

# Weigert 效应的理论分析\*

张春平 王 良 李浩亮 贺开宇 张光寅  
(南开大学物理系)

## 提 要

利用各向异性非均匀介质的有效介质理论并根据实验测量的结果分析和研究了 Weigert 效应产生的二向色性片的光学和光谱特性。理论计算与测量结果相一致。

## 一、引 言

Weigert 效应<sup>[1]</sup>是一种光致二向色性。利用偏振光可使含有卤化银的乳胶具有二向色性。

近年来由于激光技术和光学信息处理技术的发展, Weigert 效应被用来实现黑白底片衬度反转、图像相减、干涉计量<sup>[2]</sup>和假彩色编码<sup>[3]</sup>等。有关的应用报道较多,而对它的机理研究则较少。研究 Weigert 效应的机理掌握和运用它的规律性,对开拓这种效应的应用是十分重要的。本文利用处理各向异性有效介质的理论计算二向色性的各个参量,并对它们进行分析。所得到的理论计算结果与测量结果相一致。

## 二、理 论

### 1. 银、氯化银和明胶系统

一般用来制作光致二向色性片的材料是卤化银超微粒干板。先用漂白液将曝光、显影、定影后的乳胶干板漂白为透明,即将 Ag 转化为光敏的 AgCl。然后用线偏振光照射,诱导 AgCl 裂解为超细颗粒的银,即得到具有二向色性的片子。利用电子显微镜观察表明,夏天晒的二向色性片呈棕红色,其银颗粒呈球形、直径约 200~300 Å,冬天晒的呈红褐色,银颗粒直径约 500~700 Å,银颗粒在明胶中的空间分布是各向异性的(如图 1 所示)。即沿诱导光偏振方向的银颗粒的密度较垂直方向的小。其中还有少数银颗粒呈椭球形,大部分椭球形的短轴是沿着诱导光的偏振方向。

为了理论分析方便起见,我们将银微粒的空间分布简化为图 2(a)中的模型,而把近似椭球形的银颗粒简化为图 2(b)中的模型。把氯化银颗粒的分布考虑为均匀分布的球形颗粒,如图 2(c)。这是由于我们已从实验上证实了氯化银颗粒对二向色性没有贡

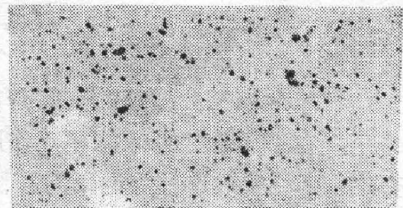


Fig. 1 Spatial distribution of silver particles in gelatin

收稿日期: 1984年11月29日; 收到修改稿日期: 1985年7月31日。

\* 本文曾被全国第二届固体光学性质学术会议录用。

\* 本工作为中国科学院科学基金资助的课题。

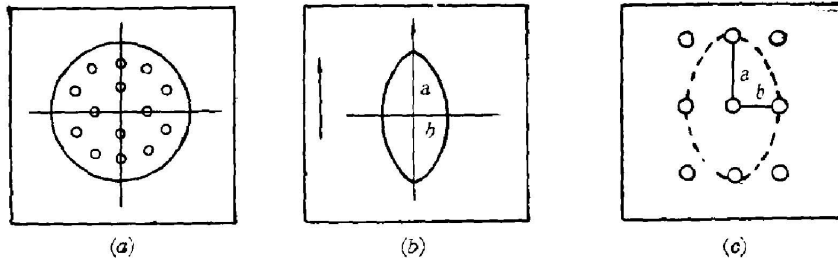


Fig. 2

(a) Ellipsoid of probability contour formed by spherical particles; (b) Ellipsoid silver particles;  
(c) Spherical particles exhibiting uniform distribution

献, 仅对各向同性的吸收系数和介电常数有贡献。

由于明胶中的银颗粒和氯化银颗粒的大小约为可见光波长的  $1/10 \sim 1/20$ , 而且它们在明胶中的含量较小, 因此, 由银、氯化银和明胶组成的各向异性非均匀介质的光学和光谱性质需要使用描述各向异性非均匀介质的有效介质理论<sup>[4,5]</sup>。并把银颗粒分为分布各向异性 and 形状各向异性两类<sup>[6]</sup>。球形颗粒可以作为长短轴相等的椭球的特例。

## 2. 有效介质理论

非均匀介质的基底——明胶在可见区的介电常数  $\epsilon_1$  可认为是常数。这时, 非均匀介质的有效介电函数可用下式描述<sup>[5]</sup>:

$$\epsilon' = \epsilon_1 \left[ 1 + \frac{q(\epsilon_s - \epsilon_1)}{\epsilon_1 + (\epsilon_s - \epsilon_1)(L - q/3)} \right], \quad (1)$$

式中  $q$  为填充介质球与明胶的体积比(即填充因子),  $L$  是与长短轴比值  $a/b$  有关的形状因子, 当外光场沿着长轴  $a$  取向时, 取  $L$  为  $L_a$ , 当外光场沿  $b$  轴取向时, 取  $L$  为  $L_b$ , 对于所考虑的扁长椭球 ( $a > b$ )

$$L_a = \frac{1-e}{e^2} \left( -1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1+e}{1-e} \right), \quad (2)$$

$$L_b = \frac{1}{2} (1 - L_a), \quad (3)$$

$$e = 1 - (b^2/a^2), \quad F = b/a. \quad (4)$$

当  $a = b$  时, 椭球变为球形,  $L_a = L_b = 1/3$ , 则非均匀介质的介电函数公式变为

$$\epsilon' = \epsilon_1 \left[ 1 + \frac{3q(\epsilon_s - \epsilon_1)}{3\epsilon_1 + (\epsilon_s - \epsilon_1)(1-q)} \right]. \quad (5)$$

在球形填充介质球的空间密度分布为各向异性时, 需要考虑邻近球的各向异性作用的修正。在不考虑邻近球的相互作用时, 对被介电常数为  $\epsilon_1$  的介质所包围的介电常数为  $\epsilon_s$  的介电物质, 求解这种静电学问题, 可归结为求解真空内介电常数为  $\epsilon_s/\epsilon_1$  的介电物体的静电学问题<sup>[6]</sup>。因此, 在外场  $E_0$  中的介质极化强度为

$$4\pi \mathbf{P} = (\epsilon_s/\epsilon_1 - 1) \mathbf{E}_0. \quad (6)$$

现在考虑周围邻近球的各向异性作用时, 应对外场  $E_0$  附加一个修正, 应用有效外电场  $E_e$  代替  $E_0$ , 同时  $\mathbf{P}$  由相应的修正的平均极化强度  $\mathbf{P}'$  代替。

$$\mathbf{E}_e = \mathbf{E}_0 + 4\pi L \mathbf{P}', \quad (7)$$

$4\pi L \mathbf{P}'$  为考虑相互作用时的外电场修正项, 即洛伦兹腔场修正<sup>[7]</sup>。这里的洛伦兹腔为椭球

形,它是按照球形粒子分布的等几率椭球面选取的,这时  $\mathbf{P}'$  与  $\mathbf{E}_0$  的关系式为

$$4\pi\mathbf{P}' = \left(\frac{\varepsilon'_s}{\varepsilon_1} - 1\right)(\mathbf{E}_0 + 4\pi L\mathbf{P}'), \quad (8)$$

式中  $\varepsilon'_s$  为不考虑相互作用时,局部区域中非均匀介质的有效介电函数。从理论上讲,可以把颗粒相互作用引起的附加场考虑为非均匀介质的有效介电函数的改变,而外场不改变,这时平均极化场仍具有一般形式

$$4\pi\mathbf{P}' = \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_1} - 1\right)\mathbf{E}_0. \quad (9)$$

由(8)式和(9)式得到

$$\varepsilon' = \varepsilon_1 \left[ 1 + \frac{q(\varepsilon_s - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1 + \frac{1}{3}(1 - q - 3Lq)(\varepsilon_s - \varepsilon_1)} \right]. \quad (10)$$

这就是各向异性粒子分布情况下的非均匀介质的有效介电函数。

综合球形均匀各向同性分布、球形各向异性分布和椭球形三种情况,得出有效介电函数的统一表示式为

$$\varepsilon' = \varepsilon_1 \left[ 1 + \frac{q(\varepsilon_s - \varepsilon_1)}{\varepsilon_1 + c(\varepsilon_s - \varepsilon_1)} \right], \quad (11)$$

其中

$$c = \begin{cases} \frac{1}{3}(1 - q) & \text{球形均匀分布,} \\ \frac{1}{3}(1 - q - 3L_1q) & \text{球形各向异性分布,} \\ L_2 - q/3 & \text{椭球形均匀分布.} \end{cases} \quad (12)$$

介电函数  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_s$  和有效介电函数  $\varepsilon'$  均可写为实部和虚部之和的形式:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + i\varepsilon_{12}, \quad (13)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{s1} + i\varepsilon_{s2}, \quad (14)$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_1 + i\varepsilon_{20}. \quad (15)$$

将(13)~(15)式代入(11)式,得

$$\varepsilon' = \varepsilon'_1 + i\varepsilon'_2 = (\varepsilon_{11} + i\varepsilon_{12}) \left[ 1 + q \frac{(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11}) + i(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12})}{\varepsilon_{11} + c(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11}) + i[\varepsilon_{12} + c(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12})]} \right]. \quad (16)$$

经代数运算后得

$$\varepsilon'_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{11}q \{ (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11}) [\varepsilon_{11} + c(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11})] + (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12}) [\varepsilon_{12} + c(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12})] \} / A - \varepsilon_{12}q [\varepsilon_{11}(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12}) - \varepsilon_{12}(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11})] / A, \quad (17)$$

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_{12} + \varepsilon_{11}q [\varepsilon_{11}(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12}) - \varepsilon_{12}(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11})] / A + \varepsilon_{12}q \{ (\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11}) \times [\varepsilon_{11} - c(\varepsilon_{s1} - \varepsilon_{11})] + (\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12}) [\varepsilon_{12} + c(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12})] \} / A, \quad (18)$$

式中

$$A = [\varepsilon_1 + c(\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{11})]^2 + [\varepsilon_{12} + c(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{12})]^2. \quad (19)$$

根据非均匀介质的折射率  $n$  和消光系数  $K$  与介电常数实部和虚部的关系并由消光系数和吸收系数的关系  $\alpha = \frac{4\pi K}{\lambda}$ , 可以得到非均匀介质的透过率  $T_0$

$$T_0 = e^{-4\pi Kd/\lambda}. \quad (20)$$

因此, 只要将  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  的实部和虚部以及其他有关参量代入(17)式和(18)式, 即可求出非均匀介质的折射率  $n$ , 消光系数  $K$  和透过率等。

### 3. 计算方法

因为明胶中含有氯化银, 球形各向异性分布的银颗粒和椭球形的银, 每种情况下的有效介电函数的表示式是不一样的, 因此在计算有效介电函数时, 要进行三次循环。

第一次循环: 氯化银+明胶=系统 A。

设  $q_3$  为氯化银颗粒在明胶中的填充因子,  $\epsilon_3$  为氯化银的介电常数,  $\epsilon_1$  为明胶的介电常数, 因为氯化银对二向色性没有贡献, 所以我们可以设氯化银颗粒是均匀分布在明胶中, 由(11)式和(12)式得到系统 A 的有效介电函数  $\epsilon_A$  为

$$\epsilon_A = \epsilon_1 \left[ 1 + \frac{3q_3(\epsilon_3 - \epsilon_1)}{3\epsilon_1 + (1 - q_3)(\epsilon_3 - \epsilon_1)} \right], \quad (21)$$

代入  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_3$  和  $q_3$  的数值即可计算出  $\epsilon_A$ 。

第二次循环: 系统 A + 球形各向异性分布的银颗粒 = 系统 B。

我们考虑系统 A 中再加入球形各向异性分布的银颗粒而得到的系统 B。设银的介电函数为  $\epsilon_2$ , 球形各向异性分布的银颗粒在明胶的填充因子为  $q_1$ , 它们的等几率分布椭球参量  $L = L_1$ , 在这种情况下, 银颗粒的周围介质为有效介电函数为  $\epsilon_A$  的系统 A。因此由(11)式和(12)式得到系统 B 的有效介电函数  $\epsilon_B$  为

$$\epsilon_B = \epsilon_A \left[ 1 + \frac{q_1(\epsilon_2 - \epsilon_A)}{\epsilon_A + \frac{1}{3}(1 - q_1 - L_1 q_1)(\epsilon_2 - \epsilon_A)} \right]. \quad (22)$$

第三次循环: 系统 B + 椭球形银颗粒 = 系统 C。

最后, 我们考虑在系统 B 中再加入椭球形的银颗粒而得到的系统 C, 即我们考虑的实际系统。设椭球形的银颗粒在明胶中的填充因子为  $q_2$ , 现在椭球形银颗粒的周围介质为系统 B, 介电函数为  $\epsilon_B$ , 椭球形状参量  $L = L_2$ , 同样可以得到系统 C 的有效介电函数  $\epsilon_C$  为

$$\epsilon_C = \epsilon_B \left[ 1 + \frac{q_2(\epsilon_2 - \epsilon_B)}{\epsilon_B + \frac{1}{3}(1 - q_2 - L_2 q_2)(\epsilon_2 - \epsilon_B)} \right], \quad (23)$$

至此, 我们求得了所考虑的实际系统的有效介电函数。

求出  $\epsilon_C$ , 即可得到相应的  $n$ ,  $K$ ,  $T_0$  等参量。

### 4. 颗粒散射的影响

在计算透过率时, 还应考虑较大的氯化银和银颗粒的散射效应的影响, 根据散射理论<sup>[6]</sup>, 考虑了介质球的散射作用后的透过率  $T_s$  为

$$T_s = T \exp(-\gamma_d), \quad (24)$$

其中散射系数为

$$\gamma_d / Nv = \frac{24\pi^3 v}{\lambda^4} \epsilon_1^2 \frac{(\epsilon_{11} - \epsilon_1)^2 + \epsilon_{12}^2}{(\epsilon_{11} + 2\epsilon_1)^2 + \epsilon_{12}^2}, \quad (25)$$

式中  $v$  为小球的体积,  $N$  为单位体积内小球的数目, ( $Nv$ ) 即本文中的填充因子  $q$ ,  $\epsilon_{11}$  和  $\epsilon_{12}$  分别为小球介电常数的实部和虚部,  $\epsilon_1$  为周围介质的介电常数。若小球的半径为  $R_i$ , 则可以把(25)式写为

$$\gamma_i = \frac{32\pi^4 R_i^3}{\lambda^4} q_i \epsilon_i^2 \frac{(\epsilon_{i1} - \epsilon_1)^2 + \epsilon_{i2}^2}{(\epsilon_{i1} + 2\epsilon_1)^2 + \epsilon_{i2}^2}, \quad (26)$$

代入  $q_i = q_3$ ,  $R_i = R_3$ ,  $\epsilon_{i1} = \epsilon_{31}$ ,  $\epsilon_{i2} = \epsilon_{32}$  ( $\Delta$ gOl 的介电常数的实部和虚部), 即可得到 AgCl 颗粒的散射系数  $\gamma_3$ 。同样, 也可以求出两种银颗粒的散射系数  $(\gamma_1 + \gamma_2)$ 。

考虑了以上的颗粒散射作用后, 实际的透过率为

$$T = T_0 \exp[-(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3)d], \quad (27)$$

式中  $d$  为乳胶层的厚度。  $T_0$  为 (20) 式中的未考虑散射时的透过率。

### 三、计算结果

利用文献 [9] 中银的介电常数和文献 [10] 中氯化银的介电常数以及前面导出的有关理论公式, 用计算机计算了光致二向色性片的透射光谱, 双折射率差, 偏转角  $\gamma$  等。在计算中, 乳胶厚度  $d$  均取  $6 \mu\text{m}$ 。

现将各种颗粒的有关参量摘要如下:

氯化银:  $q_3$ ,  $\epsilon_{31}$ ,  $\epsilon_{32}$  和  $R_3$ ;

球形各向异性分布银颗粒:  $q_1$ ,  $\epsilon_{21}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $F_1$ ,  $R_1$  和  $L_1$ ;

椭球形银颗粒:  $q_2$ ,  $\epsilon_{21}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $F_2$ ,  $R_2$  和  $L_2$ 。

#### 1. 透射光谱

利用公式 (17) ~ (20) 和 (27) 计算了光致二向色性片的透射光谱。图 3 表示理论计算的  $q_1 = 0.006$ ,  $F_1 = 0.9$ ,  $q_2 = 0.001$ ,  $F_2 = 0.85$  和  $q_3 = 0.10$  时两个偏振方向上的透射光谱。图 4 表示  $q_3 = 0.08$ ,  $F_1 = 0.9$ ,  $q_2 = 0.001$ ,  $F_2 = 0.85$ ,  $R_3 = 50 \text{ nm}$  和  $R_1 = R_2 = 30 \text{ nm}$  时对应于不同  $q_1$  值的平行于光轴方向的未定影的二向色性片的透射光谱。图 5 表示定影后二向色性片在两个偏振方向上, 透过率随波长变化的计算结果, 参量为  $q_1 = 0.006$ ,  $F_1 = 0.9$ ,  $q_2 = 0.001$  和  $F_2 = 0.85$ 。由图 3 和 4 可以看出, 波长短于  $500 \text{ nm}$  的区域, 由于氯化银的吸收和散射使其透过率基本为零。图 5 中, 由于定影除去了氯化银, 所以在  $350 \sim 400 \text{ nm}$  之间出现一个较强的透射区, 在  $450 \text{ nm}$  附近出现透过率凹陷。在测量的光谱区域内, 两个方向上

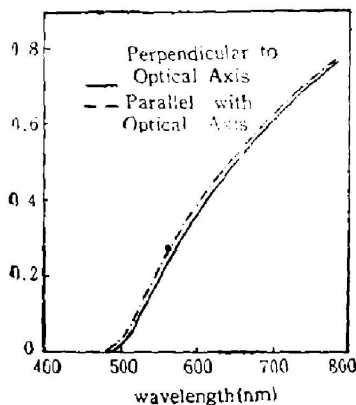


Fig. 3 Calculated transmission spectra of the unfixed dichroic plate

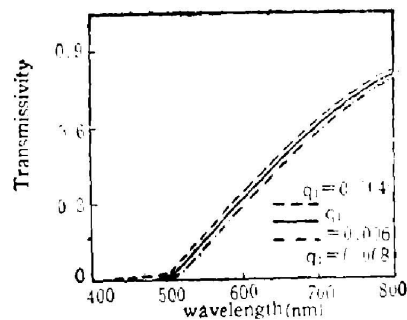


Fig. 4 Calculated transmission spectra with different  $q_1$

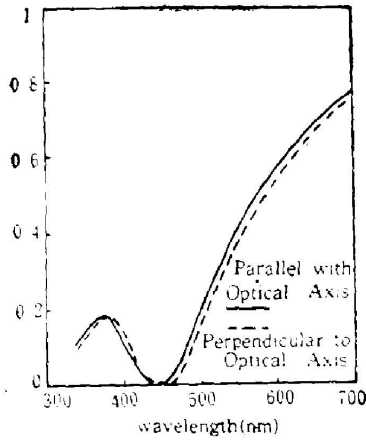


Fig. 5 Calculated transmission spectra of the fixed dichroic plate

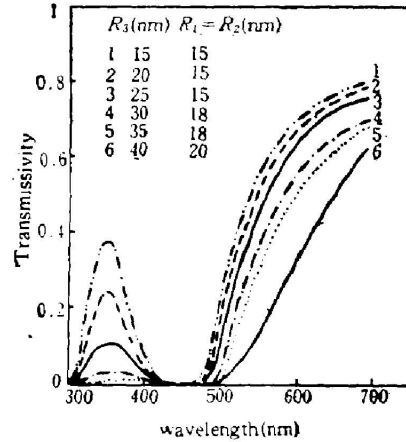


Fig. 6 Effect of scattering from AgCl particles on transmission spectra

的透过差发生两次变号。

二向色性片的透射光谱随氯化银颗粒大小的变化如图6所示。使用的参量为  $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.90$ 、 $q_2=0.001$ 、 $F_2=0.85$  和  $q_3=0.12$ 。由图可看出,当氯化银颗粒的半径为150 nm或更小时,在300~400 nm之间出现透射峰,在红光区透过率也较高,当颗粒半径大于30 nm时(相应于冬天晒的片子),短波长区域,透过率近似为零,在红光区的透过率明显下降。

### 2. 双折射率差

由于二向色性导致双折射的产生,利用有关公式并代入  $L_o$  和  $L_e$  的相应值,可计算出两个偏振方向上的折射率差。图7表示当  $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.90$ 、 $F_2=0.85$  和  $q_3=0.08$  时对应于不同  $q_2$  值的双折射率差的变化曲线。可以看出,双折射率差  $\Delta n$  在可见区的数值变化可分为三个区域,  $\Delta n$  的数值随  $q_2$  的增大而增大,随长短轴比  $F_2$  的减小而增大。

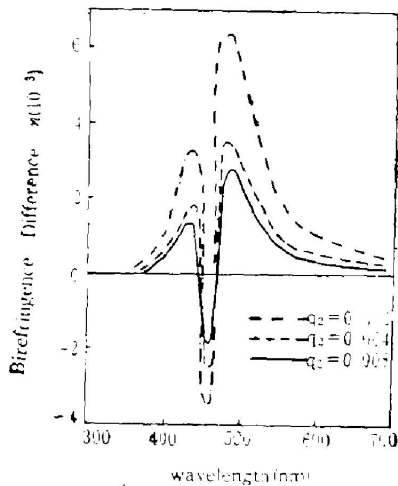


Fig. 7 Difference in birefringence as a function of wavelength for different  $q$

### 3. 偏转角 $\beta$

当偏振光通过二向色性片后,它的偏振方向相对于入射偏振方向转了一个角度  $\beta$ ,且有

$$\text{tg } \beta = \frac{1 - \text{tg } \alpha}{1 + \text{tg } \alpha} = \frac{1 - e^{-\frac{(\alpha_e - \alpha_o) \cdot d}{2}}}{1 + e^{-\frac{(\alpha_e - \alpha_o) \cdot d}{2}}} \quad (28)$$

式中  $\alpha_o$  和  $\alpha_e$  分别为  $o$  光和  $e$  光的吸收系数。利用前面给出的公式,计算出  $\alpha_o$  和  $\alpha_e$ ,即可由(28)式计算出偏转角  $\beta$ 。

图8表示  $q_2=0.001$ 、 $F_2=0.85$ 、 $q_3=0.08$ 、 $F_1=0.90$  时,偏转角  $\beta$  随  $q_1$  的变化。图9表示  $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.8$ 、 $q_2=0.001$  和  $q_3=0.1$  时,偏转角  $\beta$  随轴长的变化。

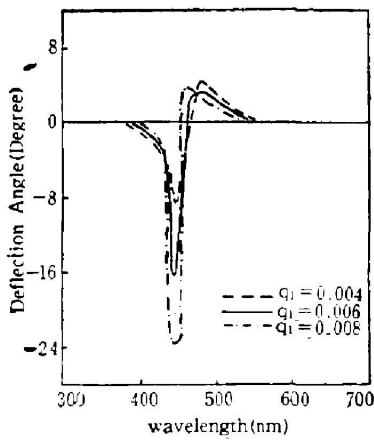


Fig. 8 Deflection angles as a function of wavelength for different  $q$

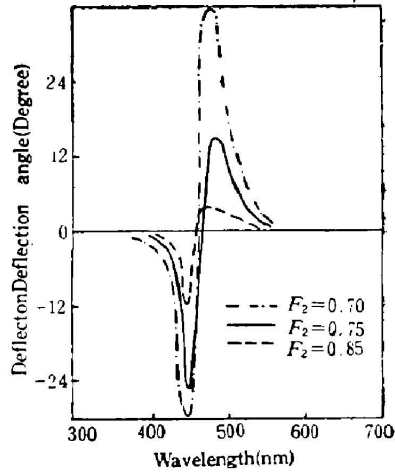


Fig. 9 Deflection angles as a function of wavelength for different  $F_2$

由图 8 和 9 可知, 偏转角有一次变号, 这对应于透过率曲线在此处也发生变号, 偏转角随  $q_1$  的增大而增大, 随  $F_2$  的减小而减小。在 450~600 nm 区域内,  $\beta$  值随波长变化的特性被用来实现假彩色编码<sup>[3]</sup>。

#### 四、理论计算与测量结果的比较

为了验证上述的理论模型和理论计算的正确性, 我们将一些主要的理论计算结果与实验测量结果进行了比较。图 10 表示  $q_3=0.1$ 、 $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.9$ 、 $q_2=0.001$  和  $F_2=0.85$  时, 定影二向色性片平行于光轴方向透过率的比较。图 11 表示  $q_3=0.08$ 、 $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.9$ 、 $q_2=0.001$ 、 $F_2=0.85$ 、 $R_3=30$  nm 和  $R_2=18$  nm 时, 平行于光轴方向透过率的

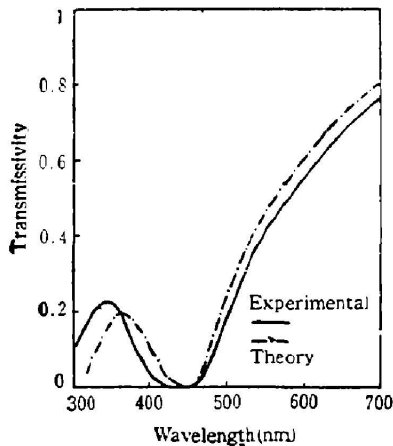


Fig. 10 Comparison between calculated and measured transmission spectra of the fixed dichroic plate

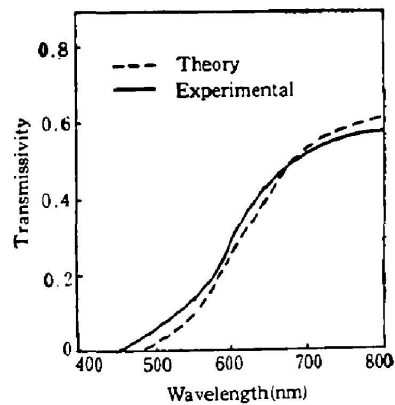


Fig. 11 Comparison between the calculated and measured transmission spectra of the unfixed dichroic plate

理论值与测量值之比较。由上两图可以看出计算与测量结果是一致的,这也解释了冬天晒的片子颜色呈红褐色的原因是由于弱光解作用产生大颗粒散射所造成的,夏天强光晒的片子由于颗粒小,散射作用弱,呈现棕红色。在定影过的片中没有 AgCl 的吸收和散射作用,片子呈浅黄色。这些现象都与实验观察和计算的光谱特性相一致。图 12 为  $q_3=0.1$ 、 $q_1=0.006$ 、 $F_1=0.8$ 、 $q_2=0.001$  和  $F_4=0.004$  时,理论计算与测量的偏转角  $\beta$  的比较。由图可以看出。理论计算结果与测量结果是一致的。

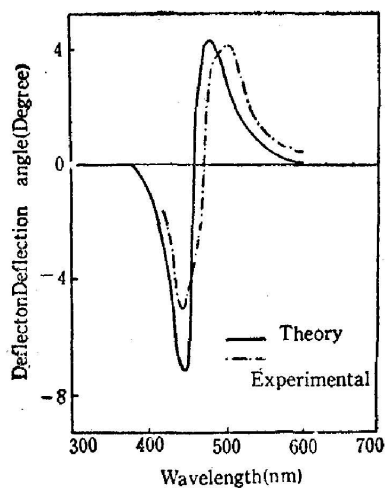


Fig. 12 Comparison between the calculated and measured deflection angles

参加本工作的还有商美茹和樊廷玉等同志。

### 参 考 文 献

- [1] F. Weigert; *Verh. Dtsch. Physic. Ges.*, 1919, **21**, 479.
- [2] J. M. C. Jonathan and M. May; *Opt. Commun.*, 1979, **8**, No. 1 (Jan), 30.
- [3] 张静芳, 于美文; 《光学学报》, 1982, **2**, No. 2 (Feb), 145.
- [4] J. C. Maxwell-Garnate; *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, 1904, **204**, 385; *ibid*, 1906, **A205**, 237.
- [5] R. W. Sillars; *J. Inst. Elec. Eng. (London)*, 1937, **30**, 379.
- [6] T. Takamori and M. Tomozawa; *J. Am. Ceram. Soc.*, 1976, **59**, 377.
- [7] Л. Д. 朗道, Е. М. 栗弗席兹, 《连续媒质电动力学(上册)》, (人民教育出版社, 1964), 56.
- [8] J. A. Stratton; *Electromagnetic theory*, (McGraw-Hill, New York, 1941).
- [9] H. Eherencich and H. R. Philipp; *Phys. Rev.*, 1962, **123**, No. 4 (Nov), 1622.
- [10] J. J. White and J. W. Straley; *J. Opt. Soc. Am.*, 1968, **53**, No. 6 (Jun), 759.
- [11] А. А. Агеев и В. К. Милославский; *Оптика и Спектроскопия*, 1978, **45**, № 9 (Sep), 537.



