

湍流大气中激光束的漂移*

张逸新** 宋正方 龚知本
(中国科学院安徽光学精密机械研究所)

提 要

本文在假设湍流大气中光波复振幅为正态分布的前提下, 导出了光源空间部分相干光束的漂移起伏方差公式, 所得公式的理论计算值与实验资料较好地相符合。

一、引 言

光束在湍流大气中传播时, 出现像斑模糊、光强起伏和光斑重心漂移等一系列现象。由于上述各种现象的形成机制各不相同。因此, 各种形变对上述各种现象的影响程度也各不相同。例如, 有限光束在湍流大气中传播时, 光斑重心的漂移主要是由于光束波阵面形变所致^[1]。

众所周知, 在激光通信、激光测距以及激光雷达等工程系统的研制和运用中必需考虑激光在湍流大气中传播时传输方向的起伏(简称“漂移”)。因此, 漂移的研究受到人们的广泛重视。至今为止, 各国学者已做了大量的理论与实验工作^[2,3]。在理论研究方面, 人们利用几何光学近似、微扰法、相屏法、马尔柯夫近似以及应用爱仑菲斯特原理的类比法等进行了探讨。但是上述各种近似基本上都是用来研究弱起伏区的漂移问题, 对强起伏区的漂移研究很少。虽然 Mironov 等人^[3]在马尔柯夫近似的基础上应用推广的惠更斯-菲涅尔原理和渐近展开方法比较全面地讨论了强起伏区 ($D_s(2\alpha_0) \gg 1$) 和弱起伏区 ($D_s(2\alpha_0) \ll 1$) 的漂移问题, 导出了在强起伏区与实验资料符合较好的漂移公式。但是, 他们分别用两套解析式描述了漂移方差和传输距离, 湍流强度间的关系。所以, 在整个湍流起伏范围内, 光束漂移问题还没有在理论上得到圆满的解决。本文根据漂移所遵循的规律, 在假设光波复振幅是正态分布的随机场的前提下, 导出了在整个湍流起伏范围内光束漂移的统一表达式, 并和实验结果进行了比较。

二、漂移起伏方差的理论推导

湍流大气中激光束的传输可用标量抛物方程来描述^[2]:

$$\left. \begin{aligned} zik \frac{\partial}{\partial x} u(x, \rho) + \Delta_{\rho} u(x, \rho) + k^2 \epsilon_1(x, \rho) u(x, \rho) &= 0, \\ u(0, \rho) &= u_0(\rho), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

收稿日期: 1985年6月21日; 收到修改稿日期: 1985年9月24日

* 本文曾在“全国第七届激光学术报告会”上宣读。

** 现在南京华东工学院光电技术系。

式中 $\varepsilon_1(x, \rho) = \varepsilon(x, \rho) - \langle \varepsilon(x, \rho) \rangle$ 为介电常数起伏, Δ_ρ 为横向拉普拉斯算子, $x, \rho(y, z)$ 分别表示径向坐标和横向矢量。 $u(x, \rho)$ 是在 (x, ρ) 点传输场的复振幅。 $k = 2\pi/\lambda$ 是光波的波数。光束沿 x 轴向传输。

光束在接收平面内的位置用光斑强度分布重心的坐标来描述:

$$\rho_0(x) = \frac{1}{P_0} \iint d^2\rho \rho I(x, \rho), \quad (2)$$

式中 $I(x, \rho) = u(x, \rho)u^*(x, \rho)$ 表示在 x 平面内的光强, $P_0 = \iint u(x, \rho)u^*(x, \rho)d^2\rho$ 为光束的总光通量。

利用(1)式与薛定谔方程的结构类似性和作对应变换后,由爱仑菲斯特定理可得到湍流大气中激光束光斑中心的“运动方程”^[3]:

$$\frac{d^2\rho_c}{dx^2} = \frac{1}{P_0} \iint \nabla_\rho n_1(x, \rho) I(x, \rho) d^2\rho, \quad (3)$$

式中 $\nabla_\rho = \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z$, $n_1(x, \rho) = \varepsilon_1(x, \rho)$, $\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 分别为沿 y, z 坐标轴向上的单位矢量。积分(3)式并应用初条件 $\rho_c(0) = 0, \frac{d\rho_c(0)}{dx} = 0$, 即得:

$$\rho_c(x) = \frac{1}{P_0} \int_0^x (x-\xi) d\xi \iint d^2\rho I(\xi, \rho) \nabla_\rho n_1(\xi, \rho). \quad (4)$$

假设 n_1 沿光束传播方向满足 delta 相关条件, 并且是统计均匀的高斯随机变量。对(4)式的自乘作系综平均, 并应用“马尔柯夫近似”^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \langle n_1(\xi_1, \rho_1) n_1(\xi_2, \rho_2) \rangle &= \delta(\xi_2 - \xi_1) A(\rho_1 - \rho_2), \\ A(\xi, \rho) &= \delta\pi \iint dK_x dK_y dK_z \phi_n(\xi, K_x=0, K_y, K_z) e^{iK \cdot \rho}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

得:

$$\begin{aligned} \langle \rho_c^2 \rangle &= \frac{2\pi}{P_0^2} \int_0^x d\xi (x-\xi)^2 \iint d^2\rho I(\xi, \rho) \phi_n(K) K^2 \iint d^2\rho_1 \\ &\quad \times \iint d^2\rho_2 \exp[iK \cdot (\rho_1 - \rho_2)] \langle I(\xi, \rho) I(\xi, \rho_2) \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

上式内 $\phi_n(K)$ 是三维湍谱密度, K 是空间波数。

为了得到矩 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 的解析解, 下面将用能够定量描述光束强度分布的推广的韦更斯-菲涅尔原理讨论 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 。在应用推广的韦更斯-菲涅尔原理后, 由于 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 中包含有对数振幅协方差函数和相位、对数振幅的交叉相关函数。这些函数的存在对进一步简化矩 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 造成了困难。现有的实验研究表明, 光束漂移主要是由于大尺度不均匀介质引起的光波相位起伏所致。因此, 可在相位近似下 [$\psi(\text{复相位}) = \alpha + i s \approx i s(\text{相位})$] 研究漂移问题。作相位近似后, 接收面内 ρ_1 和 ρ_2 点的光强相关函数为^{[3]~[5]}:

$$\begin{aligned} \langle I(\rho_1) I(\rho_2) \rangle &= \frac{1}{(\lambda x)^4} \int_2 \dots \int d^2r_1 d^2r_2 d^2r_3 d^2r_4 \times \Gamma_4^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \\ &\quad \times F_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4; \rho_1, \rho_2) \\ &\quad \times \exp \left\{ -\frac{ik}{x} [\rho_1 \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \rho_2 \cdot (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4)] + \frac{ik}{2x} (r_1^2 + r_3^2 - r_2^2 - r_4^2) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 Σ 是光源的孔径面积, \mathbf{r}_i 是源平面内的矢径, $i=1, 2, 3, 4$ 。 $\Gamma_4^i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) = A_0^4 \exp[-(1/2\alpha_0^2)(r_1^2+r_2^2+r_3^2+r_4^2) - (ik/2F)(r_1^2+r_3^2-r_2^2-r_4^2)] \times \exp\{- (1/2\alpha^2)[(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)^2 + (\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_4)^2 + (\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_4)^2 + (\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_2)^2 - (\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3) \cdot (\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_4)]\}$ 是复振幅四阶源相关函数, $F_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4; \rho_1, \rho_2) = \exp[-(1/2)D_\psi(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2, 0) - (1/2)D_\psi(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_4, \rho_d) - (1/2)D_\psi(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_3, \rho_d) - (1/2)D_\psi(\mathbf{r}_3-\mathbf{r}_4, 0) + (1/2)D_\psi(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_4, \rho_d) + (1/2)D_\psi(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3, \rho_d)]$, 为湍流介质中球面波四阶互相干函数。 α_0 是光源等效半径, A_0 为 $(0, 0)$ 处的场振幅, F 是光束波阵面曲率半径, $\rho_d = \rho_1 - \rho_2$, D_ψ 是复相位结构函数, 其表达式为:

$$D_\psi(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \rho_d) = 8\pi^2 k^2 x \int_0^1 d\eta \int_0^\infty \phi_n(K) [1 - J_0(K|\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)|K) dK, \quad (8)$$

式中 J_0 是零级贝塞尔函数。如果选用指数谱^[5]: $\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 K^{-11/6} [1 - \exp(-K^2/K_0^2)]$, 则:

$$D_\psi(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \rho_d) = \frac{72\pi^2 0.033 \Gamma(1/6) k^2 x C_n^2}{5^2 \cdot 2^{2/3} \Gamma(5/6)} \left\{ \int_0^1 |\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)|^{5/3} d\eta + \int_0^1 \frac{\Gamma(11/6) 2^{5/6}}{K_0^{5/6}} \left[1 - F_1(-5/6, 1; -\frac{K_0^2 |\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)|^2}{4}] \right] d\eta \right\}. \quad (9)$$

如果用卡曼谱^[5]: $\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 (K^2 + K_0^2)^{-11/6}$, 则:

$$D_\psi(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \rho_d) = \frac{2.608 x C_n^2}{K_0^{5/6}} \int_0^1 \left[\frac{3}{5} - \frac{(K_0 |\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)|)^{5/6}}{3^{5/6} \Gamma(11/6)} \right] \times K_{5/6}(|\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)| K_0) d\eta, \quad (10)$$

式中 $F_1(a, b, c)$ 为合流超几何函数, $K_\nu(d)$ 为第二类变形贝塞尔函数。

由(9)、(10)式可见, 与两种谱所对应的 D_ψ 均含有 $|\eta\rho_d + (1-\eta)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)|^{5/3}$ 的积分。而这个积分的存在, 使得矩 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 不能用简洁的解析式表达, 从而给光束漂移的理论研究带来了困难。为了解决这一困难, 近年来许多研究工作者展开(8)式中的 J_0 以幂指数 2 代替(9)、(10)式中的 $5/3$ 次幂, 提出了所谓的“平方近似”^[4, 6]。虽然, 平方近似对于二阶相干函数是一种好的近似。但是, 对于复振幅的高阶矩, 由于平方近似失去了许多湍流效应的因子, 它不再是一种理想的近似。因此, 在研究光束漂移问题中直接用平方近似来处理 $\langle I(\xi, \rho_1) I(\xi, \rho_2) \rangle$ 是不合理的。为此, 需要寻求新的近似。现有的实验结果和理论研究表明^[5]: 在弱起伏和中等起伏区, 光束相位起伏 \mathcal{S}_1 服从高斯统计。而在强起伏区, 强度 I 服从瑞利统计分布, 即复振幅 u 是正态分布的随机量。我们对相位起伏 \mathcal{S}_1 为正态分布时的漂移起伏方差进行了计算并和假设复振幅 u 为正态分布时的漂移起伏方差的计算值进行了比较, 发现后者可以替代前者(见附录)。因此, 可以假设在整个起伏区域内复振幅 u 均服从正态分布规律。根据此假设, 场的四阶矩可简化为:

$$\Gamma_4(\rho'_1, \rho'_2, \rho'_3, \rho'_4) = \langle u(\rho'_1) u^*(\rho'_2) u(\rho'_3) u^*(\rho'_4) \rangle = \langle u(\rho'_1) u^*(\rho'_2) \rangle \langle u(\rho'_3) u^*(\rho'_4) \rangle + \langle u(\rho'_1) u^*(\rho'_4) \rangle \langle u^*(\rho'_2) u(\rho'_3) \rangle + \langle u(\rho'_1) u(\rho'_3) \rangle \langle u^*(\rho'_2) u^*(\rho'_4) \rangle, \quad (11)$$

(11) 式中最后一项 $\langle u(\rho'_1) u(\rho'_3) \rangle \langle u^*(\rho'_2) u^*(\rho'_4) \rangle$ 可由下列定性分析估计其大小。项 $\langle u(\rho'_1) u(\rho'_3) \rangle$ 的模 $|\langle u(\rho'_1) u(\rho'_3) \rangle| \sim |u_0|^2 \exp[-\frac{1}{2} \langle [s_1 + s_2]^2 \rangle] \cong |u_0|^2 \exp[-2 \langle s_1^2 \rangle] \sim |u_0|^2$

$\times \exp[-D_s]$, 同理 $|\langle U^*(\rho'_2)u^*(\rho'_1) \rangle| \sim |u_0|^2 \exp[-D_s]$ 。因此, (11)式最后一项 $\sim \exp[-2D_s]$ 恒小于前二项 $\sim \exp[-D_s]$ 。而在 $\beta_0^2 = 1.23 \mathcal{O}_0^2 k^{7/6} x^{11/6} < 1$, 从光束重心起伏的统计意义上来说, 假设 $I(x, \rho) \cong \langle I(x, \rho) \rangle^{[2]}$ 不导致明显的误差。因此, (11)式最后一项可以忽略。通过上述分析, 可以得到光强互相关函数为:

$$\begin{aligned} \langle I(\rho_1)I(\rho_2) \rangle &= \lim_{\substack{\rho'_1, \rho'_2 \rightarrow \rho_1 \\ \rho'_1, \rho'_2 \rightarrow \rho_2}} \Gamma(\rho'_1, \rho'_2, \rho'_0, \rho'_1) \\ &= \langle I(\rho_1) \rangle \langle I(\rho_2) \rangle + |\Gamma_2(\rho_1, \rho_2)|^2, \end{aligned} \quad (12)$$

现在(12)式中不再含有 u 的高阶矩, 所以, 可以对 $\langle I(\rho_1)I(\rho_2) \rangle$ 应用平方近似。在平方近似下的互相干函数 Γ_2 为^[3]:

$$\begin{aligned} \Gamma_2(x, \rho'_c, \rho'_d) &= \left\{ A_0^2 \left(\frac{k\alpha_0}{2x} \right)^2 \left/ \left[\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{1}{\rho_0} + \left(\frac{k\alpha_0}{2x} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{F} \right)^2 \right] \right\} \\ &\times \exp \left[\frac{ik}{x} \left(1 - \frac{\left(\frac{k\alpha_0}{2x} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{F} \right) - \frac{1}{2\rho_0}}{\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{1}{\rho_0} + \left(\frac{k\alpha_0}{2x} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{F} \right)^2} \right) \rho'_c \cdot \rho'_d \right] \\ &\times \exp \left(- \frac{\rho_c'^2}{\alpha_0^2 \left[\left(1 - \frac{x}{F} \right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2) / f^2 \right]} \right) \\ &\times \exp \left[- \frac{3 \left(1 - \frac{x}{F} \right) + \left(\frac{x}{F} \right)^2 + (f^{-2} + \xi^{*-1}) \zeta^2 + \left(1 + \frac{3}{4} \xi^* \right) / f^2 + \xi^{*-1}}{\left(1 - \frac{x}{F} \right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2) f^{-2}} \times \frac{\rho_d'^2}{\rho_0} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho'_c &= \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2), \quad \rho'_d = \rho_1 - \rho_2, \quad \frac{1}{\alpha_0^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{1}{\rho_0^2} \right), \\ f &= \frac{k\alpha_0^2}{x}, \quad \xi^* = \frac{4\alpha_0^2}{\rho_0}, \quad \zeta = \frac{\alpha_0}{\rho_0}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ρ_0 是光源的空间相干长度, $\rho_0 = 0$ 表示空间不相干, $\rho_0 \rightarrow \infty$ 表示空间完全相干。 ρ'_0 为湍流介质中球面波的相干长度, 在选用卡曼谱时,

$$\rho_0'^{-1} = (0.446\beta_0^2)^{6/5} \frac{k}{x} - 0.316\beta_0^2 \left(\frac{k}{x} \right)^{5/6} K_0^{1/3}。$$

而使用指数谱时,

$$\rho_0'^{-1} = (0.446\beta_0^2)^{6/5} \frac{k}{x} - 0.246\beta_0^2 \left(\frac{k}{x} \right)^{5/6} K_0^{1/3}。$$

这里 K_0 是与湍流外尺度 L_0 对应的空间频率。

在 $\Gamma_2(x, \rho'_c, \rho'_d)$ 中取 $\rho'_d = 0$ 即得平均光强。

在(12)、(13)式中作代换 $\mathbf{R}_1 = \rho_1$ 、 $\mathbf{R}_2 = \rho_2$, 并引入新变量 $\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2)$, $\rho = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1$,

可得到光强相关函数为:

$$\begin{aligned}
\langle I(R_1)I(R_2) \rangle = & \frac{\left(\frac{k\alpha_0 A_0}{2x}\right)^4}{\left[\frac{1}{\alpha_0^2} + \frac{1}{\rho_0} + \left(\frac{k\alpha_0}{2x}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{F}\right)^2\right]^2} \left\{ \exp\left[-\frac{2R^2 + \frac{\rho^2}{2}}{\alpha_0^2 \left[\left(1 - \frac{x}{F}\right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2)f^{-2}\right]}\right] \right. \\
& + \exp\left[-\frac{2R^2}{\alpha_0^2 \left[\left(1 - \frac{x}{F}\right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2)f^{-2}\right]}\right] \\
& \times \exp\left[-\frac{3\left(1 - \frac{x}{F}\right) + \left(\frac{x}{F}\right)^2 + (f^{-2} + \xi^{*-1})\zeta^2 + \left(1 + \frac{2}{4}\xi^*\right)f^{-2} + \xi^{*-1}}{\left(1 - \frac{x}{F}\right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2)f^{-2}}\right] \\
& \left. \times \left(\frac{2\rho^2}{\rho_0}\right) \right\}, \quad (15)
\end{aligned}$$

将(15)式代入(6)式,并注意到 $P_0 = \pi^2 \alpha_0^4 A_0^4$, 就得到在整个湍流起伏范围内的空间部分相干光束的漂移起伏方差的表达式:

$$\langle \rho_c^2 \rangle = \frac{2\pi^2 x^3}{\alpha_0^2} \int_0^1 d\eta (1-\eta)^2 \int_0^\infty K^3 dK \phi_n(K) \left[2\alpha_0^2 \exp\left(-\frac{\alpha_0^2 g}{2} K^2\right) + \frac{1}{V} \exp\left(-\frac{gK^2}{4V}\right) \right], \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned}
g &= \left[\left(1 - \frac{x\eta}{F}\right)^2 + (1 + \xi^* + \zeta^2)f^{-2} \right], \\
V &= \left[3\left(1 - \frac{x\eta}{F}\right) + \left(\frac{x\eta}{F}\right)^2 + (f^{-2} + \xi^{*-1})\zeta^2 + \left(1 + \frac{3}{4}\xi^*\right)f^{-2} + \xi^{*-1} \right] \frac{2}{\rho_0}.
\end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由(16)式可知取不同的湍谱,可得到不同的 $\langle \rho_c^2 \rangle$ 的表达式。例如,在弱湍区,取 Kolmogorov 谱 $\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 K^{-11/3}$, 并近似地取 $|\Gamma_2|^2 = 0$, 由(5)式可得到常用的漂移起伏方差^[2]:

$$\langle \rho_c^2 \rangle = 1.92 C_n^2 x^3 (2\alpha_0)^{-1/3}. \quad (18)$$

对于卡曼谱 $\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 (K^2 + K_0^2)^{-11/6}$, (15)式给出:

$$\begin{aligned}
\langle \rho_c^2 \rangle = & \frac{0.5296 \beta_0^2 x^{13/6}}{\alpha_0^2 k^{7/6}} \int_0^1 d\eta (1-\eta)^2 \left\{ \alpha_0^2 K_0^{-5/6} \left(\frac{\alpha_0^2 g}{2}\right)^{-7/12} \exp\left(\frac{K_0^2 \alpha_0^2 g}{4}\right) \right. \\
& \times W_{-\frac{17}{12}, \frac{1}{12}}\left(\frac{K_0^2 \alpha_0^2 g}{2}\right) + \frac{1}{2V} K_0^{-5/6} \left(-\frac{g}{4V}\right)^{-7/12} \exp\left(\frac{gK_0^2}{8V}\right) W_{-\frac{17}{12}, \frac{1}{12}}\left(\frac{gK_0^2}{4V}\right) \left. \right\}, \quad (19)
\end{aligned}$$

(19)式内的 $W_{\nu, \mu}$ 是 Whittaker 函数。

而取指数谱 $\phi_n(K) = 0.033 C_n^2 K^{-11/3} [1 - \exp(-K^2/K_0^2)]$ 时, (16)式变为:

$$\begin{aligned}
\langle \rho_c^2 \rangle = & \frac{2.95 \beta_0^2 x^{13/6}}{\alpha_0^2 k^{7/6}} \int_0^1 d\eta (1-\eta)^2 \left\{ \frac{\alpha_0^2}{\left(\frac{\alpha_0^2 g}{2}\right)^{1/6}} + \frac{1}{2V \left(\frac{g}{4V}\right)^{1/6}} \right. \\
& \left. - \frac{\alpha_0^2}{\left(\frac{\alpha_0^2 g}{2} + \frac{1}{K_0^2}\right)^{1/6}} - \frac{1}{2V \left(\frac{1}{K_0^2} + \frac{g}{4V}\right)^{1/6}} \right\}. \quad (20)
\end{aligned}$$

我们对(19)式和(20)式的数值试验表明,不论是在弱起伏区还是在强起伏区,在同一区域内它们的计算值是一致的,差别仅仅在于对应不同的湍谱,应选用不同的湍流外尺度。因

此,在下节中我们仅对(19)式作进一步的讨论,在与实验值比较时用漂移角起伏方差 $\langle \sigma_c^2 \rangle = \frac{\langle \rho_c^2 \rangle}{x^2}$ 替代漂移起伏方差 $\langle \rho_c^2 \rangle$ 。

三、理论和实验的比较

为了证实(19)式的合理性,这一节将对(19)式进行数值计算并与已有的实验资料进行比较。

图1~5分别给出了在不同实验条件下由(19)式计算的数值曲线和实验资料的比较情况。

图1~5的实验资料取自文献[3]。图中的 h_0 , \bar{h} 分别表示发射端离地面的高度和光束沿光程的平均离地高度。图中同时给出了与式(17)和文献[3]所给出的公式(14)对应的理论曲线[图3中的点划线是按式(17)在条件 $K_0 = 4.5 \text{ m}^{-1}$ 和其他条件与 $(\beta_0 > 10)$ 的参数相同情况下的计算曲线]。从图1~3可以看到由理论公式(17)所得计算结果和实验测量资料是一致的,这表明前面所作的接收场的复振幅 u 是正态分布的假定是合理的。从图中还可以看到公式(17)的数值模拟曲线比文献[3]给出的(14)式所对应的数值模拟曲线与实验资料的吻合趋势要更好一些。

图4~5给出了我们在1973年10月于安徽阜阳地区1公里水平路程上所进行的近地面聚焦光束漂移实验的资料,以及按公式(17)计算的理论曲线。图4~5表明,漂移起伏方差公式(17)也与我们的实验资料相符合(图4~5所示的方均根漂移角的实验值是在湍流强度从 $10^{-15} \text{ m}^{-2/3} \sim 10^{-12} \text{ m}^{-2/3}$ 的范围内测得的,图3的 σ_0 值是在 $2 \times 10^{-19} \text{ m}^{-2/3} \sim 2 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$ 的湍流强度范围内测量的),在外尺度的选取上,我们在弱起伏区内取 $L_0 = \infty$, 在强起伏区内取 $L_0 = \nu h_0$, $K_0 = \frac{2\pi}{L_0}$, 分析上述计算可以看到 ν 的取值范围在 $0.1 \sim 1^{73}$ 的范围内(如果以平均高度 \bar{h} 代替 h_0 , 则 ν 约为3.5)。

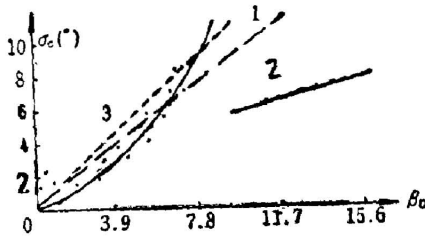


Fig. 1 Comparison of theory with experiment^[3]

1—formula (19); 2—formula (14) in Reference [3];
3—formula (18)

$(x/F=1, \lambda=0.63 \mu\text{m}, x=1750 \text{ m}, \alpha_0=15.1 \text{ cm},$
 $K_0=0 \text{ m}^{-1}, h_0=\bar{h}=1.75 \text{ m}, P_s=10^7 \text{ m})$

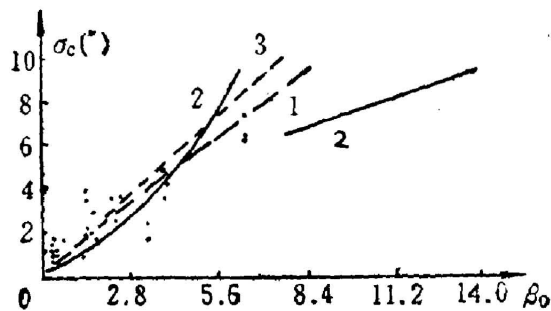


Fig. 2 Comparison of theory with experiment^[3]

1—formula (17); 2—formula (14) in Reference [3];
3—formula (16)

$(x/F=1, \lambda=0.63 \mu\text{m}, x=1750 \text{ m}, \alpha_0=7.5 \text{ cm},$
 $h_0=\bar{h}=1.3 \text{ m}, K_0=0 \text{ m}^{-1}, P_s=10^7 \text{ m})$

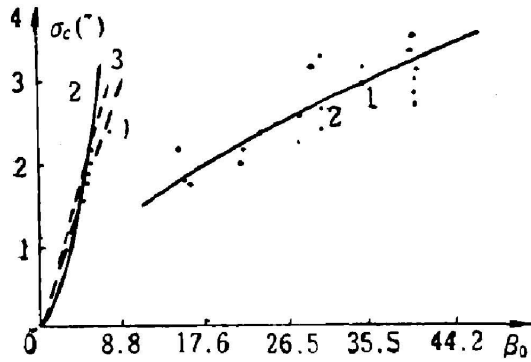


Fig. 3 Comparison of theory with experiment^[3]

1—Eq. (17); 2—Eq. (14) and Eq. (20)
in Reference [3]; 3—Eq. (16)

($x/F=1$, $x=18.5$ km, $\alpha_0=18.5$ cm, $K_0=4.5$ m⁻¹ ($\beta_0>10$),
 $K_0=0$ m⁻¹ ($\beta_0<10$), $h_0=2$ m, $\bar{h}=4$ m, $P_s=10^7$ m)

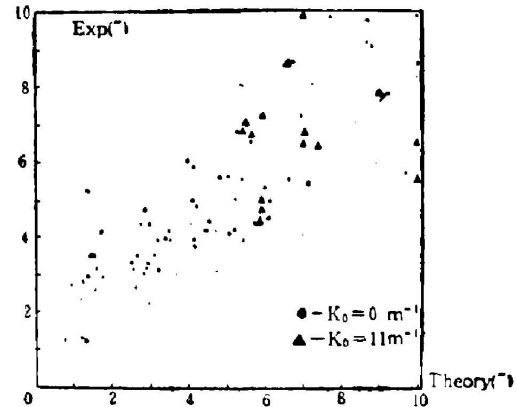


Fig. 4 Comparison of theory with experiment
for rms displacement angle

($x/F=1$, $P_s=10^7$ m, $x=1000$ m, $\alpha_0=5$ cm,
 $h_0=\bar{h}=1.75$ m, $\lambda=0.63$ μ m)

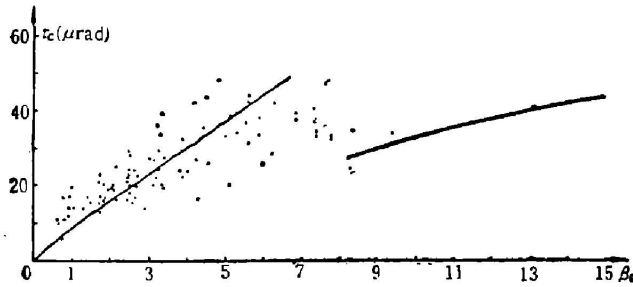


Fig. 5 Comparison of calculated results with experiment

($x/F=1$, $P_s=10^7$ m, $x=1000$ m, $\alpha_0=5$ cm, $K_0=0$ m⁻¹ ($\beta_0<9$),
 $K_0=11$ m⁻¹ ($\beta_0>11$), $h_0=\bar{h}_0=1.75$ m, $\lambda=0.63$ μ m)

四、总 结

我们通过分析产生漂移的原因和湍流大气中相位起伏、复振幅所服从的统计规律,在假设光波的复振幅服从正态分布的前提下,导出了同时适用于弱起伏区和强起伏区的光源空间部分相干光束的漂移起伏方差的统一表达式。通过与实验资料的比较可以看到,所得结果较好地与实验资料相符合。

本文完成过程中曾得到顾慰渝同志的帮助,作者对此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] V. P. Lukin, V. M. Sazanovich; *Radiophys. & Quant. Electron.*, 1980, **23**, No. 6 (Jun), 484.
- [2] V. E. Zuev; *Laser Beams in the Atmosphere*, (Consultants Bureau, New York, 1982), Chap 4.
- [3] V. I. Mironov, V. V. Nosov; *J. O. S. A.*, 1977, **67**, No. 8 (Aug), 1073.
- [4] J. C. Leader; *J. O. S. A.*, 1978, **68**, No. 2 (Feb), 175.
- [5] R. Fanta; *Proc. IEEE*, 1980, **68**, No. 11 (Nov), 1424.

- [6] S. C. H. Wang *et al.*; *J. O. S. A.*, 1979, **69**, No. 9 (Sep), 1297.
[7] R. Fanta; *Proc. IEEE*, 1975, **63**, No. 12 (Dec), 1669.

Theory of laser beam displacement in turbulent atmosphere

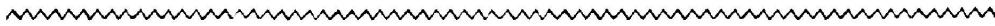
ZHANG YIXIN, SONG ZHENGFANG AND GONG ZHIBEN

(*Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei*)

(Received 21 June 1985; revised 24 September 1985)

Abstract

The displacement of a spatially partial coherent light beam propagating through turbulent atmosphere has been studied by assuming Gaussian distribution of the wave complex amplitude. The formula of the beam displacement was obtained, which agrees with experimental data in both weak and strong intensity fluctuation regions.



本 刊 更 正

- 1985, **5**, No. 12, p. 1097 的第二作者应是 陈丽吟。
1986, **6**, No. 1, p. 49 的第一作者应是 蒋时俊。
1986, **6**, No. 1, p. 88 的 Fig. 2 应 旋转 180° 看。

特向读者、作者致歉!

编辑部