

# 梯度单模光纤之间的能量耦合

王子华  
(上海科学技术大学)

## 提 要

本文用高斯-变型贝塞耳(Gaussian-modified Bessel)函数近似基模场计算两梯度单模光纤之间的能量耦合。给出了耦合系数公式和不同 $\nu$ 值及指数折射率分布参数 $g$ 的耦合系数随距离 $D$ 的变化曲线。 $g \rightarrow \infty$ 时,本文的结果和文献[5]结果与 Snyder<sup>[3]</sup>阶跃光纤的结果进行了比较,说明本文方法的近似程度较好。

Marcuse<sup>[1]</sup>和 Snyder<sup>[3]</sup>计算了相同两根平行阶跃单模光纤之间的功率耦合,他们的公式与结果是研究单模光纤之间能量转换及设计单模光纤耦合器的基本理论依据<sup>[2]</sup>。文献[5]用高斯场近似得出梯度单模光纤之间的耦合系数公式。然而高斯场对包层场的近似程度很差,用于迅衰场耦合,其误差相当大<sup>[4]</sup>。这一点从本文图5曲线也可看出。

本文用高斯-变型贝塞耳函数近似梯度单模光纤电场<sup>[4]</sup>,推导了较为精确的耦合系数公式,并计算了不同指数折射率参数 $g$ 的耦合系数随距离 $D$ 、归一化频率 $\nu$ 变化的曲线。将 $g \rightarrow \infty$ 时的结果与 Snyder 阶跃光纤的结果进行了比较,较为接近。

## 一、梯度单模光纤的高斯-变型贝塞耳函数近似

设梯度单模光纤折射率分布为指数形

$$n = \begin{cases} n_1(1-2\Delta R^g)^{1/2} & R \leq 1, \\ n_2 = n_1(1-2\Delta)^{1/2} & R > 1, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $R = r/a$ ,  $r$  为径向坐标,  $a$  为纤芯半径,  $g$  为指数折射率分布参数,  $\Delta$  为最大相对折射率差。单模光纤是弱导的,因此其电场近似为横场且是线性极化的,用高斯-变型贝塞耳函数表示为<sup>[4]</sup>

$$E_\nu = \begin{cases} E_z = 0, \\ A e^{-\frac{1}{2}K(R^2-1)} & R \leq 1, \\ A \frac{K_0(wR)}{K_0(w)} & R > 1, \\ E_z = 0, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $K_0$  为零阶变型贝塞耳函数,  $A$  为归一化常数(设总功率为1)

$$A = \sqrt{\frac{4}{\epsilon_0 n_1^2}} \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \left( \frac{e^K}{K} - \frac{1}{K} + \frac{K^2}{w^2} - 1 \right)^{-1/2}, \quad (3)$$

其中  $\mu_0$ 、 $\epsilon_0$  为真空磁导率和介电常数

$$K = wK_1(w)/K_0(w), \quad (4)$$

其中  $w$  为变分参量, 由  $U^2$  取最小值确定。文献[4]的  $U^2$  解析表达式含有不完全伽马函数, 计算时要用级数展开, 不但复杂而且会引入误差。

当  $g$  为偶数时, 我们得到不含伽马函数的解析表达式

$$U^2 = \frac{\nu^2 \left[ \frac{K^2}{w^2} - 1 - B \right] + e^K - 1 - K^2 + K + w^2}{(e^K - 1)/K + (K^2/w^2 - 1)}, \quad (5)$$

$$B = [K^l + lK^{l-1} + l(l-1)K^{l-2} + \dots + l! - l!e^K]/K^{l+1}, \quad (6)$$

其中  $\nu$  为归一化频率,  $l = g/2$ 。用(5)和(6)式计算  $g$  为偶数时的变分参量既简单又精确。

## 二、梯度单模光纤之间的耦合系数公式

两根相同的梯度单模光纤平行放置, 中心距为  $d$ , 设包层是无限扩展的, 其横截面几何关系如图 1 所示。

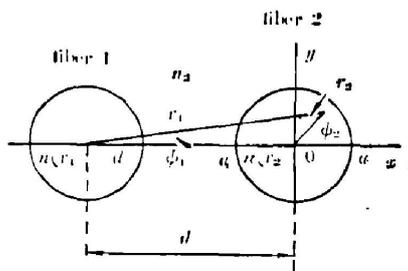


Fig. 1 Geometry of two parallel single mode fibers

由文献[3]两根光纤的耦合系数  $C$  为

$$C = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \iint_{-\infty}^{\infty} (n^2 - n_2^2) \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{E}_2 dA, \quad (7)$$

其中  $\omega$  为角频率,  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  为光纤 1 和 2 的电场矢量, \* 表示复数共轭。将  $\mathbf{E}_1$  和  $\mathbf{E}_2$  用(2)式直角坐标分量表示并代入(7)式, 利用图 1 几何关系

$$R_1^2 = D^2 + R_2^2 + 2R_2D \cos \phi_2, \quad (8)$$

其中  $D = d/a$  为归一化距离,  $R_1 = r_1/a$ ,  $R_2 = r_2/a$ 。再用加法公式

$$K_0(wR_1) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-1)^l \cos l \phi_2 I_l(wR_2) K_l(wD), \quad (9)$$

化简、整理后得耦合系数公式

$$C = \frac{\sqrt{2\Delta}}{a} \cdot \frac{\nu K_0(wD)}{K_0(w)} \cdot \frac{1}{(e^K - 1)/K + (K^2/w^2 - 1)} \int_0^1 I_0(wR_2) e^{-\frac{\pi}{2}(R_1^2 - 1)} (1 - R_2^2) R_2 dR_2. \quad (10)$$

## 三、数值计算及讨论

$g=2$ 、 $4$  和  $\infty$  时, 由(5)和(6)式求出  $U^2$  取最小值时的  $w$ , 再代入(10)式得到耦合系数示于图 2、3 和 4。图中曲线表示不同  $\nu$  值时, 无量纲耦合系数  $aC/\sqrt{2\Delta}$  与归一化距离  $D$  的关系。在对数坐标中, 这些曲线非常接近于直线, 这说明  $K_0(wD)$  的渐近表达式成立, 与文献[3]的结果一致。耦合系数除了随距离  $D$  的增加而减小以外, 还随  $\nu$  的增加而减小(当  $\nu$  不是非常小), 这是因为  $\nu$  的增加使场的束缚程度增加, 光纤之间的相互影响减小。

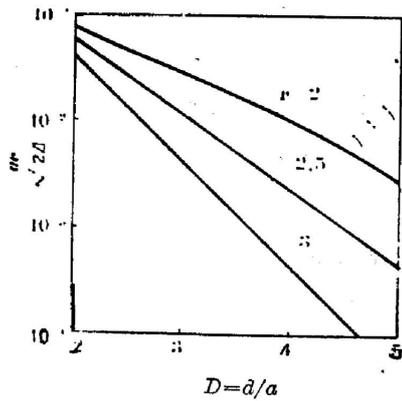


Fig. 2  $g=2$ , coupling coefficient as a function of distance  $D$

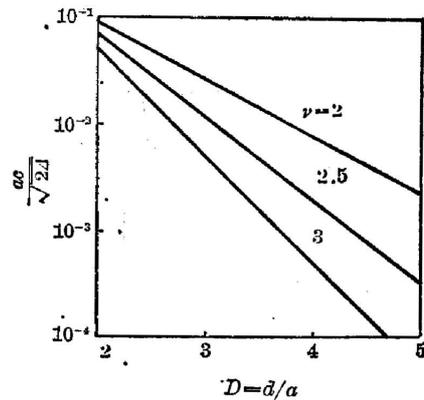


Fig. 3  $g=4$ , coupling coefficient as a function of distance  $D$

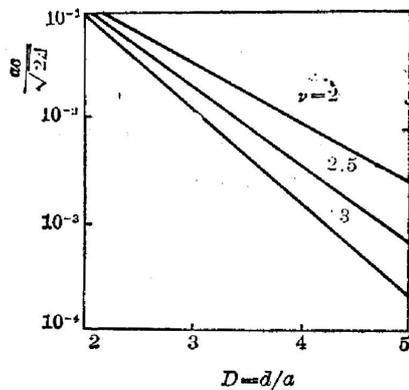


Fig. 4  $g=\infty$ , coupling coefficient as a function of distance  $D$

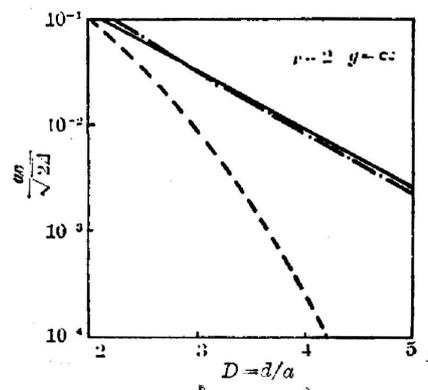


Fig. 5 Comparison with Snyder's results ( $g=\infty, \nu=2$ )

将  $g=\infty$  的极限情况作为阶跃折射率单模光纤的近似, 与 Snyder 阶跃光纤的结果在图 5 中进行了比较, 文献 [5] 的结果也画出。我们看到高斯近似的误差很大, 而高斯-变型贝塞耳近似精度较高, 计算的复杂性也不增加许多。

#### 参 考 文 献

- [1] D. Marcuse; *B. S. T. J.*, 1971, **50**, No. 6 (Jul/Aug), 1791.
- [2] M. J. F. Digonnet, H. J. Shaw; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1982, **QE-18**, No. 4 (Apr), 746.
- [3] A. W. Snyder; *J. O. S. A.*, 1972, **62**, No. 11 (Nov), 1267.
- [4] A. Sharma *et al.*; *Opt and Quant. Electron.*, 1982, **14**, No. 1 (Jan), 7.
- [5] 王子华; 通信光纤学术讨论会论文集, 1985 年。

## Power coupling between two neighboring graded-index single-mode fibers

WANG ZIHUA

(Shanghai University of Science & Technology)

(Received 22 May 1985; revised 29 July 1985)

### Abstract

Approximating fundamental mode of graded-index fibers by Gaussian-modified Bessel function, the power coupling between two neighboring graded-index single-mode fibers is calculated. Coupling coefficient formula is derived and curves of the coupling coefficients as a function of distance  $D$  with different  $V$  values and exponent  $g$  of power law-index are plotted. Comparing these results for step-index (as a limit of  $g=\infty$ ) with Snyder's results which suit to step-index only, we see that Gaussian-modified Bessel approximation is better than Gaussian approximation in dealing with evanescent coupling problems.

### 郑 重 启 事

为保障作者及本刊权益, 未经我编辑部同意, 任何报刊、出版社和其他单位不得转载、选收本刊所发表的文章。

《光学学报》编辑部