

提高一步彩虹全息水平视差的像散方法

厉志明 刘淑辉
(浙江大学物理系)

提 要

我们在典型的一步彩虹全息光路中掺入适当的像散量作为摄制一步彩虹全息图的正像光路。理论上分析这种光路产生视感无畸变的再现像的可能性。实验上证实用这种光路拍摄的彩虹全息图,当用白光点光源进行原始像再现时,可获得具有良好体视特性的准单色三维正像。

一、引 言

一步彩虹全息由 Chen 和 Yu 等^[1]于 1978 年提出,与 Benton^[2]的二步彩虹比较,具有拍摄过程简单,更重要的是只需一次曝光的特点。这就开辟了彩虹全息实际应用的广宽可能性^[3]。一步彩虹全息的清晰度还是好的,但体视性很差,这也是目前摄制一步彩虹全息图存在的普遍问题。为了提高一步彩虹全息的体视特性,王能鹤等^[4]从视差的角度出发,提出用大口径和大相对孔径的非球面反射镜拍摄一步彩虹全息图,取得了一定成效。这种方法需有一专门设计的非球面反射镜。另外,彩虹全息图的体视特性不仅与视差有关,而且也与像深度有密切联系。本文介绍的方法是在典型的一步彩虹全息光路中插入一曲率半径较大的凹柱面透镜构成像散光学系统,作为摄制一步彩虹全息图的正像光路。理论上分析了应用这种光路产生视感无畸变的再现像的可能性;实验上证实了由这种光路所摄制的彩虹全息图,基本上保持了典型的一步彩虹全息图再现像的清晰度,同时又使再现像具有适当的像深度和视差,获得了具有良好体视特性的准单色三维正像*。

二、理 论

摄制一步彩虹全息图的正像光路如图 1 所示。物点 O 经凹柱面透镜 T_1 和凸球面透镜 T_2 形成像散像,其垂直维像为 I_V , 水平维像为 I_H 。光缝的像为 SI 。这三个像作为“物”,波长为 λ_1 的“物”光束和点光源 R 发出的参考光束在全息干板平面 HP 上产生干涉构成全息图。经处理后的全息图在波长为 λ_2 的点光源 O 照明下再现,垂直维像和水平维像以及狭缝像为 HI_V 和 HI_H 以及 HSI 。

由成像的几何关系容易证明,焦距为 f_1 和 f_2 的两个薄透镜 T_1 和 T_2 组成的光学系统,其放大率 M 和物点的像到第二透镜 T_2 的距离 d 为

收稿日期: 1985 年 9 月 24 日

* 由于原像和原始物有相反的凹凸性,三维原像无实际意义,所以相应的原像光路也不在此讨论。

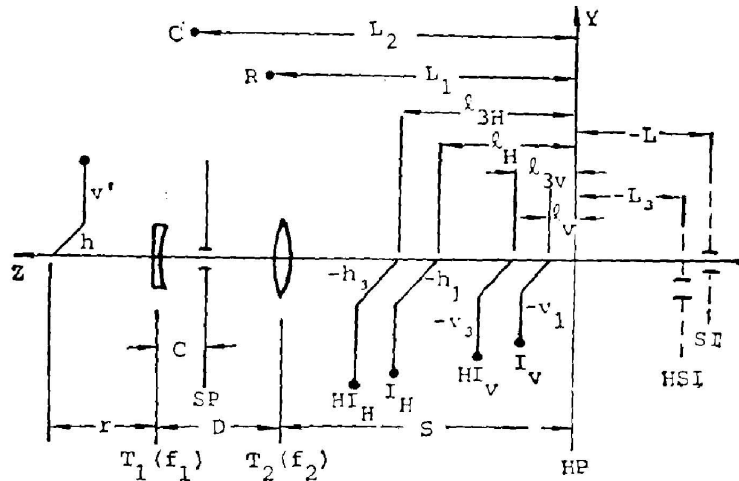


Fig. 1 Orthoscopic configuration for fabricating one-step rainbow holograms

$$\left. \begin{aligned} M &= [(d-f_2)(D-f_1)-df_2]/f_1f_2, \\ d &= [D(r-f_1)-rf_1]f_2/[(D-f_2)(r-f_1)-rf_1], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 r 为物点到第一透镜 T_1 的距离; D 为两透镜之间距离。由图 1 得透镜系统的垂直维放大率

$$M_V = [(S-l_V-f_2)(D-f_1)-(S-l_V)f_2]/f_1f_2 \quad (2)$$

令 (1) 式中的 $f_1 \rightarrow \infty$ 得透镜系统的水平维放大率垂直维像 I_V 和水平维像 I_H 的位置

$$M_H = -(S-l_H-f_2)/f_2, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} S-l_V &= [D(r-f_1)-rf_1]f_2/[(D-f_2)(r-f_1)-rf_1], \\ S-l_H &= (D+r)f_2/(D+r-f_2). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由全息学的基本原理, 得全息的垂直维放大率 H_V 和水平维放大率 H_H 为

$$\left. \begin{aligned} H_V &= [1 + (\lambda_1/\lambda_2)(l_V/L_2) - (l_V/L_1)]^{-1}, \\ H_H &= [1 + (\lambda_1/\lambda_2)(l_H/L_2) - (l_H/L_1)]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

垂直维、水平维和狭缝的再现像位置各为

$$\left. \begin{aligned} l_{3V} &= L_2l_VL_1/[l_VL_1 + (\lambda_2/\lambda_1)(L_2L_1 - L_2l_V)], \\ l_{3H} &= L_2l_HL_1/[l_HL_1 + (\lambda_2/\lambda_1)(L_2L_1 - L_2l_H)], \\ L_3 &= L_2LL_1/[LL_1 + (\lambda_2/\lambda_1)(L_2L_1 - L_2L)]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

因为再现像的放大率是透镜系统的放大率和全息放大率的乘积, 所以得到再现像的垂直维放大率和水平维放大率为

$$\left. \begin{aligned} (\partial v_3/\partial v') &= [(S-l_V-f_2)(D-f_1)-(S-l_V)f_2][1 + (\lambda_2/\lambda_1)(l_V/L_2) \\ &\quad - (l_V/L_1)]^{-1}/f_1f_2, \\ (\partial h_3/\partial h) &= -(S-l_H-f_2)[1 + (\lambda_1/\lambda_2)(l_H/L_2) - (l_H/L_1)]^{-1}/f_2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

欲使观察者从再现缝像的位置看到没有畸变的再现像, 其垂直维和水平维的放大率必需满足匹配条件

$$(\partial v_3/\partial v')/(l_{3V} - L_3) = (\partial h_3/\partial h)/(l_{3H} - L_3). \quad (8)$$

将(7)式代入(8)式并利用(6)式化简后得*

$$l_H = S - \frac{(S-l_V)[\alpha - (L-S)(D-\alpha-1)] + (L-S)D}{(S-l_V)(D-1) + (L-S)\alpha - (D-\alpha)} \quad (9)$$

式中 $\alpha = f_1/f_2$, 其他量的符号虽与以前各式中的符号相同, 但它们都是以 f_2 为单位的无量纲量。注意到 l_H 和 l_V 除了满足由放大率匹配条件得到的(9)式之外, 还应满足同一点源的条件, 即由(4)式中消去 r 得到的 l_H 和 l_V 的关系式。同样, 将全部长度量都代以 f_2 为单位的无量纲量, 得

$$l_H = S - \frac{(S-l_V)[D(D-1) - \alpha] - D^2}{(S-l_V)(D-1)^2 + (D-\alpha) - D^2} \quad (10)$$

一般情况(9)和(10)式中的 l_H 值是不相等的, 为了区别起见, 将(10)式中的 l_H 写成 l'_H 。只有当光路参量的选择使得 l_H 和 l'_H 相等或近似相等时, 再现像的垂直维和水平维放大率才是匹配或近似匹配的。 l_H 的偏离会导致放大率的失配, 当 l_H 有 Δl_H 的偏差时, 失配度为 δ , 由(9)式得

$$- \frac{[L - (l_H \pm \Delta l_H)][(S-l_V-1)(D-\alpha) - (S-l_V)]}{(L-l_V)[S - (l_H \pm \Delta l_H) - 1]\alpha} = 1 \pm \delta$$

当 $\Delta l_H \ll (S-l_H-1)$ 时, 得失配度 δ 为

$$\delta = |\Delta l_H / (S-l_H-1)| + |\Delta l_H / (L-l_H)| \quad (11)$$

(9)、(10)、(11)式是我们对光路参量和再现像特性进行数值计算的基本方程。

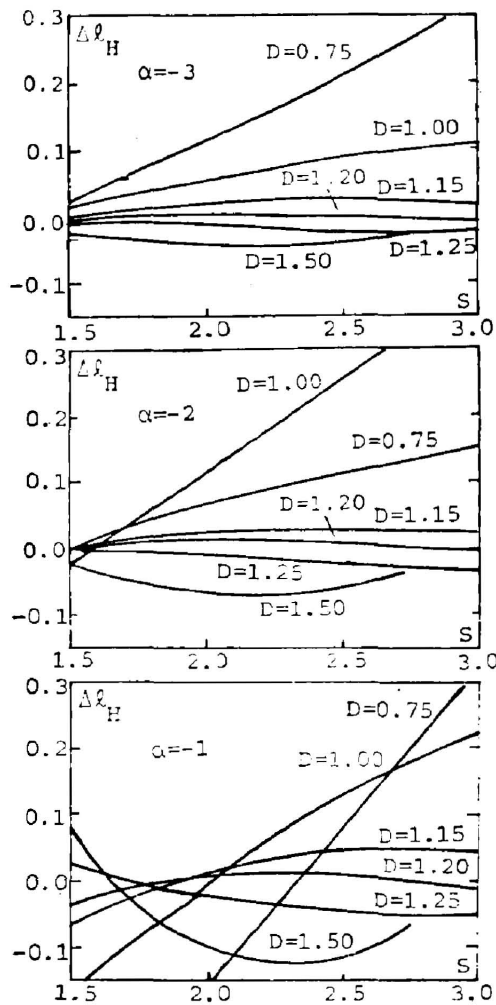
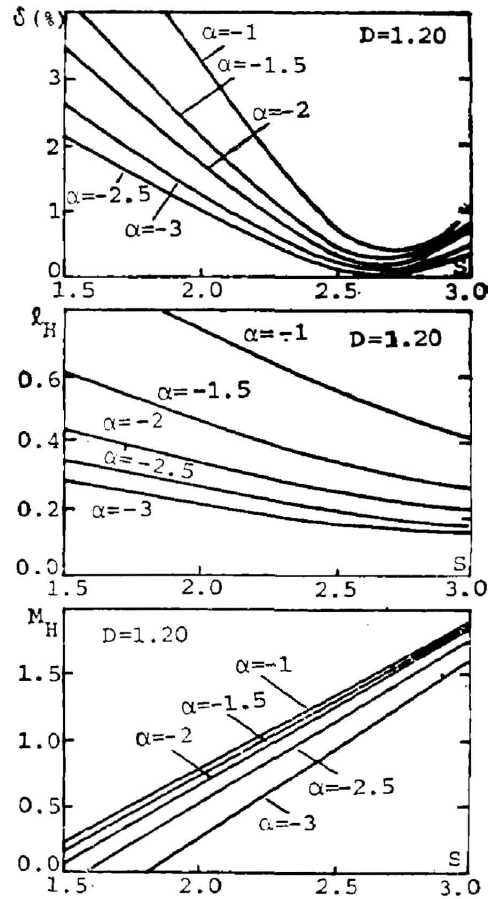
三、数值计算与摄制实例

根据典型的一步彩虹全息的实际情况, 我们取凸透镜的焦距 $f_2 = 9 \text{ cm}$ 。再现缝像到全息图的距离取明视距离 30 cm , 即取 $L = -30 \text{ cm}$, 或无量纲量 $L = -30/f_2 = 3.333$ 。并将全息干板置于垂直维像 I_V 的位置, 即 $l_V = 0$ 。在这些实验条件下计算了三种情况: $f_1 = -27 \text{ cm}$; -18 cm ; -9 cm , 即 $\alpha = -3$; -2 ; -1 时, 不同 D 值产生的 l_H 的偏差值 $\Delta l_H = l'_H - l_H$ 。 Δl_H 与 S 的关系曲线如图 2 所示。可以看出, 凹柱面透镜的焦距 f_1 的值从 $-3f_2$, $-2f_2$, 甚至等于 $-f_2$ 的情况, 最佳匹配都出现在 $D=1.20$ 左右。这一结果导致光路参量 D 的选择非常简单, 约为 1.2 左右。另外, 还可看出, f_1 可选用的范围较宽, 使得再现像的像深有着较大的选择余地。

为了能更具体地了解这一光路所摄制的物点彩虹全息图的再现像特性, 我们还计算了 $D=1.20$ 时, 再现像的失配度 δ , 透镜系统水平维像的像深 l_H 和放大率 M_H 。 δ , l_H 和 M_H 与 S 的关系曲线由图 3 所示。将 l_H 和 M_H 的数据代入到(6)式和(7)式中, 就可以计算出再现像的像深 l_{3H} 和放大率 $\partial h_3 / \partial h$ 。

以上讨论的是一个物点成像的情况。但是在实际的拍摄过程中, 物不是一个点而有一定景深, 因而实物经过透镜系统成像后其垂直维像和水平维像也有一定景深。对于这种情况, 我们作了如下的处理和计算。将全息干板放置在透镜系统的垂直维像的中心平面上。这样, 在垂直维像中心平面上的点都满足 $l_V = 0$, 图 2 和图 3 中的数据完全可用。对于垂直维像上的其他点则 $l_V \neq 0$ 。根据典型的一步彩虹全息的成像情况, 只有 $|l_V| \leq 2 \text{ cm}$ 的那些点才

* 为便于运算, 我们把所有长度量都取以 f_2 为单位的无量纲量。

Fig. 2 Curves of Δl_H versus S Fig. 3 Curves of δ , l_H and M_H versus S

有可能形成清晰的再现像。我们将 $l_r = \pm(2/f_2) = \pm 0.22$ 代入(9)、(10)和(11)式再计算失配度 δ 。所得结果基本上与 $l_r = 0$ 时的 δ 与 S 的曲线相同。这就是说,实际物体上各点再现像的失配度近似相等,它的值可直接由图3查出。下面举两个用改进后光路拍摄的彩虹全息图的实例。

例1 实验条件:凸透镜 $f_2 = 9\text{ cm}$,凹透镜 $f_1 = -22\text{ cm}$,取两者相距 $D = 11\text{ cm}$,即 $\alpha = -2.5$ 和 $D = 1.2$ 。从图3中看出,若选取 $S = 2.0$,则由曲线上查得 $l_H \approx 0.27$, $M_H \approx 0.5$, $\delta \approx 1.2\%$ 。根据这些数据,就可计算出再现像的有关特性。为了简单起见,此处只计算照明点光源,放在参考点光源的位置($L_1 = L_2$)上进行再现时,红色再现像($\lambda_1 \lambda_2$)的某些性质。上述实验条件相应的光路参量为 $f_2 = 9\text{ cm}$, $f_1 = -22\text{ cm}$, $D = 11\text{ cm}$, $O = 0\text{ cm}^*$ 和 $S = 18\text{ cm}$ 。红色再现像的中心平面到全息图的距离近似由(6)式求得, $l_{3H} = l_H = 0.27 \times 9 = 2.4\text{ cm}$ 。由(7)式求得红色再现像的放大率 $(\partial h_3 / \partial h) \approx M_H = 0.5$ 。再现像的失配度为 $\delta \approx 1.2\%$ 。下面计

* 由 $\frac{1}{D-O} + \frac{1}{|L_1+S|} = \frac{1}{f_2}$ 求得。

算物及其再现像的最大景深。令 $l_v = \pm 0.22$ 和上述参量代入(9)式, 得到 $l_H|_{l_v=-0.22} = 0.014$ 或 0.12 cm 和 $l_H|_{l_v=+0.22} = 0.52$ 或 4.7 cm。将这两个数据代入(6)式得红色再现像到全息图的最近距离 $l_{3H}|_{l_v=-0.22} \doteq l_H|_{l_v=-0.22} = 0.12$ cm; 最远距离 $l_{3H}|_{l_v=+0.22} \doteq l_H|_{l_v=+0.22} = 4.7$ cm; 最大景深 $l_{\max} = l_{3H}|_{l_v=+0.22} - l_{3H}|_{l_v=-0.22} = 4.6$ cm。再由(4)式求得物到第一透镜 T_1 的最近距离 $r|_{l_v=-0.22} = 7.1$ cm; 最远距离 $r|_{l_v=+0.22} = 16.7$ cm; 最大景深 $d = \max r|_{l_v=+0.22} - r|_{l_v=-0.22} = 9.6$ cm。注意到(9)、(4)和(11)式, 就知道物的安放位置和最大景深以及再现像的失配度只决定于光路参量而与再现条件无关。

例 2 实验条件: $f_2 = 12$ cm, $f_1 = -20$ cm, 若取两者相距 $D = 14.4$ cm, 即 $\alpha = -1.67$ 和 $D = 1.2$ 。图 3 中的数据仍然可用。但要注意到图 3 中的曲线是由 $L = -3.333$ 的值计算出来的。为了保证这一条件, 只要取 $L = -3.333 f_2 = -40$ cm 即可, 这样求得的 $C = 0.35$ cm。其余处理与例 1 相同。

图 4 是我们基本上按例 1 光路参量拍摄的小玩物熊猫和汽车的彩虹全息图再现像的照片。全息干板用天津 I 型。照明光源用 6 V 30 W 灯泡, 灯丝线度约 2 mm。不同角度拍下的两张照片相当于在明视距离处左、右眼所看到的再现像, 有明显的视差效应。这一全息图若用 100 W 的小灯丝碘钨灯进行再现演示, 无论在亮度、清晰度和体视性上, 都是令人满意的。当然也可在离普通的 100 W 白炽灯 1 m 处观看。

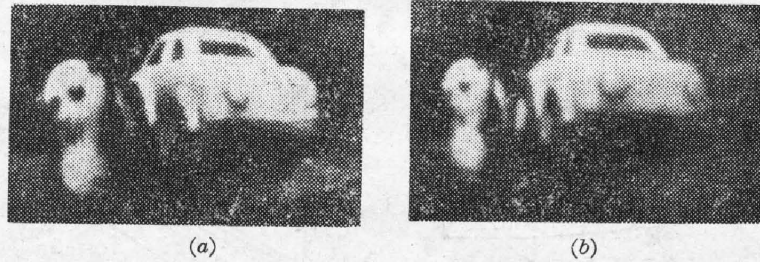


Fig. 4 Photograph of a white-light-reconstructed image

参 考 文 献

- [1] H. Chen, F. T. S. Yu; *Opt. Lett.*, 1978, **2**, No. 4 (Apr), 85.
- [2] S. A. Benton; *J. O. S. A.*, 1969, **59**, No. 11 (Nov), 1545.
- [3] F. T. S. Yu, A. Tal et al.; *Opt. Engng*, 1980, **19**, No. 5 (Sep/Oct), 666.
- [4] 王能鹤, 沃敏政等; 《光学学报》, 1982, **2**, No. 1 (Jan), 48.

Improvement of the stereoscopic feature of one-step rainbow holography by method of astigmatism

LI ZHEMING AND LIU SHUHUI

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou)

(Received 24 September 1985)

Abstract

An astigmatic system constructed by inserting a certain amount of astigmatism, a cylindrical concave lens with a large radius of curvature—into a typical one-step rainbow holographic configuration is proposed as orthoscopic configuration to fabricate one-step rainbow holograms. The possibility of obtaining a visual-distortionless reconstructed image by using such system is analysed theoretically. Experiments show that when the rainbow hologram fabricated by such technique is reconstructed for primary image with a white light point source, a good stereoscopic, quasi-monochromatic, 3-D orthoscopic image is obtained.