第6卷 第4期
1986年4月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 6, No. 4
April, 1986

激光等离子体中调制的光电自生磁场

朱莳通 (中国科学院上海光学精密机械研究所)
沈文达 (上海科学技术大学物理系)

提 要

本文研究了激光等离子体中与光电效应相联系的自生磁场，在 s 偏振光斜入射到静止等温等离子体的情况下，得到了时间上和空间上调制的自生磁场的解析解。

一、引 言

关于激光等离子体中与光电效应相联系的自生磁场，Алиев 等人[1]和我们[2]都已作了研究。但是，他们讨论的是平面靶中的准稳态磁场，我们讨论的是球几何结构中的稳态磁场，两者都没有考虑磁场对时间的二阶导数，因而对于这种由光电机制引起的自生磁场的整个空间分布及其随时间的演化，还是了解得不够清楚。由于自生磁场对吸收、输运和二次谐波的发射都有显著的影响[3]以及目前对吸收、二次谐波等的研究已深入到精细结构[4]，因而进一步细致地分析自生磁场的空间分布和时间演化，对于激光等离子体相互作用的深入研究是有重要意义的。本文导出了计及瞬态特性的光电自生磁场所满足的方程，在 s 偏振光斜入射到一维不均匀静止等温等离子体的情况下，求得了自生磁场的解析解。结果表明，考虑了自生磁场对时间的二阶导数后，在其表达式中，除了含有反映稳态特性的项外，还出现表征瞬态特性的项，自生磁场呈现时间和空间调制。自生磁场的这种特点，会影响二次谐波精细结构出现的阈值及其频谱成分，这将在另文中加以探讨。

二、基 本 方 程

在激光等离子体中，描述自生磁场形成的方程，可以通过把电子和离子看作流体，由流体动力学方程和麦克斯韦方程导出。电子、离子的连续性方程为

$$\frac{\partial n_e}{\partial t}+\nabla\cdot(n_e\boldsymbol{u}_e)=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\nabla\cdot(n_i\boldsymbol{u}_i)=0。 \tag{2}$$

它们的运动方程为

$$m\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{u}_e\cdot\nabla\right)\boldsymbol{u}_e=e\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{u}_e\times\boldsymbol{B}}{c}\right)-\left(\frac{\nabla\cdot\overleftrightarrow{p}_e}{n_e}\right)-m\nu_e(\boldsymbol{u}_e-\boldsymbol{u}_i), \tag{3}$$

$$M\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{u}_i\cdot\nabla\right)\boldsymbol{u}_i=-ez\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{u}_i\times\boldsymbol{B}}{c}\right)-\left(\frac{\nabla\cdot\overleftrightarrow{p}_i}{n_i}\right)-M\nu_i(\boldsymbol{u}_i-\boldsymbol{u}_e)。 \tag{4}$$

收稿日期：1985年8月22日；收到修改稿日期：1985年10月30日

等离子体中的麦克斯韦方程为

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t},\tag{5}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{j}_e+\boldsymbol{j}_i)+\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t},\tag{6}$$

$$\boldsymbol{j}_e=en_e\boldsymbol{u}_e,\quad \boldsymbol{j}_i=-ezn_i\boldsymbol{u}_i,\tag{7}$$

其中，m、e、n_e、$\boldsymbol{u}_e$、$\overleftrightarrow{p}_e$、ν_e 和 $\boldsymbol{j}_e$ 分别为电子的质量、电荷、密度、速度、压力张量、电子的碰撞频率和电流密度，M、ez、n_i、$\boldsymbol{u}_i$、$\overleftrightarrow{p}_i$、ν_i 和 $\boldsymbol{j}_i$ 分别为离子的质量、电荷、密度、速度、压力张量、碰撞频率和电流密度。$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 为电场强度和磁场强度。

把可变物理量分成高频部分(通过加下标"h"来表示，例如 n_{eh}、$\boldsymbol{u}_{eh}$、$\boldsymbol{E}_h$ 等)和低频部分(加下标"l"来表示，例如 n_{el}、$\boldsymbol{u}_{el}$、$\boldsymbol{E}_l$ 等)之和，然后对高频场周期求平均，可以得到高频场中电子运动方程、连续性方程和麦克斯韦方程

$$\frac{\partial\boldsymbol{u}_{eh}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}_{el}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_{eh}+(\boldsymbol{u}_{eh}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_{el}=\frac{e\boldsymbol{E}_h}{m}+\frac{e}{mc}(\boldsymbol{u}_{el}\times\boldsymbol{B}_h+\boldsymbol{u}_{eh}\times\boldsymbol{B}_l)-\nu_e\boldsymbol{u}_{eh}-\frac{\nabla\cdot\overleftrightarrow{p}_{eh}}{mn_{el}},\tag{8}$$

$$\frac{\partial n_{eh}}{\partial t}+\nabla\cdot(n_{eh}\boldsymbol{u}_{el}+n_{el}\boldsymbol{u}_{eh})=0,\tag{9}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}_h=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}_h}{\partial t},\tag{10}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}_h=\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}_h}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}(en_{el}\boldsymbol{u}_{eh}+en_{eh}\boldsymbol{u}_{el})。\tag{11}$$

而低频的电子、离子运动方程、连续性方程和麦克斯韦方程为

$$\frac{\partial\boldsymbol{u}_{el}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}_{el}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_{el}=\frac{e\boldsymbol{E}_l}{m}+\frac{e}{mc}(\boldsymbol{u}_{el}\times\boldsymbol{B}_l)-\frac{\nabla\overleftrightarrow{p}_e}{mn_{el}}-\nu_e(\boldsymbol{u}_{el}-\boldsymbol{u}_{il})+\frac{\boldsymbol{F}_l}{m},\tag{12}$$

$$\frac{\partial n_{el}}{\partial t}+\nabla\cdot(n_{el}\boldsymbol{u}_{el}+\langle n_{eh}\boldsymbol{u}_{eh}\rangle)=0,\tag{13}$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{u}_{il}}{\partial t}+(\boldsymbol{u}_{il}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_{il}=-\frac{ez\boldsymbol{E}_l}{M}-\frac{ez(\boldsymbol{u}_{il}\times\boldsymbol{B}_l)}{Mc}-\frac{\nabla\cdot\overleftrightarrow{p}_{il}}{Mn_{il}}-\nu_i(\boldsymbol{u}_{il}-\boldsymbol{u}_{el}),\tag{14}$$

$$\frac{\partial n_{il}}{\partial t}+\nabla\cdot(n_{il}\boldsymbol{u}_{il})=0,\tag{15}$$

$$\nabla\boldsymbol{E}_l=-\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{B}_l}{\partial t},\tag{16}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B}_l=\frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{J}_{dl}+\boldsymbol{J}_{2l})+\frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}_l}{\partial t},\tag{17}$$

其中

$$\boldsymbol{J}_{dl}=en_{el}\boldsymbol{u}_{el}-ezn_{il}\boldsymbol{u}_{il},\quad \boldsymbol{J}_{2l}=e\langle n_{eh}\boldsymbol{u}_{eh}\rangle,$$

$$\boldsymbol{F}_l=\left\langle\frac{e}{c}(\boldsymbol{u}_{eh}\times\boldsymbol{B}_h)-m(\boldsymbol{u}_{eh}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}_{eh},\right\rangle,$$

$\boldsymbol{F}_l$ 为有质动力，"$\langle\ \ \rangle$"表示对高频场周期求平均。

假定 $zn_{il}=n_{el}=n_l$；$M\gg m$，$\tau_\nu\ll\tau_s$ (τ_ν 为电子两次碰撞之间的时间，τ_s 为慢变化量特征时间)，并用标量压力代替压力张量，那末，在忽略 $\boldsymbol{u}_l$ 及 $\boldsymbol{J}_{dl}$ 的非线性项的情况下，低频运动方程(12)～(15)式等价于下面的方程

$$\frac{\partial(n_l\boldsymbol{u}_l)}{\partial t}=\frac{1}{Mc}(\boldsymbol{J}_{dl}\times\boldsymbol{B}_l)-\frac{T\nabla n_l}{M}-\frac{n_l\nabla T}{M}+\frac{n_l\boldsymbol{F}_l}{M}, \tag{18}$$

$$\frac{\partial n_l}{\partial t}+\nabla\cdot\left(n_l\boldsymbol{u}_l+\frac{m}{eM}\boldsymbol{J}_{2l}\right)=0, \tag{19}$$

$$\boldsymbol{J}_{dl}=\sigma\boldsymbol{E}_l-\frac{\sigma\nabla p_{el}}{en_l}+\frac{\sigma}{cen_l}(\boldsymbol{J}_{dl}\times\boldsymbol{B}_l)+\frac{\sigma}{c}(\boldsymbol{u}_l\times\boldsymbol{B}_l)+\frac{\sigma}{c}\boldsymbol{F}_l, \tag{20}$$

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{J}_{dl}+\boldsymbol{J}_{2l})=0, \tag{21}$$

式中

$$\boldsymbol{u}_l=\frac{Mn_{il}\boldsymbol{u}_{il}+mn_{el}\boldsymbol{u}_{el}}{Mn_{il}+mn_{el}} \tag{22}$$

是等离子体整体运动速度。利用(17)式，把 $\boldsymbol{J}_{dl}$ 用 $\boldsymbol{B}_l$、$\boldsymbol{E}_l$ 和 $\boldsymbol{J}_{2l}$ 表示，则(20)式可以化为

$$\nabla^2\boldsymbol{B}_l-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{B}_l}{\partial t^2}-\frac{4\pi\sigma}{c^2}\frac{\partial\boldsymbol{B}_l}{\partial t}-\frac{\sigma}{ce}\nabla\times\left[\frac{\boldsymbol{B}_l\times(\nabla\times\boldsymbol{B}_l)}{n_l}\right]$$
$$-\frac{\sigma}{c^2e}\left\{\nabla\times\frac{[(\partial\boldsymbol{E}_l/\partial t)\times\boldsymbol{B}_l]}{n_l}\right\}$$
$$-\frac{4\pi\sigma}{c^2e}\nabla\times\left[\frac{1}{n_l}(\boldsymbol{J}_{2l}\times\boldsymbol{B}_l)\right]+\frac{4\pi\sigma}{c^2}\nabla\times(\boldsymbol{u}_l\times\boldsymbol{B}_l)=-\frac{4\pi}{c}\nabla\times(\boldsymbol{J}_{1l}+\boldsymbol{J}_{2l}+\boldsymbol{J}_{3l}), \tag{23}$$

其中

$$\boldsymbol{J}_{1l}=-\frac{\sigma}{e}T\nabla\ln n_l,\quad \boldsymbol{J}_{2l}=e\langle n_{eh}u_{eh}\rangle=\alpha\mathrm{Im}[\boldsymbol{E}_1^*\nabla\cdot(n_l\boldsymbol{E}_1)],$$
$$\boldsymbol{J}_{3l}=\boldsymbol{j}'_{3l}+\boldsymbol{j}''_{3l},\qquad \boldsymbol{j}'_{3l}=\alpha\mathrm{Im}[\boldsymbol{E}_1^*\times(\nabla\times n_l\boldsymbol{E}_1)],$$
$$\boldsymbol{j}''_{3l}=\frac{4\pi\sigma\alpha}{\omega}r_{De}^2\,\mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}_1^*\times[\nabla\ln n_l\times\nabla(\nabla\cdot n_l\boldsymbol{E}_1)]\},$$

式中 $\sigma=(n_le^2/m\nu_2)$ 为电子的电导率，$r_{De}^2=(v_{Te}^2/\omega_p^2)$ 为电子的德拜半径的平方，

$$\alpha=\frac{e^3}{2m^2\omega^3},\quad \boldsymbol{F}_l=-\frac{\nabla|\boldsymbol{E}_1|^2}{2m\omega^2}+\frac{e^4}{2m^2\omega^3\sigma}\mathrm{Im}[\boldsymbol{E}_1^*\times(\nabla\times n_l\boldsymbol{E}_1)],$$

这里 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_1^*$ 是等离子体中高频场 $\boldsymbol{E}_h=(1/2)[\boldsymbol{E}_1\exp(-i\omega t)+c.c]$ 的振幅，$\boldsymbol{E}_h$ 满足下面的方程

$$\nabla^2\boldsymbol{E}_h-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}_h}{\partial t^2}-\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{E}_h)-\frac{4\pi e}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}(n_{el}\boldsymbol{u}_{eh}+n_{eh}\boldsymbol{u}_{el})=0。 \tag{24}$$

由(23)式可以看到，方程右边的 $\boldsymbol{J}_{1l}$、$\boldsymbol{J}_{2l}$、$\boldsymbol{J}_{3l}$ 是产生低频磁场的源项。其中 $\boldsymbol{J}_{1l}$ 与热源相联系，$\boldsymbol{J}_{2l}$ 与共振吸收的机制相联系，$\boldsymbol{J}_{3l}$ 是决定于高频压力的非线性电流，$\boldsymbol{J}_{3l}$ 中的 $\boldsymbol{j}'_{3l}$ 与光电效应相联系，$\boldsymbol{j}''_{3l}$ 反映了电子的热运动对高频压力的影响。方程(23)左边的第四项和第五项表示低频场的非线性效应。第六项和第七项反映了位移电流和等离子体运动对磁场的影响。显然，要包括所有的效应来解方程(23)是困难的。本文将只限于讨论垂直于 XOY 平面的 s 偏振光 $\boldsymbol{E}_h=(1/2)[E_0\exp[i(kx\cos\theta+ky\sin\omega t)]+c.c]\boldsymbol{e}_z$，斜入射到 $x\geqslant0$ 的静止等温等离子体的情况。这时，$\boldsymbol{J}_{2l}=0$，$\boldsymbol{J}_{3l}$ 中的 $\boldsymbol{j}''_{3l}=0$，$\nabla\times\boldsymbol{J}_{1l}=0$，这样，(23)式右边只剩下与光电效应相联系的高频压力所产生的非线性电流项 $\nabla\times\boldsymbol{J}_{3l}=\nabla\times\boldsymbol{j}'_{3l}$。又由于等离子体是静止的，$\boldsymbol{u}_l=0$。于是，对于只是 x、t 的函数的低频量 $\boldsymbol{B}_l$，左边只剩下头三项。方程(23)式简化成

$$\frac{\partial^2B_{zl}}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2B_{zl}}{\partial t^2}-\frac{4\pi\sigma}{c^2}\frac{\partial B_{zl}}{\partial t}=-Q(x,t), \tag{25}$$

$$Q(x,t)=\frac{4\pi}{c}(\nabla\times\boldsymbol{j}'_{3l})_z=\frac{4\pi\sigma}{c}\{\nabla\times\mathrm{Im}[\boldsymbol{E}_1^*\times(\nabla\times n_l\boldsymbol{E}_1)]\}_z。$$

如果不考虑低频场对高频场的耦合，并且假定电子密度呈线性分布 $n_l=n_c x/L$，则(24)式可以简化成

$$\frac{d^2\boldsymbol{E}_1}{d\xi}-\xi\boldsymbol{E}_1=0, \tag{26}$$

这里 $\xi=(\omega^2/c^2L)^{1/3}(x-x_r)$，$x_r=L\cos^2\theta$为临界面至 $x=0$ 处的距离，n_c 为电子临界密度。(25)式比文献[1]中(9)式多了一项 $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B_{zl}}{\partial t^2}$，它反映了自生磁场的瞬态特性。

三、方程的解及其特点

方程(26)式的解为 Airy 函数[5]。于是，等离子体中的高频场振幅为

$$\boldsymbol{E}_1=2\sqrt{\pi}\ E_0\left(\frac{\omega L\cos^2\theta}{c}\right)^{1/6}\exp\left[i\left(\frac{\omega}{c}y\sin\theta+\frac{2\omega L}{3c}\cos^2\theta-\frac{\pi}{4}\right)\right]A_i(\xi)\boldsymbol{e}_z。 \tag{27}$$

利用文献[6]中的(7.5)式，我们得到方程(25)式的解为

$$\begin{aligned}B_{zl}=&-\frac{\beta c^2}{\pi}\left(\frac{\omega^2}{c^2L}\right)^{1/3}\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'\int_0^t dt'\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d}{d\xi'}[(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')]\\&\times\frac{\sin\sqrt{c^2k^2-4\pi^2\sigma^2}\,(t-t')}{\sqrt{c^2k^2-4\pi^2\sigma^2}}\exp\left[-2\pi\sigma(t-t')+ik\left(\frac{\omega^2}{c^2L}\right)^{-\frac{1}{3}}(\xi-\xi')\right]\\=&\beta(-X+2\pi\sigma e^{-2\pi\sigma t}S_1+e^{-2\pi\sigma t}S_2),\end{aligned} \tag{28}$$

其中

$$X=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')L_0,$$

$$S_1=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')L_1,\quad S_2=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')L_2,$$

$$L_0=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}dk\ \frac{\sin[k(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}(\xi-\xi')]}{k}=\mathrm{sgn}(\xi-\xi'),$$

$$\begin{aligned}L_1=&\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}dk\ \frac{\sin[k(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}(\xi-\xi')]\sin\sqrt{c^2k^2-4\pi^2\sigma^2}\,t}{k\sqrt{c^2k^2-4\pi^2\sigma^2}}\\=&\mathrm{sgn}(\xi-\xi')\left\{\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}\left[a_{l,m}t^{2l-2m}|\xi-\xi'|^{2m+1}\Theta\left(ct-\left(\frac{\omega^2}{c^2L}\right)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|\right)\right.\right.\\&\left.\left.+b_{l,m}t^{2l+1}\Theta\left(\left(\frac{\omega^2}{c^2L}\right)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|-ct\right)\right]\right\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_2=&\int_0^{\infty}dk\ \frac{\sin[k(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}(\xi+\xi')]\cos\sqrt{c^2k^2-4\pi^2\sigma^2}\,t}{k}\\=&\mathrm{sgn}(\xi-\xi')\left\{\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{l-1}[2(l-m)a_{l,m}t^{2l-2m-1}|\xi-\xi'|^{2m+1}\Theta(ct-(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|)\right.\\&\left.+2(l-m)b_{l,m}t^{2l}\Theta((\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|-ct)]+\Theta[(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|-ct]\right\},\end{aligned}$$

$$\mathrm{sgn}(\xi-\xi')=\begin{cases}1 & (\xi>\xi'),\\-1 & (\xi<\xi'),\end{cases}$$

$$\Theta(\xi-\xi')=\begin{cases}1 & (\xi>\xi'),\\0 & (\xi<\xi'),\end{cases}$$

$$a_{l,m}=\frac{b_{l,m}L^{(2m+1)/3}}{c^{(2m+1)/3}\omega^{2(2m+1)/3}},\quad b_{l,m}=\frac{(-1)^m\pi^{2l}\sigma^{2l}c_l^m}{(l!)^2(2m+1)},$$

$$c_l^m=\frac{l!}{m!(l-m)!},\qquad \beta=\frac{\pi e E_0^2\sin\theta\cos^{2/3}\theta}{m\omega c}。$$

利用 Airy 函数乘积的积分公式[7]，可以求得

$$\begin{aligned}X&=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')\,\mathrm{sgn}(\xi-\xi')\\&=[2W_1(\xi)-W_1(-\xi_r)+2\xi_rW_0(\xi)-\xi_rW_0(-\xi_r)]\Theta(\xi+\xi_r)\\&\quad+[W_1(-\xi_r)+\xi_rW_0(-\xi_r)]\Theta(-\xi_r-\xi),\end{aligned}\tag{29}$$

$$\begin{aligned}Y&=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)|\xi-\xi'|^{2m+1}A_i^2(\xi')\Theta[ct-(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|]\,\mathrm{sgn}(\xi-\xi')\\&=\sum_{\mu=0}^{2m+1}(-1)^{\mu}C_{2m+1}^{\mu}\{\xi^{2m+1-\mu}[W_{\mu+1}(\xi)-W_{\mu+1}(\xi-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}})+\xi_rW_{\mu}(\xi)\\&\quad-\xi_rW_{\mu}(\xi-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}})]\Theta[\xi+\xi_r-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]+\xi^{2m+1-\mu}[W_{\mu+1}(\xi)\\&\quad-W_{\mu+1}(-\xi_r)+\xi_rW_{\mu}(\xi)-\xi_rW_{\mu}(-\xi_r)]\Theta(\xi+\xi_r)\,\Theta[-\xi-\xi_r+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\\&\quad-\xi^{\mu}[W_{2m+2-\mu}(\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}})-W_{2m+2-\mu}(-\xi_r)-\xi_rW_{2m+1-\mu}(\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}})\\&\quad-\xi_rW_{2m+1-\mu}(-\xi_r)]\Theta(-\xi-\xi_r)\Theta(\xi+\xi_r+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}),\end{aligned}\tag{30}$$

$$\begin{aligned}Z&=\int_{-\xi_r}^{\infty}d\xi'(\xi'+\xi_r)A_i^2(\xi')\Theta[(\omega^2/c^2L)^{-\frac{1}{3}}|\xi-\xi'|-ct]\,\mathrm{sgn}(\xi-\xi')\\&=\{W_1[\xi-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]-W_1(-\xi_r)+\xi_rW_0[\xi-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\\&\quad-\xi_rW_0(-\xi_r)\}\Theta[\xi+\xi_r-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]+\{W_1[\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\\&\quad+\xi_rW_0[\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\Theta(\xi+\xi_r)+\{W_1[\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\\&\quad+\xi_rW_0[\xi+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\}\Theta[\xi+\xi_r+ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}]\Theta(-\xi_r-\xi)\\&\quad+[W_1(-\xi_r)+\xi_rW_0(-\xi_r)]\Theta[-\xi-\xi_r-ct(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}],\end{aligned}\tag{31}$$

$$S_1=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}(a_{l,m}t^{2l-2m}Y+b_{l,m}t^{2l+1}Z),\tag{32}$$

$$S_2=\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{l-1}[2(l-m)a_{l,m}t^{2l-2m-1}Y+2(l-m)b_{l,m}t^{2l}Z]+Z。\tag{33}$$

把(32)和(33)式代入(28)式，我们得到

$$\begin{aligned}B_{sl}(x,t)=B_{sl}(\xi,t)&=\beta\{-X+2\pi\sigma\exp(-2\pi\sigma t)\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}[a_{l,m}t^{2l-2m}Y\\&\quad+b_{l,m}t^{2l+1}Z]+\exp(-2\pi\sigma t)\sum_{l=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{l-1}[2(l-m)a_{l,m}t^{2l-2m-1}Y\\&\quad+2(l-m)b_{l,m}t^{2l}Z]+\exp(-2\pi\sigma t)Z\},\end{aligned}\tag{34}$$

式中的 X、Y、Z 由(29)、(30)和(31)式给出，而 X、Y、Z 中的 W_s 是 Airy 函数乘积的积分

$$W_s(\eta)=\int\eta^sA_i^2(\eta)d\eta。\tag{35}$$

从自生磁场的解析表达式(34)可以看到，自生磁场具有下列特点：

(1) 自生磁场正比于 β，即正比于 $E_0^2\sin\theta\cos^{2/3}\theta$，这表明入射激光强度越高，形成的自生磁场越强；而对于法向入射，由这种机制引起的自生磁场为零。这与文献[1]的结论相同。

(2) 在(34)式中，除了第一项 βX 与时间无关外，其余各项都含有一个随时间指数衰减的因子。当 $t=0$, (34)式中含求和项的项为零，只剩下 $-\beta X$ 和 $\exp(-2\pi\sigma t)\beta Z$, 而 Z 在 $t\to 0$ 时与 X 相同，因而，正如我们所期待的，在 $t=0$ 时，$B_{sl}(x, t)$ 为零，这是合理的。而当 $t\to\infty$ 时，除第一项外，其余各项都为零，所以第一项代表稳态解，而包含因子 $\exp(-2\pi\sigma t)$ 的项表示瞬态特性和随时间的演化。

(3) 与文献[1]不同的是由于 (34) 式中含有 X、Y 和 Z, 它们都是 Airy 函数及其导数的函数，所以自生磁场无论在时间上还是在空间上都表现出调制和阻尼的行为。自生磁场达到稳态后，在 $\xi<0$ (即 $x<x_r$) 的空间区域内，具有振荡的特性，在 $\xi>0$(即 $x>x_r$) 的空间区域内迅速衰减。而且，由于 Airy 函数的宗量 $\xi=(\omega^2/c^2L)^{\frac{1}{3}}(x-x_r)$ 含有入射角($x_r=L\cos^2\theta$)及等离子体标度长度 L 等因子，自生磁场对入射角 θ 及标度长度 L 的依赖关系也比文献[1]中的复杂，因而(34)式更细致地描述了自生磁场空间分布的精细结构及其随时间的演化。

参 考 文 献

[1] Ю. М. Алиев, В. Ю. Бызеков; *Физика Плазмы*, 1980, **6**, № 1 (Янв-Фев), 80.

[2] 沈文达，朱莳通；《物理学报》, 1983, **32**, No. 8 (Aug), 1035.

[3] W. L. Kruer, K. G. Estabrook; in 《*Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*, **4B** Ed H. J. Schwarz & H. Hora》, (New York, Plenum Press, 1977), 709.
J. A. Stamper; *ibid*, 721.

[4] 谭维翰，余文炎等；《光学学报》, 1982, **2**, No. 3 (May), 193.
余文炎，谭维翰等；《中国科学》(A 辑), 1982, No. 11 (Nov), 1047.

[5] V. L. Ginzburg; 《*The Progogation of Electromagnetic Waves in Plasmas*》, (Oxford, Pergaman, 1970), 324.

[6] Д. 伊凡宁柯，A. 索科洛夫；《经典场论》, (科学出版社, 1958), 22.

[7] J. R. Albright; *J. Phyt.* (*Δ*), 1977, **10**, No. 4 (Apr), 485.
王仁川；《物理学报》, 1981, **30**, No. 1 (Jan), 74.

Modulated photoelectric spontaneous magnetic field in a laser plasma

ZHU SHITONG

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

SHEN WENDA

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology)

(Received 22 August 1985; revised 30 October 1985)

Abstract

The spontaneous magnetic field associated with photoelectric effect in a laser plasma is studied. The analytic solution for the spontaneous magnetic field temporarily and spatially modulated under oblique incidence of s-polarized light into a static isothermal plasma is obtained.