02} and LP_{21} modes in a segmented-core fiber having an index profile displayed in the inset

四、结 束 语

本文导出了四包层光纤的特征方程,给出了 LP_{01} 、 LP_{11} 、 LP_{02} 和 LP_{21} 模的归一化截止

频率 V_c 与结构参数的变化曲线。结果表明:

1. 四包层光纤中各模式的截止性态与单包层和 W 型光纤有较大不同, 前者的 V_c 值比较小, 而且相互之间的间隔也较密。
2. 第二包层对 V_c 的影响大于第一和第三包层。为在所需波长得到单模传导, 第二包层不宜取得太高和太宽。
3. 当三个内包层的平均折射率略低于外包层时, 基模就存在截止性态。

本文得到我院林志媛教授的指导和帮助, 在此表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] L. G. Cohen, W. L. Mammel; *Elect. Lett.*, 1982, **18**, No. 24 (Nov), 1023.
- [2] P. L. Francois *et al.*; *Elect. Lett.*, 1984, **20**, No. 17 (Aug), 638.
- [3] P. L. Francois; *Elect. Lett.*, 1983, **19**, No. 21 (Oct), 885.
- [4] P. L. Francois *et al.*; *Elect. Lett.*, 1984, **20**, No. 1 (Jan), 37.
- [5] M. Monerie; *IEEE J. Q. E.*, 1982, **QE-18**, No. 4 (Apr), 535.
- [6] H. Etzkorn, W. E. Heinlein; *Elect. Lett.*, 1984, **20**, No. 10 (May), 423.
- [7] V. A. Bhagavatula *et al.*; *Opt. Letters*, 1984, **9**, No. 5 (May), 186.

Normalized cutoff frequencies of quadruple-clad fibers

JIANG SHIJUN

(Department of Electronics Engineering, Institute of Nanjing Engineering)

(Received 10 September 1985; revised 17 October 1985)

Abstract

The characteristic equation is derived for the LP modes of quadruple-clad fibers. Normalized cutoff frequencies of a few lowest modes are accurately calculated and their universal curves for a variety of structure parameters are presented. It is shown that the cutoff properties of quadruple-clad fibers are different from those of singly and doubly clad fibers. The height and thickness of the second cladding shouldn't be too large in order to obtain single mode operation at the interesting wavelength.